FORMULER, CRITIQUER ET ARGUMENTER EN MATHÉMATIQUES : UN EXEMPLE AU CM 1

Jacques DOUAIRE, IUFM de Versailles - INRP « Mathématiques »
Roland CHARNAY, IUFM de Lyon - INRP « Mathématiques »
Dominique VALENTIN, IUFM de Versailles - INRP « Mathématiques »

Résumé : Les recherches menées sur les apprentissages numériques et la résolution de problème par notre équipe « Mathématiques » du département de Didactique des disciplines de l'INRP nous ont conduits à développer des dispositifs d'enseignement au Cycle 2 puis au Cycle 3 de l'école primaire (1), dans lesquels les connaissances mathématiques se construisent aussi à l'oral. Les moments d'échanges prévus peuvent correspondre à plusieurs fonctions. En particulier :

- la reformulation ou la critique de résultats ou de méthodes, lors de phases de mises en commun jouant un rôle essentiel dans les apprentissages mathématiques ;
- l'établissement de la preuve de propositions lors d'un débat et l'appréhension d'éléments du raisonnement mathématique.

La mise en œuvre de ces échanges suppose une organisation des situations d'enseignement.

Les situations d'enseignement que nous proposons dans la recherche en cours « Argumentation et apprentissages mathématiques au Cycle 3 » comportent le plus souvent des phases d'échanges oraux. A partir de la description de l'une de ces situations, destinée au CM1, nous analyserons, dans cet article, les caractéristiques des différents échanges oraux entre élèves. Nous distinguerons, à cet effet, ceux qui visent la reformulation de résultats ou de méthodes, ceux qui permettent leur critique ou encore ceux dont l'objectif est l'établissement de la preuve de propositions mathématiques.

1. PRÉSENTATION DE LA SITUATION

La situation proposée, « Les trois nombres qui se suivent », n'a pas pour but l'acquisition de connaissances nouvelles, ni le réinvestissement d'un modèle qui aurait été enseigné auparavant. Il s'agit d'un problème ouvert (trouver trois nombres qui se suivent dont la somme est donnée, par exemple 96), dont l'objectif est d'apprendre à chercher. Ce problème admet une solution si la somme proposée est un multiple de trois ; dans les autres cas, il est impossible de trouver trois nombres consécutifs correspondant à la somme donnée.

La situation est organisée en plusieurs phases :

- Dans une première phase, les données sont choisies de manière à ce que le problème admette une solution (on peut effectivement trouver les trois nombres). Cette solution est le plus souvent obtenue par les élèves en utilisant une stratégie par essais successifs. Les objectifs de cette phase sont d'abord de permettre aux élèves de bien comprendre en quoi consiste le problème, en particulier d'identifier les deux contraintes : les trois nombres cherchés doivent se suivre et leur somme doit être égale au nombre qui leur est donné. Cette première phase doit également les amener à améliorer la gestion de leurs essais (en prenant en compte les essais antérieurs, en organisant la trace écrite de ces essais).

- Dans une deuxième phase, les élèves sont confrontés à l'étude de cas où il n'y a pas de solution. Lors de la mise en commun qui suit la recherche, la question de la preuve de l'impossibilité de trouver les nombres répondant aux contraintes de l'énoncé est posée et débattue.

- Dans une troisième et dernière phase, qui ne sera pas développée dans cet article, les élèves cherchent à résoudre un autre problème qui découle du précédent : « Comment savoir si un nombre est ou non la somme de trois nombres qui se suivent ? »

2. ANALYSE DES DIFFÉRENTES PHASES

2.1. La première phase

Après une présentation collective de la situation, où le maitre prend un exemple *(les nombres 5, 6 et 7 sont trois nombres qui se suivent et leur somme est 18)*, les élèves cherchent individuellement trois nombres qui se suivent dont la somme est 96. Le maitre leur précise : *Vous écrivez tous les calculs que vous faites. Il faudra ensuite expliquer comment vous avez trouvé.*

Les échanges oraux ont lieu lors de la mise en commun collective qui suit cette première recherche. Cette mise en commun a pour but de permettre à tous les élèves de comprendre qu'il faut tenir compte des deux contraintes. Pour cela le maitre est amené à faire d'abord étudier et critiquer les propositions qui ne conviennent pas, puis les autres.

Voici quelques exemples de solutions présentées par des élèves :

- choisir trois nombres dont la somme est correcte mais qui ne se suivent pas comme 25 + 25 + 46 ou 30 + 56 + 10 *(j'ai calculé 40 + 56 et j'ai enlevé 10 à 40 et j'ai mis un 10 après 56)* ;

- proposer 32 + 32 + 32 = 96, puis constater que les nombres ne se suivent pas, et tenter de faire les ajustements nécessaires. Ces ajustements permettent parfois d'aboutir à la solution. Par exemple : *j'avais trouvé 32 + 32 + 32, j'ai essayé 32 + 33 + 34 qui donnait un résultat trop grand, alors j'ai fait 31 + 32 + 33 ;*

- démarrer de la suite 1, 2, 3 (1 + 2 + 3 = 6), puis faire de nombreux essais pour atteindre ou non 96 ;

- décomposer 96 en partant de 90 (90 c'est 3 x 30) et considérer que 6 c'est 1 + 2 + 3, d'où la solution 31, 32, 33 *(Trois fois trois neuf, donc si on met un zéro ça fait quatre vingt dix et comme les nombres doivent se suivre 1 + 2 + 3 = 6, ou « J'ai pensé trois fois 30 faisait 90 et j'ai rajouté 1, 2, 3)* ;

- privilégier une somme de multiples de 10 pour avoir un ordre de grandeur (40 + 20 + 20) puis effectuer des essais ;
- exploiter des premiers calculs : *je trouve la moitié et je fais un de moins et un de plus : 47, 48, 49 j'ai vérifié et j'ai trouvé 144. Je me suis rapproché de plus en plus de 96. J'ai trouvé 31, 32, 33.*

Lors de la formulation de ces solutions, on voit déjà que la résolution de ce problème fait souvent appel à la gestion d'essais de triplets de nombres (successifs ou non) et à des ajustements. L'exigence de précision dans les formulations conduit aussi à revenir sur des connaissances antérieures (en particulier la différence entre « chiffre » et « nombre »).

Une recherche individuelle est ensuite reprise avec pour somme 354, valeur plus grande qui nécessite, pour aboutir, de mieux organiser les essais. Lors de la mise en commun collective des solutions trouvées, quelques procédures correctes typiques apparaissent, notamment :
- partir d'un ordre de grandeur et essayer des suites autour de 100, exemple 120 + 121 + 122 = 363, constat : *c'est trop grand,* et production d'autres essais en descendant ;
- partir de l'écriture de 354 et essayer d'obtenir 4 comme chiffre des unités en additionnant 3 nombres de un chiffre qui se suivent : avec 7, 8, 9, on obtient 24 ;
- remarquer que 3 x 18 = 54 *(je savais déjà que 3 x 1 = 3, j'ai fait 9 x 6 = 54, puis pour aller à 54, 3 x 18 = 54),* et effectuer 17 + 18 + 19 = 54 (en explicitant que *18 est le nombre du milieu*), puis compléter au niveau centaines, ce qui donne la solution 117, 118, 119.

2.2. La deuxième phase

Le maitre propose une recherche individuelle de trois nombres dont la somme est égale à 25 (il n'y pas de solution) et trois autres dont la somme est 45 (il y a une solution).

Les élèves découvrent alors qu'il n'est pas toujours possible de trouver trois nombres qui se suivent correspondant à une somme donnée. Mais il leur faut en général beaucoup d'essais pour commencer à douter de l'existence d'une solution.

Un bilan collectif porte sur les résultats : le maitre fait simplement formuler que pour 45 on a trouvé une solution (14, 15, 16), et constater que pour 25 les solutions produites ne respectent pas les contraintes (par exemple, les trois nombres ne se suivent pas : 7 + 8 + 10 ou 8 + 8 + 9).

Puis les élèves ont à répondre, par écrit et individuellement, à la question : *Pourquoi n'y a-t-il pas de solution pour 25 ?*

Les différentes propositions sont collectées par le maitre et discutées par toute la classe. Certaines, éventuellement reformulées par leurs auteurs pour être mieux comprises, sont triées en plusieurs catégories et débattues :

a) celles qui n'apportent pas de justification autre que la conviction de l'impossibilité, ou qui sont redondantes : *Parce qu'on ne peut pas calculer ;*

b) celles dont on est sûr qu'elles sont fausses en faisant appel à des connaissances reconnues, et qui peuvent être traitées immédiatement, notamment à partir d'un contre exemple :

- *Parce qu'il n'y a pas de zéro dans ce nombre.* Des élèves indiquent alors que des solutions ont été trouvées pour d'autres nombres qui ne comportent pas de 0 dans leur écriture ;
- *25 est un nombre trop petit.* Un élève affirme alors : *ce n'est pas vrai,* car au cours de ses recherches, il a trouvé que 15 - qui est plus petit que 25 - est la somme de trois nombres qui se suivent (4, 5, 6), exprimant ainsi que pour lui ce n'est pas une raison valable ;

c) celles pour lesquelles il n'y pas de certitude ou d'accord sur leur valeur de vérité mais qui devront être débattues :

- des propositions affirmant une propriété vraie pour le nombre en lui-même, mais qui ne constitue pas une preuve de l'impossibilité pour ce nombre d'être la somme de trois nombres consécutifs. Par exemple : *avec 25, il n'y a pas de solution parce que 25 est impair,* ou... *parce que 25 n'a pas de moitié,* ou *on peut y mettre deux nombres qui ne se suivent pas.* De telles propositions sous-entendent que seuls les nombres pairs sont solutions du problème. On voit qu'il y a confusion entre une propriété vraie (25 est bien un nombre impair), et l'inférence utilisant cette propriété (on ne peut pas dire qu'il est impossible de trouver trois nombres qui se suivent dont la somme est 25 parce que 25 est impair). Dans ce cas, certains élèves sont capables d'argumenter à partir de la parité, en proposant d'eux-mêmes un contre-exemple : on a trouvé pour 45... Ils manifestent ainsi qu'il existe bien des nombres impairs (au moins un !), par exemple 45, qui sont la somme de trois nombres qui se suivent.
- des propositions vraies mais insuffisantes, telles qu'elles sont formulées. Par exemple : *j'ai essayé 7 + 8 + 9, ça fait 24.*
- des propositions vraies, apportant la preuve, par exhaustivité des essais, que l'on ne peut pas trouver 3 nombres qui se suivent dont la somme est 25 : *on trouve : 6 + 7 + 8 = 21 ; 7 + 8 + 9 = 24 ; 8 + 9 + 10 = 27* qui encadrent le nombre 25.

3. LES FONCTIONS DE LA COMMUNICATION ORALE EN MATHÉMATIQUES ET LA GESTION DES ÉCHANGES

3.1. Le premier rôle de l'oral est de permettre aux élèves de communiquer leurs solutions et de débattre à propos de ce que d'autres élèves ont formulé, ce qui se produit lors de la première phase de la situation évoquée.

Cette première expression de solutions favorise chez l'élève, en situation d'émetteur, diverses prises de conscience. Tout d'abord le fait d'avoir à formuler sa solution peut amener l'élève à entrer dans un processus de contrôle : il peut s'apercevoir qu'il a oublié une des contraintes, ou qu'il a effectué des erreurs de calculs.

Mais la communication orale est aussi l'occasion pour certains élèves de mieux interpréter leurs méthodes, d'en identifier les caractéristiques propres, voire de prendre conscience des imperfections ou des raisons pour lesquelles ils ont pu ne pas aboutir, d'établir un lien entre différents essais de calcul successifs, de repérer des calculs inutiles qu'ils ont pu réaliser.

En effet, l'écrit que l'élève analyse alors est un écrit jusque là privé qui lui a permis d'élaborer une solution et qui va maintenant servir de support à la formulation de sa réponse. Mais, sous les contraintes de la communication orale, les fonctions de cet écrit évoluent : l'élève est amené à identifier les caractéristiques de sa méthode de façon à savoir si elle diffère d'une autre venant d'être présentée, et si elle justifie ou non en cela qu'il l'explique à la classe (à moins que le maitre ne le sollicite explicitement, en fonction d'une des caractéristiques de cette production que le maitre aura analysée préalablement). Il devient donc nécessaire, pour expliquer comment il est arrivé à une solution, que l'élève puisse en identifier les étapes essentielles, et, pour cela, supprimer les essais erronés, raccourcir la présentation d'essais successifs voisins...

L'objectif d'une communication à la classe amène ainsi progressivement les élèves à améliorer la trace écrite de leur travail de recherche : ils comprendront l'intérêt, dans les situations suivantes, d'annoter leurs essais afin de pouvoir faire des bilans et modifier éventuellement leurs méthodes.

Comme son nom l'indique, la mise en commun est avant tout un temps d'échange, chacun se trouvant alternativement dans le rôle d'émetteur ou de récepteur. C'est aussi lorsqu'il se trouve dans la position d'auditeur, que l'élève peut comprendre comment améliorer sa stratégie, lors de l'exposé de solutions d'autres élèves qui ont pu résoudre partiellement des difficultés qu'il a lui-même rencontrées. Il prendra ainsi conscience dans la première mise en commun concernant la recherche de trois nombres qui se suivent dont la somme est 96, par exemple, de l'intérêt d'essayer avec des dizaines entières, ou d'essayer des triplets de nombres qui se suivent, de prendre en compte l'écart entre un résultat et la solution. Ainsi, nous avons constaté que ce dernier aspect était pris en compte d'une façon plus accentuée dans la seconde étape de la première phase (recherche pour 354) après la mise en commun de la recherche pour 96.

La communication orale, pour être efficace, exige de celui qui expose, un minimum de capacités d'expression, ce qui conduit les élèves, par les questions qui leur sont posées, à mieux formuler leurs propositions, à utiliser des termes précis, et peut ainsi amener une clarification de la pensée.

3.2. Une autre fonction de l'oral en mathématiques est d'interroger pour pouvoir comprendre les méthodes exposées, pour élucider une démarche trop succinctement présentée ou pour faire repréciser des termes (dans la seconde phase des expressions comme *petits nombres* sont trop imprécises) ; ces demandes pouvant provenir des élèves. Mais de façon complémentaire, l'élève en situation d'écoute est parfois obligé de reformuler, pour lui-même ou pour la classe, des méthodes produites et exposées par d'autres pour pouvoir en analyser les caractéristiques essentielles, et comprendre ce en quoi elles sont éventuellement plus pertinentes ou performantes que les siennes.

3.3. Le recours à l'oral permet également la critique : elle peut porter sur la pertinence de procédures relativement à la question posée, sur leur mise en œuvre (sont-elles économiques, rapides ?), et permettre de relever des erreurs dans leur déroulement. À l'école primaire, cette critique est difficile par écrit, notamment à cause de :

- l'imprécision des formulations en mathématiques (due en particulier à l'emploi difficile de notations symboliques) ;
- la faible capacité de certains élèves à s'approprier et donc discuter des écrits présentant des insuffisances ou des méthodes différentes de celles qu'ils ont utilisées ;
- la lourdeur d'un processus de communication écrite pour assurer une réelle interaction et l'élucidation plus laborieuse des résultats et méthodes qui en résulterait.

3.4. L'exploitation de ces échanges suppose que le maitre effectue des choix lors des mises en commun. Le but des mises en commun de la première phase de la situation décrite ici n'est pas l'institutionnalisation d'une nouvelle connaissance, mais la confrontation des solutions avec les contraintes du problème, la formulation des méthodes, la prise de conscience des erreurs.

La gestion de ces échanges est difficile et deux écueils sont, en particulier, à éviter. Tout d'abord, il ne s'agit pas de montrer toutes les méthodes, car les élèves se lasseraient d'un tel exposé et il ne pourrait pas y avoir une critique de chacune d'elles. Le fait de laisser exposer des méthodes sans pouvoir prendre le temps de les analyser pourrait alors laisser croire que toutes se valent, ou empêcherait les élèves de reconnaitre les caractéristiques intéressantes de procédures parfois très différentes les unes des autres.

Par ailleurs, il ne s'agit pas de faire une correction en présentant une solution type (trop spécifique à ce problème dont la systématisation ne présenterait aucun intérêt), ou de privilégier la « meilleure solution », ce qui n'a pas de sens dans ce problème où l'objectif est d'abord de développer des méthodologies de recherche personnelles (émettre des hypothèses, gérer des essais successifs, en organiser la trace écrite...). Une solution modèle ne pourrait amener qu'un désinvestissement des élèves les plus faibles qui ne verraient pas leurs démarches prises en compte car ils ne pourraient pas les faire évoluer pour les améliorer.

A l'issue de la mise en commun suivant la recherche d'un problème, certains élèves sont capables de repérer des critères d'efficacité leur permettant d'améliorer leurs procédures, dans le cadre de la situation proposée, parfois même d'en repérer leur caractère plus général, transférable à des situations différentes. Mais d'autres auront encore besoin d'être confrontés à une situation analogue, dans laquelle ils pourront réinvestir ce qu'ils ont pu découvrir.

Pour mener à bien le travail relatif à la mise en commun, le maitre doit effectuer l'analyse préalable des procédures (pour identifier celles qui sont voisines, repérer les difficultés rencontrées par certains élèves), de manière à déterminer ainsi le choix d'un objectif pour la mise en commun (par exemple faire accéder les élèves les plus faibles à des procédures plus efficaces, même si ces procédures ne sont pas encore les plus performantes).

Dans le déroulement des mises en commun d'un tel problème, il est souvent utile de faire expliciter successivement des productions :
- qui ne prennent pas en compte toutes les contraintes,
- qui sont des solutions inachevées,
- qui proposent des solutions dont les méthodes sont accessibles aux plus faibles,
- ou encore des solutions performantes mais qui peuvent mettre en jeu des connaissances mal assimilées par d'autres.

4. L'IMPORTANCE DES DÉBATS ARGUMENTATIFS EN MATHÉMATIQUES

4.1. L'échange oral est aussi le cadre d'un apprentissage d'un mode de pensée spécifique : celui des règles de raisonnement en mathématiques

Dans la situation des trois nombres qui se suivent, lors de la deuxième phase, les échanges oraux sont essentiellement centrés sur la preuve qu'une proposition (il n'y a pas de solution pour 25) est vraie ; ils constituent un travail d'argumentation mathématique portant sur l'élaboration de preuves et leur critique. Cette activité est différente de celle menée lors de la première phase qui portait sur l'explication de résultats ou la formulation d'un jugement sur des méthodes, selon des critères de conformité aux caractéristiques de la situation ou de fiabilité, d'économie, de rapidité. Il s'agit maintenant, pour les élèves, d'établir, par des raisonnements, la valeur de vérité d'une proposition mathématique.

Nous avons vu que les élèves émettent parfois des réponses qui ne s'accompagnent pas de justification, ou utilisent des arguments redondants, ou qui témoignent simplement d'une adhésion *(parce que c'est vrai)*, ou qui relèvent d'un simple constat *(parce que je n'en ai pas trouvé)*. Une situation comme celle qui vient d'être analysée fournit l'occasion de prendre conscience qu'on ne peut en rester à des affirmations de ce type.

D'autres réponses sont accompagnées d'une justification appuyée sur une proposition mathématique. Parmi celles-ci nous avons pu distinguer celles qui sont des propriétés vraies mais non probantes *(parce que 25 est impair)*, celles qui ne répondent que partiellement à l'exigence de preuve (7 + 8 + 9 = 24), et d'autres enfin qui constituent une preuve véritable. Le débat, sous la conduite vigilante du maitre, va permettre de mettre en évidence l'insuffisance de certaines de ces propositions.

En effet, un des buts essentiels des débats argumentatifs en mathématiques, à l'école primaire, est d'amener les élèves à commencer à comprendre et s'approprier les enjeux et les règles de la rationalité mathématique. Il s'agit, en particulier, de comprendre qu'une proposition mathématique est vraie ou fausse, que sa valeur de vérité ne dépend pas du sujet qui l'énonce, qu'un contre-exemple invalide une proposition, qu'une proposition ne peut pas être prouvée à partir d'un exemple, et de distinguer la valeur de vérité d'une proposition et celle d'un argument. Notre but n'est pas que les élèves de l'école primaire apprennent précocement à démontrer ; cet apprentissage se fera au Collège, lorsqu'ils disposeront des connaissances nécessaires, de langages symboliques, qu'ils auront identifié des théorèmes... Par contre, il nous semble possible d'amener les élèves à faire la différence entre leurs connaissances privées (ce qu'ils croient savoir) et un savoir mathématique qu'ils peuvent justifier par un raisonnement, en s'appuyant sur d'autres savoirs reconnus.

A l'occasion du travail que nous avons développé sur l'argumentation nous avons pu constater qu'au CM les élèves sont capables de prendre en compte les arguments des autres, d'entrer dans un dialogue argumentatif élaboré selon des critères mathématiques (qui se différencient des débats dans les autres domaines). De plus, si les capacités à développer des démarches de preuve sont en premier lieu fonction des connaissances, des progrès ont été constatés sur quelques points :

- l'amélioration des formulations de propositions par les élèves pour en permettre le débat ;
- l'élaboration de preuves et leur critique. Dans leur recherche de preuves, les élèves distinguent progressivement la valeur de vérité d'un énoncé et la valeur de vérité de l'argument qui le fonde. Beaucoup aussi sont en mesure d'utiliser et de produire à bon escient un contre-exemple pour réfuter une généralisation fausse, et de comprendre qu'un contre-exemple n'a pas le même statut qu'un exemple ;
- une plus grande capacité à remettre en cause des convictions antérieures ou des représentations fausses pour en établir de nouvelles.

4.2. Des situations présentant un réel enjeu de preuve doivent être mises en œuvre, pour que ce travail de preuve puisse être mené en s'appuyant sur des échanges oraux supposant que des hypothèses soient formulées par les élèves et débattues.

Ces situations peuvent être des problèmes ouverts, représentant un réel défi intellectuel pour la classe. Elles peuvent aussi être des situations d'apprentissage visant l'acquisition de connaissances nouvelles, notre équipe en a élaboré et expérimenté pour le CM concernant les apprentissages numériques (2), en particulier si les élèves disposent dans ce domaine de conceptions erronées ou incomplètes mais assez stables. Dans de telles situations, la construction et le développement des connaissances s'appuient de façon essentielle sur des phases de débat argumentatif : la valeur de vérité de propositions nouvelles y est établie en faisant appel à des savoirs connus et à des règles de raisonnement. Le cas échéant ces propositions acquièrent ensuite un statut de savoir aux yeux des élèves.

La mise en œuvre de débats argumentatifs dans ces situations demande au maitre :

- d'organiser le débat dans certaines phases (formulation de propositions, débat en groupes ou collectifs), en expliciter les règles (les propositions de tous peuvent être remises en question ; en mathématiques, pour débattre on s'appuie sur des propriétés clairement énoncées sur lesquelles on s'est mis d'accord,...) ;
- d'effectuer des choix dans d'autres phases (tri de ces propositions, synthèse si les élèves n'ont pu se mettre d'accord ou si cet accord semble se faire sur une proposition erronée) ;
- d'apporter des conclusions, en rappelant des savoirs connus des élèves dans ces moments.

C'est en particulier, la distinction de ces différents rôles du maitre dans le rapport à l'établissement de la vérité, et sa reconnaissance par les élèves, qui rend la gestion de ces situations particulièrement délicate.

NOTES

(1) *Apprentissages numériques et résolution de problèmes*, ed. Hatier, collection ERMEL Grande Section (1990), CP (1991), CE1 (1993), CE2 (1995), CM1 (1997), CM2 (à paraitre en 1999).

(2) La descriptions de ces situations, le bilan de leur expérimentation, ainsi que l'analyse des compétences argumentatives des élèves dans le domaine des mathématiques, et les enjeux spécifiques associés, seront exposés dans la publication INRP : *Vrai ? Faux ?... On en débat ! De l'argumentation vers la preuve en mathématiques au Cours Moyen* (A paraitre 1998)

BIBLIOGRAPHIE

BALACHEFF N. (1987) : Processus de preuve et situations de validation, *Educational Studies in Mathematics*, 18.

BALACHEFF N. (1988) : Une étude du processus de preuve en mathématiques chez les élèves de collège, *Thèse*, Université Joseph Fourier, Grenoble.

BRASSART D. (1990) : Le développement des capacités discursives chez l'enfant de 8 à 12 ans, *Revue Française de Pédagogie*, 110

DUVAL R (1991) : Structure du raisonnement déductif et apprentissage de la démonstration, *Educational Studies in Mathematics*, 22.

DUVAL R. (1992) : Argumenter, démontrer, expliquer : continuité ou rupture cognitive - *Petit x*, 31.

GOLDER C. (1992) : Argumenter : de la justification à la négociation, *Archives de Psychologie*, Vol.60, n° 232, Ed. Médecine et Hygiène, Genève.

GRIZE J.-B. (1990) : *Logique et langage*, Orphys

PERELMAN C. et OLBRECHTS-TYTECA L. (1958) : *Traité de l'argumentation*, Ed. Univ., Bruxelles.

PIAGET J. (1924) : *Le jugement et le raisonnement chez l'enfant*, Neuchâtel, Delachaux et Niestlé.

TOULMIN S.E. (1958) : *Les usages de l'argumentation*, PUF (1993)