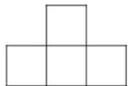
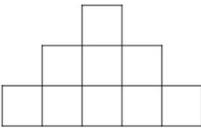
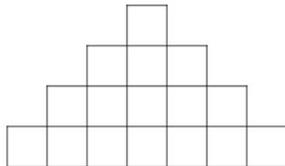
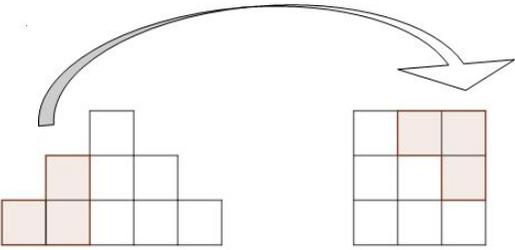


LA PYRAMIDE

CARTE D'IDENTITE D'UNE ACTIVITE	1
SCENARIO DE L'ACTIVITE (SÉANCE 1)	4
RETOUR D'EXPERIENCE / PRODUCTIONS (Séance 1)	6
SCENARIO DE L'ACTIVITE (SÉANCE 2)	8
RETOUR D'EXPERIENCE / PRODUCTIONS (Séance 2)	9
Annexe 1 : Fiche de travail individuel (SESAMES-Pyramides-T1-Individuel-A4.docx)	11
Annexe 2 : Fiche de travail en groupe (SESAMES-Pyramides-T1-Gpe-A3.docx)	12
Annexe 3 : Grille (SESAMES-Pyramide-Grille.pdf)	14
Annexe 4 : Inventaire des procédures mise en œuvre (T1)	15
Annexe 5 : Tableau de la classe de 6e2 SR	16
Annexe 6 : Inventaire des procédures (T2)	18
Annexe 7 : Tableau des classes de 6e2 et 4 SR	19

Thème	Pattern Transformer un motif Méthode de calculs équivalents Remarque : Vers la généralisation
Niveaux	C3
Programme	Nombres et calculs Remarque : Titre du programme BO
Disciplines	Mathématiques

CARTE D'IDENTITE D'UNE ACTIVITE

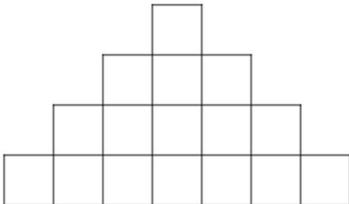
Titre	La pyramide
Problème	
Description	<p>Les élèves auront à calculer le nombre de carrés d'une pyramide qui augmente étage par étage.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>Pyramide à 2 étages</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Pyramide à 3 étages</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Pyramide à 4 étages</p> </div> </div> <p>Une méthode efficace consiste à transformer la pyramide en carré.</p> <div style="text-align: center;">  </div>

Précaution	La formule x^2 n'est pas un atteignable de cycle 3
But	<ul style="list-style-type: none"> ● Travailler sur les nombres <ul style="list-style-type: none"> ○ Expliquer les calculs ○ Préparer aux programmes de calculs (associativité, commutativité, distributivité...) ○ trouver plusieurs façon de calculer, plusieurs manières d'exprimer un calcul et dans lesquelles on cherche la manière la plus efficace, adaptée, pertinente pour résoudre un problème. ● Invariance par transformation du « modèle » <ul style="list-style-type: none"> ○ Pour les élèves, est-ce conscient que lorsqu'on modifie et qu'on recompose on garde le nombre de cubes ? ○ la manipulation et la transformation du « modèle » est un outil pour aider dans le raisonnement. ○ activité phare pour que les élèves s'autorisent la déconstruction du motif pour raisonner. ● Obliger un raisonnement logique pour atteindre un résultat qu'on ne peut plus trouver par expérience (empirisme, comptage, dessin, représentation,...)
Compétences mathématiques liées au socle	Modéliser (changement de langage) Chercher Représenter (schématiser pour expliquer) Raisonner Calculer Communiquer Remarque : En fait il faudrait plutôt expliquer pour chaque compétence en quoi elle est travaillée
Objectifs (<i>associés à une ou plusieurs compétences</i>)	Les élèves doivent se rendre compte que plusieurs méthodes de calcul permettent de trouver le résultat Les élèves s'autorisent à modifier le motif pour les trouver Remarque : Objectif, problème de compréhension entre PE et PCL Est-on d'accord sur le fait que l'on cherche à décrire la finalité de l'exercice ie pratiquement ce qui arrive en bilan ?
Organisation de la mise en œuvre	
► Dispositif (modalité)	Travail de groupe en classe entière.

▶ Durée	L'activité se décline en deux séances de 45 min plus le débat entre les deux. Ces séances peuvent être décalées dans le temps
Etat de connaissance	
▶ Prérequis	
▷ Notionnels	
▷ Utilisation d'outils (tangibles, numériques)	
▶ Place dans la progression (<i>activité avant ou après</i>)	
▶ Eléments de savoir nécessaires aux profs	
▷ #Mots-clés (avec détails dans le glossaire)	
▷ Disciplinaire	
▷ Didactique	
▷ Technique	
▶ Bilan envisagé (traces écrites/orales)	

SCENARIO DE L'ACTIVITE (SÉANCE 1)

Séance 1 (à dupliquer pour une nouvelle séance)

VOLET ELEVE	
► Supports	
▷ à projeter	<p>Fichiers word et pdf</p> <p style="text-align: center;">DEFI : LES PYRAMIDES</p> <hr/> <p>Voici une pyramide à 4 étages.</p>  <p>Consigne :</p> <p>Trouver plusieurs méthodes pour calculer le nombre de carrés nécessaires pour la construire.</p> <p>Expliquer chaque méthode par un schéma, un texte ou un collage.</p>
▷ ou à imprimer (fiche modifiable en local)	Fichiers word et pdf
► Matériel nécessaire	<p>Fiches réponses à imprimer SESAMES-Pyramides-T1-Individuel-A4.docx (annexe 1) SESAMES-Pyramides-T1-Gpe-A3.docx (annexe 2)</p> <p>Feuilles quadrillées à imprimer sur du papier de couleur SESAMES-Pyramide-Grille.pdf (annexe 3)</p> <p>Des petits carrés de couleur déjà découpés ciseaux colle</p>
VOLET PROF	

► Étapes du déroulement (champ paragraphe descriptif)	
▷ Types d'activités (Liste déroulante)	
► Dispositifs pédagogiques argumentés	On ne propose qu'un seul motif (un motif avec suffisamment d'étages) et on incite les élèves à la manipulation de la structure du motif. On choisit le vocabulaire : on ne dira plus « trouve le nombre de carrés » mais « trouver plusieurs manières de CALCULER ... ». Le verbe « calculer » est important pour que les élèves soient en mesure d'expliquer leurs démarches.
▷ Déroulement (Durée)	<p>1- <u>Présentation du problème au groupe</u> 5 minutes (consigne et matériel disponible) Donner la possibilité d'utiliser une feuille quadrillée non découpée</p> <p>2- <u>Recherche seul avec la fiche de travail individuelle</u> 5 / 10 minutes (à voir)</p> <p>3- <u>Mise en groupe avec fiche de groupe (A3)</u> 20 minutes <ul style="list-style-type: none"> ○ COLLEGE : A la suite de l'activité individuelle par proximité. ○ PRIMAIRE : Sur un temps différé en constituant les groupes selon les réponses individuelles pour inciter le débat (des réponses différentes pour chaque groupe). . Production commune sur la fiche du groupe</p> <p>4- <u>Mise en commun</u> 15 minutes Présentation des méthodes utilisées par les groupes</p> <p>5- <u>Institutionnalisation</u> 10 minutes Le bilan est construit avec la classe</p>
▷ Adaptation pédagogique (aides prévues, différenciation, approfondissement, variables didactiques...)	Les temps 4 et 5 de mise en commun et institutionnalisation peuvent-être reportés en début de séance 2 pour permettre à l'enseignant d'étudier les traces de recherche des groupes et de réactiver le retour sur le problème
▷ Consignes prof	Lors de la présentation de l'activité aux élèves, faire reformuler les consignes pour être sur qu'elles ont bien été comprises.

► Bilans envisagés (traces écrites suite à la mise en commun)	
▷ Par rapport au niveau de classe	CM1 – CM2 – 6e Remarque : Il faudrait pouvoir proposer evt plusieurs bilans en fonction du niveau de classe
▷ Par rapport aux objectifs visés	<ul style="list-style-type: none"> - On a le droit de modifier le motif de la pyramide en conservant le même nombre de carrés. - Sur la rédaction : je dois expliquer mon résultat en écrivant mon calcul et en expliquant à l'aide d'un schéma, d'un texte ou d'un dessin
► Evaluation	

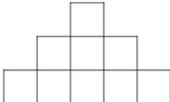
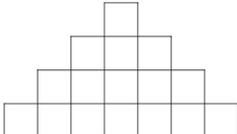
RETOUR D'EXPERIENCE / PRODUCTIONS (Séance 1)

Séance 1	
Carte d'expérience	
Analyse par le ou les enseignants	
► Analyse de l'activité (<i>a priori</i>)	
▷ Difficultés	
▷ Réponses attendues/correctes/erronées	
► RÉCIT... (<i>analyse a posteriori</i>)	
▷ Matériel	
→ Ecrits d'élèves	Inventaire des procédures mise en œuvre (T1) (annexe 4)
→ Réaction transcription/vidéo	
→ Extraits de tableau	Tableau de la classe de 6 ^e 2 SR (annexe 5)
▷ Contenu	
→ Valorisation des démarches	
→ Stratégie de recherche	
→ Traitement de l'erreur	
Analyse par le ou les chercheurs	

▶ Cadrage de l'analyse	
▶ Analyse (<i>Txt + Img + Extrait vidéo</i>)	
▶ Conclusion	
▶ Bibliographie	

SCENARIO DE L'ACTIVITE (SÉANCE 2)

Séance 2 (à dupliquer pour une nouvelle séance)

VOLET ELEVE	
► Supports	
▷ à projeter	<p>Fichiers word et pdf</p> <p>Le groupe :</p> <hr/> <p style="text-align: center;">DEFI : LES PYRAMIDES</p> <hr/> <p>On veut construire une suite de pyramides.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"><div style="text-align: center;"><p>Pyramide à 2 étages</p></div><div style="text-align: center;"><p>Pyramide à 3 étages</p></div><div style="text-align: center;"><p>Pyramide à 4 étages</p></div></div> <p>1) Calculez le nombre de carrés pour une pyramide à 2 étages ? à 3 étages ? à 5 étages ? 2) A 10 étages ? 3) A 100 étages ?</p> <p>Pour chaque question, écrivez votre calcul. Expliquez votre raisonnement avec un schéma ou un texte.</p> <p>Votre recherche, vos réponses et vos raisonnements :</p>
▷ ou à imprimer (fiche modifiable en local)	Fichiers word et pdf
► Matériel nécessaire	Fiches réponses à imprimer SESAMES-Pyramides-T2-Gpe-A3.docx (annexe 2)
VOLET PROF	
► Étapes du déroulement (champ paragraphe descriptif)	
▷ Types d'activités (Liste déroulante)	

▶ Dispositifs pédagogiques argumentés	
▷ Déroulement (Durée)	<p>6- <u>Présentation du problème au groupe</u> 5 minutes (consigne et matériel disponible) Donner la possibilité d'utiliser une feuille quadrillée non découpée</p> <p>7- <u>Mise en groupe avec fiche de groupe (A3)</u> 20 minutes</p> <p>8- <u>Mise en commun</u> 15 minutes Présentation des méthodes utilisées par les groupes</p> <p>9- <u>Institutionnalisation</u> 10 minutes Le bilan est construit avec la classe</p>
▷ Adaptation pédagogique (aides prévues, différenciation, approfondissement, variables didactiques...)	
▷ Consignes prof	Lors de la présentation de l'activité aux élèves, faire reformuler les consignes pour être sur qu'elles ont bien été comprises.
▶ Bilans envisagés (traces écrites suite à la mise en commun)	
▷ Par rapport au niveau de classe	CM1 – CM2 – 6e Remarque : Il faudrait pouvoir proposer evt plusieurs bilans en fonction du niveau de classe
▷ Par rapport aux objectifs visés	- En mathématiques, on peut trouver une méthode générale
▶ Evaluation	

RETOUR D'EXPERIENCE / PRODUCTIONS (Séance 2)

Séance 2

Carte d'expérience	
Analyse par le ou les enseignants	

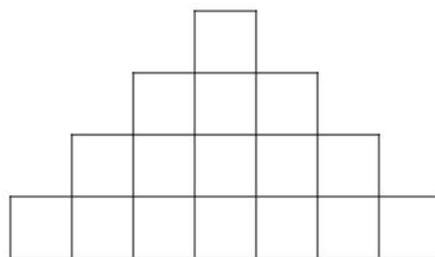
▶ Analyse de l'activité (<i>a priori</i>)	
▷ Difficultés	
▷ Réponses attendues/correctes/erronées	
▶ RÉCIT... (<i>analyse a posteriori</i>)	
▷ Matériel	
→ Ecrits d'élèves	Inventaire des procédures (T2) (annexe 6)
→ Réaction transcription/vidéo	
→ Extraits de tableau	Tableau des classes de 6°2 et 4 SR (annexe 7)
▷ Contenu	
→ Valorisation des démarches	
→ Stratégie de recherche	
→ Traitement de l'erreur	
Analyse par le ou les chercheurs	
▶ Cadrage de l'analyse	
▶ Analyse (<i>Txt + Img + Extrait vidéo</i>)	
▶ Conclusion	
▶ Bibliographie	

Annexe 1 : Fiche de travail individuel (SESAMES-Pyramides-T1-Individuel-A4.docx)

NOM, Prénom :

DEFI : LES PYRAMIDES

Voici une pyramide à 4 étages.



Consigne :

Trouver plusieurs méthodes pour calculer le nombre de carrés nécessaires pour la construire.

Expliquer chaque méthode par un schéma ou un texte.

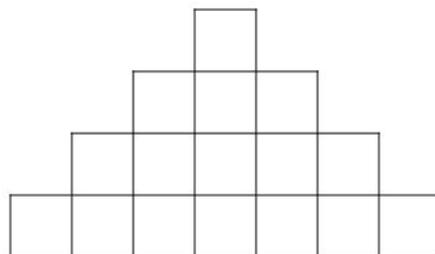
Ta recherche :

Le groupe :

.....
.....

DEFI : LES PYRAMIDES

Voici une pyramide à 4 étages.



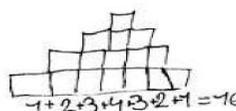
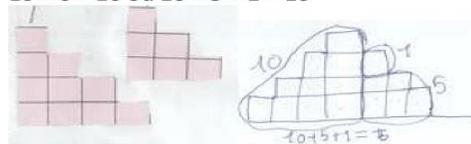
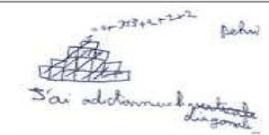
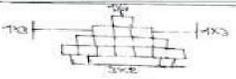
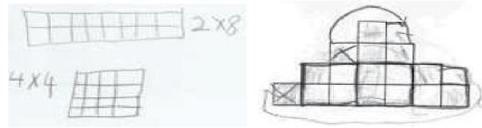
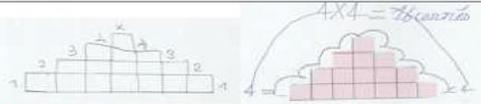
Consigne :

Trouver plusieurs méthodes pour calculer le nombre de carrés nécessaires pour la construire.

Expliquer chaque méthode par un schéma, un texte ou un collage.

Vos réponses :

Annexe 4 : Inventaire des procédures mise en œuvre (T1)

Inventaire des procédures		
Séance 1		
<u>Procédures additives</u>		
<p>Comptage carré par carré $1 + 1 + 1 + \dots + 1 = 16$</p>	<p>Par ligne : Somme des impairs $1 + 3 + 5 + 7 = 16$ ou $7 + 5 + 3 + 1 = 16$</p>	<p>En colonne $1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1 = 16$</p> 
<u>Par blocs</u>		
<p>$10 + 6 = 16$ ou $10 + 5 + 1 = 16$</p> 	<p>$9 + 7 = 16$</p>  <p>On peut aussi y voir de l'addition qui fait 16</p>	
		
<u>Procédures multiplicatives (pour retrouver le nombre 16)</u>		
<p>$4 \times 4 = 16$ ou $2 \times 8 = 16$</p> 	<p>$4 \times 4 = 16$ carrés</p>  <p>Que faire de cette procédure qui donne le nombre de carrés mais qui ne se prouve pas mathématiquement ?</p>	
<u>Procédures mixtes</u>		
<p>$7 \times 4 = 28$ $28 - 12 = 16$</p> 	<p>$3 \times 5 + 1 = 16$</p> <p>Une méthode:</p> 	

Annexe 5 : Tableau de la classe de 6e2 SR

CLASSE DE 6^E2 – LES PYRAMIDES

Partie 1 :

10 minutes seuls, fiche réponse individuelle A4

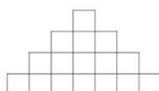
20 minutes en groupe de 4 (proximité) sur une feuille réponse A3

20 minutes mise en commun

NOM, Prénom :

DEFI : LES PYRAMIDES

Voici une pyramide à 4 étages.

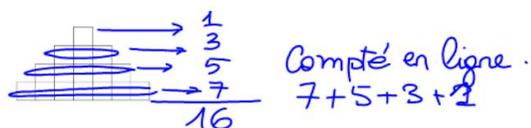


Consigne :

Trouver plusieurs méthodes pour calculer le nombre de carrés nécessaires pour la construire. Expliquer chaque méthode par un schéma ou un texte.

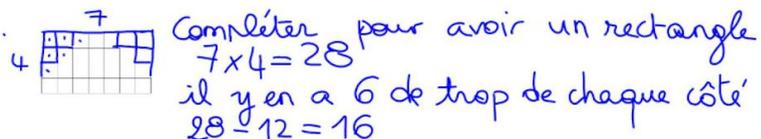
Ta recherche :

Méthode 1



explication : à chaque ligne on enlève 2 carrés

Méthode 2



Méthode 3



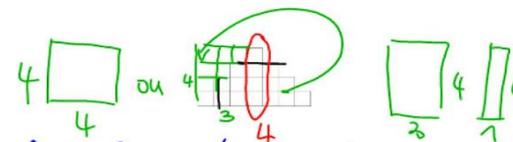
Méthode 4

on a compté les carrés un par un

Méthode 5

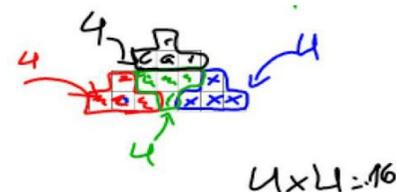
On modifie la pyramide pour former un carré de 4 carreaux de côtés

Ou si on conserve la colonne du milieu et on forme avec les autres carrés un rectangle de 3 carrés de large par 4 carrés de haut

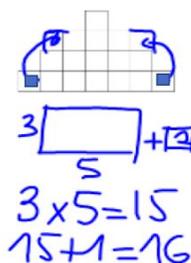


Méthode 6

On remarque 4 formes identiques de 4 carreaux chacune



Méthode 7



Séance 2 : Bilan en reprise de l'activité

Pour calculer le nombre de carrés de la pyramide

* on peut déplacer des carrés pour former une figure plus simple dont on peut calculer l'aire

* on peut rajouter des carrés pour obtenir une forme simple dont on peut calculer l'aire, attention il faut bien les enlever ensuite pour avoir le résultat.

Partie 2 :

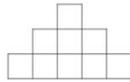
Le groupe :

DEFI : LES PYRAMIDES

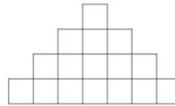
On veut construire une suite de pyramides.



Pyramide à 2 étages



Pyramide à 3 étages



Pyramide à 4 étages

- 1) Calculez le nombre de carrés pour une pyramide à 2 étages ? à 3 étages ? à 5 étages ?
- 2) A 10 étages ?
- 3) A 100 étages ?

Pour chaque question, écrivez votre calcul. Expliquez votre raisonnement avec un schéma ou un texte.

Voire recherche, vos réponses et vos raisonnements :

Réponses de la classe :

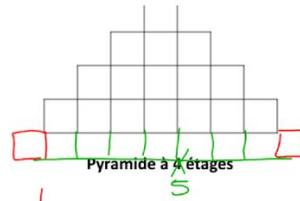
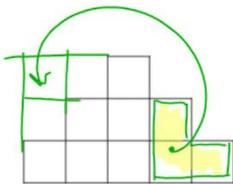
Pour 2	4	4	2x2	4
3	9	9	3x3	9
5	18	25	5x5	25
10	36	100	10x10	50
100	360	10 000	100x100	500

Handwritten notes: A red arrow points to the top-right corner of the table. Green arrows indicate multiplication: 10 to 100 (x10), 100 to 10000 (x100), 50 to 500 (x10). Red arrows indicate multiplication: 2 to 4 (x2), 3 to 9 (x3), 5 to 25 (x5), 10 to 36 (x4), 100 to 360 (x4).

Lors des explications des différents groupes :

Comment calculer le nombre de carreaux en modifiant la forme

Comment fabriquer la pyramide à 5 étages à partir de celle à 4 étages en ajoutant la base



Bilan :

Formule pour n'importe quel nombre d'étages:
Nombre d'étage et je le multiplie par lui même

Remarque : ~~x2~~ 2 étages → 4 carrés
4 étages → 16 carrés ~~x2~~

Cette situation n'est pas proportionnelle

Annexe 6 : Inventaire des procédures (T2)

Séance 2

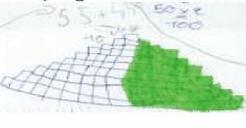
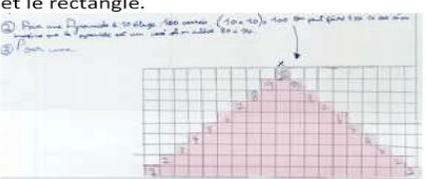
Question 1

Procédures reprises de la séance 1 :

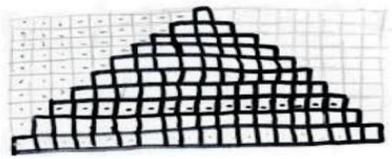
- Somme des impairs
- Comptage carré par carré
- $2 \times 2 = 4$; $3 \times 3 = 9$; $5 \times 5 = 25$

Question 2 (généralisation à 10) et question 3 (traitée uniquement par les élèves de 6^{ème})

- Somme des impairs ou additions par colonnes

<p>Découpage en 4×25 ou 2×50</p> 	<p>Comptage en deux blocs : $(55 \times 2) - 10$ ou $45 + 55$</p> 
<p>Procédure multiplicative « hybride » : entre le carré et le rectangle.</p> 	<p>Procédure de composition du carré</p> 

Procédures erronées : utilisations de la proportionnalité

<p>Utilisation de la proportionnalité à partir de la pyramide de 5 (prolongement sur la pyramide de 100)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pyramide de 10 : double de la pyramide de 5 -> $25 \times 2 = 50$ • Pyramide de 100 : 10 fois la pyramide de 10 -> $50 \times 10 = 500$ 	<p>Utilisation de la proportionnalité à partir de la somme des impairs :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pyramide de 10 : $19 + 17 + 15 + \dots + 1 = 100$ • Pyramide de 100 : $190 + 170 + 150 + 10 = 1\ 000$
<p>Utilisation de la proportionnalité à partir d'un calcul « hybride »</p>  <p>pour 10 on fait $(19 \times 10) - (45 \times 2) = 100$</p> <p>pour 100 on fait $(190 \times 100) - (450 \times 20) = 1000$</p>	

Annexe 7 : Tableau des classes de 6^E2 et 4 SR

CLASSE DE 6^E2 – LES PYRAMIDES – Séance 2

Séance 2 : Bilan en reprise de l'activité

Pour calculer le nombre de carrés de la pyramide

* on peut déplacer des carrés pour former une figure plus simple dont on peut calculer l'aire

* on peut rajouter des carrés pour obtenir une forme simple dont on peut calculer l'aire, attention il faut bien les enlever ensuite pour avoir le résultat.

Partie 2 :

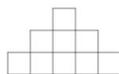
Le groupe :

DEFI : LES PYRAMIDES

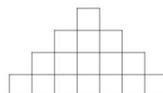
On veut construire une suite de pyramides.



Pyramide à 2 étages



Pyramide à 3 étages



Pyramide à 4 étages

- 1) Calculez le nombre de carrés pour une pyramide à 2 étages ? à 3 étages ? à 5 étages ?
- 2) A 10 étages ?
- 3) A 100 étages ?

Pour chaque question, écrivez votre calcul. Expliquez votre raisonnement avec un schéma ou un texte.

Votre recherche, vos réponses et vos raisonnements :

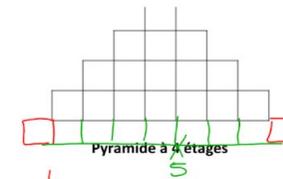
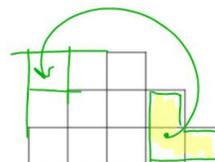
Réponses de la classe :

Pom 2	4	4	2x2	4
3	9	9	3x3	9
5	18	25	5x5	25
10	36	100	10x10	50
100	360	10000	100x100	500

Lors des explications des différents groupes :

Comment calculer le nombre de carreaux en modifiant la forme

Comment fabriquer la pyramide à 5 étages à partir de celle à 4 étages en ajoutant la base



Bilan :

Formule pour n'importe quel nombre d'étages :
Nombre d'étage et je le multiplie par lui même

Remarque : x^2 2 étages \rightarrow 4 carrés
 x^2 4 étages \rightarrow 16 carrés $\rightarrow x^2$

Cette situation n'est pas proportionnelle

CLASSE DE 6^E4 – LES PYRAMIDES – Séance 2



Pyramide à 2 étages Pyramide à 3 étages Pyramide à 4 étages

Reponses et la classe:

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
2 étages	4	4	4	4	4	4	4
3 étages	9	9	9	9	9	9	9
5 étages	18	25	25	18	25	25	25
10 étages	26	50	50	100	50	100	98
100 étages	260	5000	500	1000	2500	1000	980

2 étages + 3 étages = 5 étages
 $4 + 9 = 13$
 Non la pyramide à 4 étages a déjà 16 carreaux

2 étages $\xrightarrow{\times 2}$ 4 étages
 4 carreaux $\xrightarrow{\times 2}$ 8 carreaux
 Non car la pyramide à 4 étages a 16 carreaux
 Ce n'est pas proportionnel

On remarque:

- * le nombre de carrés vaut le nombre d'étages multiplié par le nombre d'étage
 $4 = 2 \times 2$ $9 = 3 \times 3$ $16 = 4 \times 4$ $25 = 5 \times 5$
- * sur les pyramides pour avoir le nombre de carreaux du bas on multiplie par 2 le nombre de carreaux de la hauteur et on soustrait 1.
 pyramide 2 : $2 \times 2 - 1 = 4 - 1 = 3$
 4 : $2 \times 4 - 1 = 7$
 10 : $2 \times 10 - 1 = 19$
 100 : $2 \times 100 - 1 = 199$
- * la ligne du bas a toujours un nombre impair de carreaux.
- * $199 + 197 + 195 + 193 + \dots + 3 + 1 = 10000$
- * on pense qu'il y a une formule:
 (nombre d'étage \times nombre d'étages)
 pour 10 \rightarrow 100 carreaux
 100 \rightarrow $100 \times 100 = 10\,000$ carreaux