UN EXEMPLE DE PARCOURS DE L'INNOVATION À LA RECHERCHE*

Marc LEGRAND

Résumé. *Marc Legrand part du constat de la disproportion du temps passé par les élèves à faire des mathématiques et du rôle dérisoire qu'elles jouent dans leur formation. Cet échec n'est pas dû à une incapacité des élèves, mais au fait qu'on s'y prend mal dans l'enseignement des mathématiques.*
Trop souvent en cours de mathématique le doute n'est pas permis pour l'élève, le professeur énonce le théorème, vérité absolue. L'auteur propose une didactique de la mathématique basée sur le « conflit cognitif ». Il nous livre une expérience pédagogique réalisée avec des étudiants en DEUG.

Abstract. *Marc Legrand begins with the fact that the great amount of time spent by pupils learning mathematics is disproportionate to the small role it plays in their education. This failure is not due to the pupils' imability but to the poor teaching of mathematics.*
During maths lessons, the pupils are hardly ever allowed to express doubt; the teacher states the theorem as can sbsolute truth. The author presents a teaching method of mathematics based on the cognitive conflict and describes a teaching experiment carried out with first and second year university students.

Aujourd'hui je suis enseignant en mathématiques et chercheur en didactique des mathématiques, c'est-à-dire que j'effectue en collaboration avec d'autres enseignants un travail d'analyse pour mieux cerner les connaissances qui « passent véritablement » dans nos enseignements et identifier les compétences réelles que nos élèves ou étudiants semblent avoir acquises. Ces analyses nous ont conduits à mettre en place des innovations pédagogiques que nous ne menons pas comme des expériences isolées : nous confrontons des théories existantes en psychologie cognitive et en didactique des mathématiques à la pratique du terrain et nous portons nos expérimentations au regard d'une communauté scientifique qui les examine de façon critique.

Je veux ici décrire très naïvement les étapes significatives d'un parcours qui m'a conduit de l'innovation pédagogique spontanée à la recherche en didactique.

(*) Ce texte est tiré d'une conférence effectuée au colloque R. Delaubert, Recherche formation E.P.S., à Grenoble, en mars 1989.

1. LE POINT DE DÉPART

Le point de départ de tout cela a été bien entendu une certaine insatisfaction sur la façon dont fonctionne l'enseignement dans la discipline que j'enseigne : les mathématiques. J'avais l'impression d'une disproportion entre le temps que les élèves passaient à faire des mathématiques, et le rôle un peu dérisoire que cette discipline semblait jouer dans leur formation.

Mais au fait, que représentent les mathématiques ?

C'est un outil très puissant qui paradoxalement est suffisamment abstrait pour intervenir dans la modélisation de la plupart des problèmes concrets : quand vous avez un problème réel, il est en général beaucoup trop compliqué à envisager pour que vous puissiez en dire quelque chose d'un peu certain. Donc que fait-on ? On le simplifie, on le modélise. En général les mathématiques n'interviennent pas directement dans le réel, mais seulement une fois qu'on a modélisé une situation, car il faut qu'une situation soit fortement idéalisée pour qu'on devienne capable de prévoir, d'anticiper avec une très bonne fiabilité...

Or, pour que les mathématiques puissent jouer ce rôle-là, il me semble que la compréhension de ce que l'on fait est une nécessité absolue, sinon comment tirer profit de quelque chose qui n'est plus suffisamment ancré dans le réel sensible pour exister indépendamment de ce qu'on en pense ? Si on n'explique pas, si on ne comprend pas ce qu'on fait, l'activité mathématique devient une sorte de non-sens en soi.

Donc c'était cela le point d'achoppement : j'avais le sentiment que cette discipline n'avait du sens que si précisément ceux qui l'apprenaient étaient capables de la « penser », de contrôler ce qu'ils étaient en train de faire en la pratiquant ; or je constatais que ce n'était pas ce qui se passait dans les classes, que le sens y était relativement absent, que l'activité principale consistait à mettre en application des formules dont la plupart des élèves ignoraient l'origine, les finalités et les limites.

Pour moi, ce rapport aux mathématiques est dangereux sur le plan social et un peu fou sur le plan humain. Les élèves pratiquent les rites nécessaires pour que les opérations fonctionnent, il se passe ou non ce qui était prévu, ça n'a plus l'air d'être dans le champ de leurs préoccupations, ce n'est pas de leur faute si ça ne marche pas.

Voilà donc mieux identifiée l'insatisfaction du départ : l'enseignement des mathématiques ne respecte pas ce qui caractérise cette discipline, et ce faisant, ne respecte pas non plus la formation de l'homme à laquelle il pourrait par nature très largement contribuer.

Face à cette insatisfaction largement partagée, on voit trois types d'analyse :

— l'un consiste à dire : « c'est la faute des élèves ! »,

— le deuxième :« c'est à cause des professeurs »,

— et le troisième arrive à la conclusion que « de toute façon le problème est impossible à résoudre » car la plupart des élèves ne peuvent entrer dans une problématique intellectuelle de modélisation.

À voir le comportement des élèves quand ils sont pris dans un jeu, mon analyse personnelle était dès le départ que la cause essentielle de l'échec ne relevait pas d'une incapacité fondamentale des élèves ; le problème venait à mon sens essentiellement du fait qu'on s'y prenait mal.

2. LES SOLUTIONS DIDACTIQUES NAÏVES

Alors à partir de là, en tant que jeune « prof », qu'ai je essayé de faire ?

« Les élèves ne mettent pas de sens, ils n'arrivent pas à réaliser le pourquoi et le comment ! Bon, eh bien je vais leur donner de bonnes explications ! »

J'ai donc donné des explications, des paquets d'explications !... J'ai utilisé des métaphores, des comparaisons, des images, des dessins... Et puis j'ai exploité aussi ce que les professeurs utilisent énormément, j'ai essayé de les séduire, de présenter les choses de façon agréable pour qu'ils s'intéressent à une discipline rébarbative pour eux. J'ai aussi employé ce qui est fréquent dans l'enseignement, le côté un petit peu moralisateur : s'ils ne donnaient pas de sens à ce qu'ils faisaient, je leur faisais entendre que « ce n'était pas bien » de leur part.

Tout cela, je ne le renie pas, et je ne dis pas qu'il ne faut pas le faire du tout, mais il faut être conscient qu'on le fait, décider quand on le fait et imaginer l'impact que cela peut avoir sur la connaissance. En effet, si j'étais un « prof heureux » qui avait le sentiment de bien enseigner, de nombreux indices m'ont montré depuis, que mes élèves ou mes étudiants ne comprenaient pas aussi bien que je le pensais l'essentiel de ce que je leur racontais !

Autour des années 1970, beaucoup de professeurs dynamiques se sont regroupés au sein des IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques), et je me suis joint à eux en 1976. Le système était très positif, puisqu'il regroupait des enseignants du Supérieur, du Secondaire et parfois aussi du Primaire qui se retrouvaient côte à côte, sans aucune hiérarchie, pour essayer de réfléchir ensemble sur l'enseignement. Et cependant, malgré cet environnement favorable, je me suis trouvé là face à un insurmontable problème de communication que vous avez peut-être rencontré vous-même: dès qu'il s'agissait de toucher aux problèmes de fond, de discuter de nos divergences de méthodes, de mieux comprendre les mécanismes utilisés, je tombais sur un mur, un point de blocage, voire de rupture ! Idéologiquement on était tous d'accord, mais sur le plan de l'analyse objective et des réalisations concrètes, soit on n'arrivait pas à progresser, soit on aboutissait à des oppositions extrêmement violentes.

En général, on explique ces dysfonctionnements par des incompatibilités de caractères ; fondamentalement je n'y crois plus ! En effet, j'ai pu constater depuis, que le manque de compréhension des mécanismes didactiques qu'on utilise instinctivement interdit toute reproductibilité : si on a l'impression que quelque chose a bien marché, de façon toute naturelle on a envie soi-même de le reproduire et a fortiori que d'autres puissent le refaire, mais dès qu'on entre dans cette problématique de reproductibilité, s'il n'y a pas d'éléments théoriques derrière on tombe dans le piège de l'incommunicabilité. Celle-ci se place à deux niveaux, d'une part au niveau des discussions avec les autres et d'autre part des discussions avec soi-même : il m'a fallu un bon moment pour découvrir qu'un certain nombre de mécanismes que j'avais pu mettre en place instinctivement au niveau 6^{e}-5^{e} et qui semblaient fonctionner de la même façon avec des étudiants de licence ou de préparation à l'agrégation ne « marchaient » plus forcément ailleurs, en DEUG par exemple.

3. VERS UNE APPROCHE PLUS THÉORIQUE

Je place cette approche théorique à trois niveaux :

— *un niveau épistémologique*, qui consiste à se poser la question de la nature profonde de la discipline qu'on est en train d'enseigner, par exemple en mathématiques, cela revient à se poser les questions : que sont les mathématiques, à quoi servent-elles, comment travaillent les mathématiciens, qu'est-ce qui légitime un certain nombre d'actions dans cette discipline, etc. ?

— un deuxième aspect théorique, celui qu'on pourrait appeler *l'aspect cognitif*, i.e. de quelle façon peut-on apprendre, de quelle façon fonctionne la transmission des connaissances ? Les modèles cognitifs sont eux, en un certain sens, moins liés à la discipline considérée que l'épistémologie, même si un certain nombre de composantes demeurent spécifiques de la discipline qu'on enseigne.

— Enfin, un troisième aspect qui est *la finalité* de ce qu'on est en train de faire : dans quel cadre global se place l'action d'apprentissage qu'on organise, dans *quelle éthique* ? Des élèves donnés, à un niveau donné, dans une discipline précise, vont déboucher demain dans une vie active difficile qui ne tiendra aucun compte de nos découpages disciplinaires ; ils devront en partie par notre enseignement parcellaire et spécialisé pouvoir trouver une place dans un environnement social et culturel plein de coutumes et de conventions ; ils devront participer à différents « jeux » sociaux. Seront-ils assez armés pour en décoder les règles, afin que ces « jeux » deviennent jouables, humainement jouables, pour eux aussi ?

Au niveau socio-culturel, il me semble relativement essentiel pour nous mathématiciens d'envisager l'enseignement, même dans le Supérieur, comme s'adressant à des étudiants qui dans l'ensemble ne deviendront pas des spécialistes des mathématiques. Il faut donc voir ce qui va être prioritaire dans nos impulsions didactiques. Si l'on considère que ces « autres connaissances » sont au moins équivalentes aux connaissances spécifiques de la discipline, il faut qu'au niveau de notre didactique on retrouve cet équilibre : pour la plupart de nos élèves, les théorèmes, les propriétés que nous leur enseignons, seront totalement oubliés dans dix ans et nous le savons bien ! Cela ne les gênera pas vraiment si en les étudiant ils ont découvert des méthodes de travail, des modes de pensée qu'ils n'auraient peut-être pas pu acquérir aussi profondément s'ils avaient été « privés de mathématiques ».

Il est clair que ce qui compte le plus dans ce que nous enseignons à l'école, c'est ce qui pourra être réinvesti (et non pas répété) à l'extérieur.

Au niveau épistémologique : Qu'est-ce qui caractérise l'activité mathématique ? Qu'est-ce qui fait que les professeurs de mathématiques aiment bien leur discipline, peuvent passer beaucoup de temps dessus, s'y intéressent, s'y passionnent ? On va peut-être trouver ainsi des explications au fait que beaucoup d'élèves s'y ennuient horriblement et ne s'y investissent pas.

En effet, on s'aperçoit en regardant les mathématiciens « fonctionner » dans leur vie privée de chercheurs que ce qui caractérise leur attitude c'est une sorte de fébrilité, de curiosité et de doute. Un mathématicien s'intéresse à un théorème surtout avant qu'il ne le devienne ; ce qui le passionne ce sont les *conjectures*, c'est-à-dire ces affirmations qu'il pense sérieusement être vraies, mais dont il n'a pas encore établi la certitude.

Vous voyez, dans cette démarche mathématique il y a en permanence une volonté d'anticipation, de prévision de ce que l'on ne voit pas encore. En fait, si on le voyait d'évidence, on n'aurait (contrairement à leur image d'Épinal) pas besoin de faire des mathématiques.

Ainsi la recherche nous a progressivement conduits à nous poser très sérieusement la question : retrouve-t-on à l'école les ingrédients fondamentaux qui font le sel de l'activité du chercheur et du mathématicien ? Pour l'élève, la classe de mathématiques est-elle un lieu où le doute a une fonction positive ? Ou bien, au contraire, le cours que nous professons n'est-il pas un oasis de certitude où le doute est banni ?

Si vous essayez de vous souvenir de ce qui s'est passé au cours de vos propres études en mathématiques, vous réaliserez tout d'abord que le mot *conjecture* n'a pas dû être prononcé bien souvent ! Ce que, par contre, vous avez certainement rencontré en classe de mathématiques, ce sont les théorèmes. Et même si vous n'avez pas toujours compris ce qu'ils signifiaient, vous saviez néanmoins que lorsqu'un professeur écrivait au tableau « théorème », il annonçait une vérité absolue et intangible ! Ainsi il arrive régulièrement en cours de mathématiques des réponses à des questions qu'on ne se pose pas (en tout cas que la plupart des élèves ne se posent pas) ; ces réponses ont un caractère absolu, elles sont complètes et définitives.

Puis après ça, que se passe-t-il ? Normalement, pour vous qui assistez un peu passivement à la pièce, elle est jouée : « c'est vrai ! n'en parlons plus ! » Eh bien non ! La pièce n'est pas finie, il lui manque même son apothéose, c'est le dernier acte, celui qui a pour titre

« démonstration ». L'activité de démonstration, c'est bien entendu pour l'enseignant, le moyen qui permet de relier logiquement les hypothèses à la conclusion, c'est aussi un moyen d'expliquer pourquoi on a tel résultat et non le contraire. La démonstration est donc pour l'enseignant cette action hautement significative qui fonde l'activité mathématique : *pour beaucoup d'élèves, la démonstration du professeur de mathématiques est un peu comme la langue de bois du discours politique.*

En effet, pour eux c'est une activité totalement inutile, car on leur a présenté un résultat qui ne leur apparaît pas comme franchement problématique, et on leur a affirmé que c'était définitivement vrai, puis sans même leur avoir laissé le temps de bien comprendre de quoi il s'agissait effectivement, on leur dit : « je vais maintenant vous montrer que c'est bien vrai ». Et alors commence l'exposé d'arguments plus compliqués les uns que les autres qui défilent à une vitesse qui leur interdit tout net d'avoir le moindre jugement personnel et d'exercer la moindre critique. Finalement ils sont bien plus persuadés que c'est vrai, parce que celui qui le leur a dit au départ avait une casquette de spécialiste que par tout ce qu'ils viennent d'entendre.

Je caricature bien sûr pour faire comprendre le ridicule de la situation.

L'aspect cognitif

Si on observe ce qui se passe dans l'ensemble des classes, que ce soit celles de mathématiques ou d'autres disciplines, on s'aperçoit que, bien que les enseignants soient très différents les uns des autres, il y a une similitude frappante dans leur façon d'enseigner.

Il préside à presque toutes les formes d'enseignement une forte hypothèse de transparence de la transmission directe d'une connaissance par clarté de la narration ou de l'écriture pédagogique : si on explique bien, ce qu'on énonce clairement, se transmet quasi intégralement.

L'adhésion à cette hypothèse est cruciale car, suivant que vous êtes convaincu de la transparence du bon discours pédagogique ou au contraire que vous pronostiquez un fort risque de malentendus, les didactiques que vous allez mettre en œuvre ne peuvent être les mêmes.

Si vos élèves et vous-même êtes convaincus qu'il n'y a pas trop de risques de dysfonctionnement de la communication quand la classe vit dans une grande clarté du discours pédagogique, tout le monde (le maître et les élèves qui veulent apprendre) va faire tout ce qu'il peut pour ne pas troubler cette merveilleuse harmonie intellectuelle ; en particulier en tant que meneur de jeu, l'enseignant tentera d'éviter tout conflit dans la classe. Inversement, si — comme je suis en train de le soutenir — il y a un fort risque de déformation quelle que soit la clarté du discours pédagogique, il faut mettre en place un procédé d'échange nous permettant de supporter socialement les désaccords.

Donc, dans un cas la didactique choisie va privilégier le débat entre les interlocuteurs, débat débouchant éventuellement sur un *conflit cognitif*, et dans l'autre, l'hypothèse de transparence poussera à exclure les débats qui introduisent toujours une certaine complexité et un certain désordre et à les remplacer par la répétition de la bonne information, en changeant si nécessaire de point de vue pour améliorer la compréhension du discours. Il y a effectivement conflit cognitif en classe s'il y a une prise de conscience par l'élève d'une absurdité ; la contradiction ne doit pas être forte seulement pour le professeur ! Il faut que ce soit l'élève qui dise « non, ce n'est plus possible de continuer comme ça sans se mettre d'accord ! ».

En effet, nos recherches nous l'ont progressivement montré, ce qui est une contradiction flagrante pour l'enseignant ne l'est pas forcément pour les élèves ou les étudiants. Or dans une pédagogie de l'enthousiasme et de la persuasion, comme celle que je pratiquais initialement, le professeur dit tellement fort qu'il s'agit là d'une énorme contradiction que ses élèves ou ses étudiants le disent aussi.

Ressentent-ils effectivement une contradiction mathématique ? Rien n'est moins sûr et l'expérience me l'a largement montré par la suite ; ils « voient » que le professeur « voit » une contradiction, cela leur suffit pour l'affirmer, mais pas pour la cerner et les pousser à analyser d'où elle vient !

Cette thèse de la nécessité du conflit cognitif est tout à fait contradictoire avec le procédé qui est très largement utilisé par beaucoup de « bons » professeurs : « on s'aime bien, on s'entend bien et j'aimerais bien que mes élèves continuent à m'aimer ». C'est contradictoire, parce que le conflit cognitif pour être efficace doit être violent et semble donc, a priori, s'opposer à l'amour ; c'est un obstacle pédagogique de taille. En fait, en « privant les élèves de conflits cognitifs », on leur manifeste un amour paternaliste, ils nous aiment bien, mais éventuellement à cause de cela ils « pensent tordu » !.

Je vais décrire très brièvement un type de fonctionnement didactique que nous expérimentons dans des cours du Secondaire ou du Supérieur, et plus précisément depuis cinq ans dans une section de DEUG A première année, fonctionnement didactique qui s'appuie totalement sur les considérations théoriques précédentes.

4. UNE INGÉNIERIE DIDACTIQUE : « LE DÉBAT SCIENTIFIQUE EN SITUATION DE COURS »

En général en mathématiques, on introduit d'abord la théorie, éventuellement après avoir étudié quelques exemples particuliers, puis on fait des exercices d'application. Le plus souvent, au moment où le professeur se met à théoriser, il se produit une coupure. Pour la plupart des élèves ou des étudiants, cette activité leur devient extérieure et sans rapport ni dans la forme ni dans le fond avec une quelconque réalité. Dans cette nouvelle phase, seul le professeur reste actif et semble encore doté d'un pouvoir créatif ou critique.

Pour lutter contre ce phénomène et puisque l'analyse épistémologique nous montrait que le doute et l'incertitude étaient le moteur de l'activité du mathématicien, nous avons pensé qu'il fallait à tout prix qu'ils soient présents dès le début du cours pour donner du sens à ce qu'on voulait entreprendre.

On a donc cherché à faire en sorte que le cours lui-même se déroule à partir de propositions des élèves ou des étudiants et soit l'occasion de débats contradictoires sur ces propositions, de telle sorte que les éléments théoriques viennent s'inscrire comme des réponses à de vraies questions pour nos interlocuteurs.

Par exemple, partant du problème de la tension qui s'exerce sur un fil à linge tendu horizontalement entre deux poteaux quand on suspend en son milieu un jean de 3 kg (tension qui va engendrer la rupture du fil si elle est trop importante), la question « Cette tension est-elle environ de 1,5, 3, 6, 20, 50, 100 kg ? » permet d'initialiser un débat en cours de mathématiques, qui va sous certaines conditions pouvoir déboucher sur les concepts de vecteur et/ou sur la trigonométrie.

Le but de cette première opération dans une classe de quatrième ou de troisième est de créer une sorte de pression intellectuelle par la présence simultanée d'un objectif qui semble assez facile à atteindre (le problème du fil à linge est en apparence évident) et l'impossibilité pour l'élève d'accéder à ce résultat avec les seuls moyens du bord. Ici une réponse adéquate serait plutôt 50 ou 100 kg, alors que le sens commun nous pousse vers les tensions de 1,5, 3 ou 6 kg. En discutant, les élèves vont pouvoir se persuader que la réponse « évidente » 1,5 kg n'est pas recevable, car elle correspond à un autre problème où les deux extrémités du fil seraient accrochées au plafond à la verticale du pantalon. La référence à l'expérience quotidienne montre alors que dès qu'on écarte les extrémités du fil, la tension monte ; donc dans notre problème la tension est supérieure à 1,5 kg. Les élèves peuvent alors imaginer des dispositifs expérimentaux qui vont prouver que si on ne souhaite pas que le pantalon traîne par terre, les réponses de « bon sens » 3 et 6 kg ne sont pas non plus acceptables ; à partir de là et seulement à partir de là, il se dessine un vrai problème scientifique : voir comment des tensions (qui ne sont pas bien modélisées par des nombres, mais le seront par des vecteurs quasi horizontaux) vont pouvoir s'ajouter pour qu'il en résulte une force verticale dirigée vers le haut permettant de contrer le poids du pantalon.

Le but de cette situation de départ est donc de faire d'emblée entrer l'élève dans la difficulté propre au concept de vecteurs et de créer une pression intellectuelle assez forte pour qu'il accepte à terme de faire l'effort d'abstraction qui lui sera nécessaire pour se saisir significativement de nouveaux objets théoriques délicats.

De façon générale nous débutons donc une nouvelle leçon sur une situation problématique issue de la physique ou de la vie courante. La présentation rapide est suivie d'un temps de réflexion pendant lequel l'enseignant se tait : on laisse souvent 5 ou 10 minutes aux élèves pour chercher, pour s'approprier le problème.

On s'est aperçu qu'au cours de la première ou deuxième minute de silence il ne se passait visiblement rien, ou pas grand chose. Nous interprétons ce temps de vide apparent comme un moment pendant lequel l'élève ou l'étudiant s'interroge : est-ce à moi d'entrer en scène et d'agir ? L'étudiant a pris l'habitude de voir que lorsqu'un enseignant pose une question, ce n'est pas une vraie question, c'est simplement une ponctuation dans son discours. Cela explique pourquoi la plupart des élèves ne s'investissent pas dans les questions posées : ils savent qu'ils ne pourront dans le temps imparti y apporter de réponses satisfaisantes.

Dans un deuxième temps, les participants apportent leurs réponses personnelles soit sous forme de vote comme dans le cas du pantalon, soit sous forme de conjectures, c'est-à-dire d'énoncés mis sous une forme relativement structurée, qui synthétisent ce qu'ils pensent être vrai.

Ces conjectures sont écrites telles quelles au tableau, et c'est un exercice très difficile pour l'enseignant que d'apprendre à écouter, à ne pas filtrer et modifier tout ce qui se dit et à ne pas porter sans arrêt des jugements de valeur. S'il arrange les propositions des participants pour que la discussion mathématique soit plus aisée, le professeur évite inconsciemment le conflit ou le « dégonfle » de sa potentialité cognitive : après rectification des phrases, on croit facilement que tout le monde est déjà d'accord sur la signification du problème, alors qu'éventuellement il n'en est encore rien !

Lorsqu'un certain nombre de conjectures ont été écrites au tableau, l'enseignant donne aux étudiants un nouveau temps de réflexion. Je reviens toujours sur la notion de temps, parce que lorsqu'on détient soi-même la réponse à un problème, on ne laisse jamais assez de temps aux autres pour réagir, et ensuite on les accuse de manquer de logique et d'imagination!

Ce nouveau temps doit permettre aux participants d'effectuer eux-mêmes le « nettoyage » que le professeur aurait envie de pratiquer lui-même au fur et à mesure. Une fois donc éliminées ou rectifiées un certain nombre de conjectures maladroites, l'enseignant propose d'engager la discussion sur la vérité de l'une d'entre elles qu'il choisit en fonction de son objectif didactique ou parce qu'une pression s'exerce de la part des élèves pour commencer par celle-là.

Le professeur offre alors trois possibilités aux participants pour exprimer leur avis : vrai, faux, autre.

La troisième possibilité « autre » (i.e. je ne peux pas conclure) nous semble tout à fait indispensable, sinon les élèves qui n'ont pas d'opinion affirmée vont choisir au petit bonheur la chance; et par suite les opinions « vrai » ou « faux » exprimées n'auront plus de sens, ne seront le signe d'aucun engagement intellectuel.

Vous vous représentez bien aussi que lorsqu'on se trouve au milieu d'une centaine de personnes et que la moitié d'entre elles a une opinion, qu'un tiers pense le contraire et que les autres sont indécis, il y a un vrai problème à résoudre et un véritable enjeu sur la solution qui sera adoptée, et ce, même si vous n'êtes pas au départ passionné par le sujet (ce qui est maintenant le cas de la majorité de nos élèves ou de nos étudiants).

Les énoncés du débat, lorsqu'ils sont prouvés exacts (éventuellement avec l'aide de l'enseignant) deviennent les fameux théorèmes qui dans un processus d'enseignement traditionnel sont le plus souvent considérés comme vrais avant même d'exister pour l'élève. Les énoncés faux sont eux aussi conservés dans le cours, non pas en tant que théorèmes, mais en tant qu'énoncés dont il faut se méfier car ils correspondent le plus souvent à des façons de penser plus simples, mais malbeureusement mal adaptées au problème.

Ainsi on constate régulièrement avec les élèves que lorsqu'on a un énoncé faux dans la tête, ce n'est pas du tout parce qu'on est stupide ou inapte à la science, c'est parce qu'on n'a pas totalement compris soit le problème, soit la façon de le traiter.

Mais en définitive, faire des études scientifiques n'est-ce pas en grande partie essayer de se représenter objectivement certaines réalités en s'entraînant à débusquer les visions et les raisonnements trop simplistes ?

EN GUISE DE CONCLUSION

Vous pouvez facilement imaginer que le point auquel je suis parvenu au bout de vingt cinq ans de désir intense de moins mal enseigner, est probablement très éloigné de celui auquel je serais normalement arrivé si j'avais cherché à m'améliorer en autodidacte, seul ou en choisissant de ne travailler qu'avec les gens qui pensaient comme moi.

À mon sens, nous serions fondamentalement restés dans notre problématique initiale parce qu'elle était plus naturelle et nous donnait souvent la satisfaction un peu illusoire d'une certaine réussite.

À voir ce qui se passe dans nos classes ou nos amphis, j'ai le sentiment qu'il valait la peine de faire ce pas de côté pour inscrire nos actions innovatrices dans un mouvement de recherche qui exploite et prolonge des recherches initialisées par des gens comme Bachelard ou Piaget. En effet, si dans ce que je vous raconte aujourd'hui il y a des éléments très solides, n'en doutez pas, ils résultent d'un solide mariage entre une théorie et une pratique qui refusent de se faire trop longtemps des infidélités !

Marc LEGRAND
Équipe de didactique des mathématiques
et de l'Informatique
Université J. Fourier, Grenoble.

QUELQUES RÉFÉRENCES DE RÉALISATIONS DIDACTIQUES BASÉES SUR CET ÉTAT D'ESPRIT

ARSAC (G.), MANTE (M.). — Des problèmes ouverts dans nos classes du premier cycle. *« Petit x » n°2, pp. 5-33.*

ARTIGUE (M.). — *Une expérience d'enseignement des équations différentielles en DEUG SSM première année.* Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique de Grenoble. Publications de l'IMAG, 1989.

BOSCHET (F.) et ROBERT (A.). — Acquisition des premiers concepts d'analyse sur R dans une section ordinaire de première année de DEUG. *Cahiers de didactique des Mathématiques, IREM Paris VII, n° 7.*

CAPPONI (M.-T.), DUBREUIL (F.), GUIDÉD (C.), LEGRAND (M.), PINTARD (D.), RIONDET (M.-T.). — *Apprentissage du raisonnement*, IREM de Grenoble, décembre 1985.

CHEVALLARD (Y.). — Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège, « *Petit x* » *n° 19, pp. 43-72*, 1989.

DOUADY (R.). — *Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques.* Thèse d'État, Université de Paris-VII, 1984.

GRENIER (D.), LEGRAND (M.), RICHARD (F.). — Une séquence d'enseignement sur l'intégrale en DEUG A première année. *Cahiers de Didactique des Mathématiques, IREM Paris 7, n° 22, 1985.*

JOHSUA (S.) et DUPIN (J.-J.). — *Représentations et modélisations : le « débat scientifique » dans la classe et l'apprentissage de physique.* Éditions Peter Lang S.A., Berne, 1989.

LEGRAND (M.). — Genèse et étude sommaire d'une situation codidactique: le débat scientifique en situation d'enseignement. *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique*, (C. Laborde éd.), La pensée sauvage, Grenoble, 1988.

LEGRAND (M.). — *La crise de l'enseignement, un problème de qualité.* Aléas Éditeur, Lyon, juin 1989.

L'enseignement des mathématiques au niveau universitaire. *Textes réunis par la commission INTER IREM « UNIVERSITÉ » ICME 6 - 1988.*