QUELQUES REPÈRES POUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES À L'ÉCOLE PRIMAIRE

ROLAND CHARNAY [1]

Les difficultés rencontrées par les élèves dans leur premier apprentissage des mathématiques, tout comme leurs réussites, sont aujourd'hui largement identifiées au travers d'enquêtes larges (comme les évaluations conduites à l'entrée au CE2 et à l'entrée en Sixième depuis bientôt 10 ans) ou d'études plus ciblées conduites par diverses équipes de recherche. Elles montrent qu'une proportion trop importante d'élèves (difficile cependant à chiffrer avec précision) a une maîtrise insuffisante des compétences dites "de base"[2] à la sortie de l'école primaire.

Ces études soulignent également ce que constatent les enseignants au quotidien, à savoir l'écart qui peut exister entre la maîtrise d'une connaissance (mesurée au travers de sa restitution ou de son utilisation dans un contexte proche de celui de l'apprentissage) et sa disponibilité (évaluée à travers la possibilité pour l'élève de la mobiliser, à bon escient, pour traiter des problèmes inédits, situés dans un contexte nouveau). Ce qui ne manque pas d'interroger l'enseignant convaincu que le critère d'un apprentissage réussi réside moins dans la restitution des connaissances que dans la capacité à les mobiliser, de façon opératoire, en situation de résolution de problèmes,

1 Auteur de *Pourquoi des mathématiques à l'école*, ESF, 1996 et responsable avec Jacques Douaire, Jean-Claude Guillaume et Dominique Valentin (sous la direction de Jacques Colomb) des publications de la série ERMEL (Hatier) issues des recherches de l'équipe de didactique des mathématiques de l'INRP.

2 Les compétences "de base" sont définies comme celles "qui sont nécessaires aux élèves pour profiter pleinement des enseignements de la classe dans laquelle ils entrent"; celles dites "approfondies" comme celles "qui se rapportent à des savoirs et savoir-faire en cours d'acquisition et dont la maîtrise ne sera effective que plus tard" ; enfin, celles dites "remarquables" comme celles "qui se réfèrent à des contenus et des démarches qui seront développées ultérieurement au cours du cycle" (Évaluations CE2-sixième, *Les dossiers d'éducation et formations*, n° 100, juin 1998, Direction de la Programmation et du Développement, Ministère de l'Éducation Nationale, de la Recherche et de la Technologie). D'après cette étude, selon les domaines, de 20 % à 30 % des élèves ne maîtrisent pas les compétences de base. Encore faut-il préciser que certains de ces mêmes élèves maîtrisent des compétences approfondies, voire remarquables.

notamment de problèmes nouveaux, inédits, différents de ceux auxquels on a déjà été confronté à l'école. Autrement dit, que les connaissances puissent être mobilisées en dehors de leur contexte d'apprentissage...

L'accent ainsi mis sur l'aspect opératoire des connaissances (pour traiter des problèmes) se trouve aujourd'hui renforcé par l'existence et la diffusion très large des moyens modernes de calcul. En clair, il est plus important pour les élèves de savoir utiliser les fameuses quatre opérations de façon appropriée que d'être capable de virtuosité dans l'exécution des techniques opératoires.

La priorité se trouve aujourd'hui moins dans une nouvelle modification des programmes (déjà toilettés à plusieurs reprises et largement allégés au cours des deux dernières décennies) que dans un approfondissement de la réflexion sur les conditions qui permettraient au plus grand nombre d'élèves de s'approprier correctement (au sens développé plus haut) des connaissances qui leur permettront tout à la fois de poursuivre leur scolarité dans les disciplines qui utilisent les mathématiques, de disposer des outils qui feront d'eux des citoyens lucides et de se frotter à la culture mathématique, "honneur de l'esprit humain" (selon la belle formule de Jean Dieudonné)[3].

Les travaux conduits par différentes équipes de recherche en didactique des mathématiques[4] permettent d'apporter des éléments de réponse qui doivent être mis à disposition des enseignants, par le biais notamment des institutions de formation. Ces travaux s'appuient sur une analyse multidimensionnelle : du côté du savoir enseigné (notamment en référence au savoir mathématique et à ses usages sociaux), du côté des élèves (en particulier de l'étude de leur rapport au savoir) et bien entendu du côté de l'enseignement (et de l'étude des dispositifs utilisés ou utilisables).

Ce sont quelques-unes de ces pistes que nous souhaitons présenter ici, illustrées par un exemple qui accompagnera notre propos : celui du premier enseignement organisé des nombres entiers, au début de l'entrée à l'école élémentaire[5] (classe de Cours Préparatoire). A l'école maternelle, comme dans leur environnement social, les élèves travaillent très tôt avec les nombres entiers. Dès la fin de Grande Section d'école maternelle et, principalement, au cours préparatoire, il s'agit de structurer et de compléter les premiers éléments de connaissance acquis par les élèves.

DU CÔTÉ DU SAVOIR

Il a fallu plusieurs siècles (sans doute plusieurs millénaires) pour que, à partir des tout premiers usages des nombres, l'humanité élabore les savoirs de l'arithmétique (qui est encore objet de recherche pour des mathématiciens actuels).

Au-delà des connaissances "techniques" sur les nombres (savoir les réciter, savoir les lire et les écrire, ...) quels sont les principaux problèmes dont la résolution nécessite l'usage des nombres et que le jeune élève du début de l'école élémentaire doit déjà maîtriser. Il s'agit en quelque sorte de commencer à l'aider à répondre à cette question fondamentale : à quoi servent les nombres ?

Ce sera la première interrogation du didacticien et du pédagogue. Il trouvera certains éléments de réponse du côté de l'histoire des concepts et de leur construction longue et parfois chaotique. Il ne s'agit pas de refaire avec les élèves l'ensemble du parcours historique, ce qui est d'ailleurs impossible compte tenu des conditions sociales et culturelles dans lesquelles ils se trouvent (notre civilisation est fortement "numérisée"), mais, plus modestement,

3 Jean Dieudonné, *Pour l'honneur de l'esprit humain*, Paris, Hachette, 1987.

4 L'équipe de l'INRP (équipe ERMEL) à laquelle appartient l'auteur de ces lignes vient ainsi de publier un ensemble complet d'activités d'enseignement, issu de 15 années de recherche, pour l'ensemble de l'école élémentaire (de la Grande Section d'école maternelle au CM2) sur le thème des apprentissages numériques et de la résolution de problèmes (ouvrages de la série ERMEL, chez Hatier).

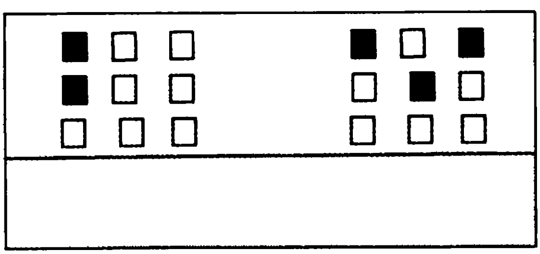
5 L'école primaire est actuellement découpée en école maternelle et école élémentaire.

de refaire une partie de cette construction, celle qui concerne justement quelques grands problèmes fondamentaux qui donnent sens au concept.

On peut ainsi imaginer, et les traces laissées par nos ancêtres nous y incitent, qu'un des premiers problèmes que l'homme a cherché à traiter est celui de la "mémoire des quantités" et de leur comparaison : comment savoir si j'ai autant d'objets aujourd'hui qu'hier, s'il y a là-bas autant qu'ici,... Un autre problème qui est sans doute apparu très vite est celui lié à la maîtrise de l'évolution des quantités, par exemple à la possibilité d'anticiper l'effet d'une augmentation ou d'une diminution.

Le repérage des situations de référence pour un concept donné (celles que Guy Brousseau nomme "situations fondamentales[6]" et pour le traitement desquelles le concept apparaît comme l'outil le plus approprié), à un moment donné de son apprentissage, constitue ainsi un premier chantier pour qui veut élaborer un dispositif d'enseignement.

La situation suivante (les wagons) a été élaborée dans cette perspective par l'équipe ERMEL dans le but de confronter les élèves de Grande Section d'école maternelle à un problème dont la résolution nécessite l'utilisation des nombres dans leur première fonction : conserver la "mémoire des quantités".



Ce dispositif représente un wagon, au bord d'un quai (partie grisée) avec des places occupées (cases noires) et des places libres (cases blanches).

Les élèves sont invités à aller chercher des cubes (les voyageurs) situés dans un endroit éloigné.

Ils doivent en ramener autant qu'il y a de places libres (*"juste ce qu'il faut, pas plus, pas moins"*).

Plusieurs conditions doivent être respectées pour que la situation permette le travail souhaité de la part des élèves :

- La quantité de places vides doit être suffisante pour que le problème ne puisse pas être résolu en mémorisant simplement les positions qu'elles occupent : le recours au nombre ne serait alors plus nécessaire ;
- Les voyageurs doivent être situés à un emplacement à partir duquel il n'est pas possible de voir le wagon et les places vides : sinon l'élève peut résoudre le problème en prenant les voyageurs un par un, au fur et à mesure qu'il parcourt du doigt ou du regard chaque place vide ;
- Un seul voyage doit être autorisé : si plusieurs voyages sont permis, l'élève peut procéder par ajustements successifs, et ne pas ressentir la nécessité d'évaluer la quantité de places disponibles ; cette contrainte de n'utiliser qu'un seul voyage n'est introduite qu'après une phase "d'appropriation", au cours de laquelle plusieurs voyages sont d'abord autorisés, permettant de premières solutions par ajustements.

Comme on le voit, pour que le savoir visé soit *nécessaire* à la résolution du problème, un certain nombre de conditions doivent être respectées. Elles permettent d'identifier ce que les didacticiens appellent *"variables didactiques"* de la situation, et qui correspondent à des éléments de la situation dont des changements de valeur peuvent influer sur les procédures de résolution utilisées par les élèves.

Nous avons ainsi décrit une partie du travail du responsable des programmes, du chercheur ou de l'enseignant qui doit déterminer, pour un niveau donné, les aspects du savoir à enseigner et les modalités les plus appropriées pour en favoriser l'apprentissage effectif, c'est-à-dire une partie du travail de *transposition didactique*[7] qui *"d'un objet de savoir à enseigner fait un objet d'enseignement"*. Nous avons privilégié ici le regard sur l'aspect opératoire de la connaissance, mais très rapidement les outils conceptuels qui ont été élaborés pour résoudre une catégorie de problèmes vont devenir eux-mêmes objets d'étude, pour être mieux connus, mieux maîtrisés et donc plus disponibles *pour traiter de nouvelles catégories de problèmes.*

6 Guy Brousseau, *Théorie des situations didactiques*, Grenoble, La Pensée sauvage, 1998.

7 Yves Chevallard, *La transposition didactique*, Grenoble, La Pensée sauvage, 1985.

On entre ainsi dans la dynamique d'une *dialectique outil-objet*[8], dans laquelle, par exemple, les nombres sont, à certains moments, "outils" pour garder la mémoire des quantités, pour anticiper l'effet d'une augmentation, pour préparer une répartition équitable, ... et, à d'autres moments, "objets" étudiés pour eux-mêmes (leur organisation, leurs modes de désignation,...). Élaborer une organisation convenable de ces différents moments constitue une autre tâche importante pour le chercheur comme pour l'enseignant.

DU CÔTÉ DES ÉLÈVES

Si on admet, à la suite de Piaget, que *la connaissance est le résultat d'une adaptation*, que la connaissance est appropriée par l'élève dans le cadre d'une confrontation entre son état actuel de savoir et des situations nouvelles ou dans le cadre d'une interaction avec d'autres points de vue qui l'obligent à s'adapter, on est conduit à prendre en considération, aux différentes étapes de l'apprentissage, les conceptions et les compétences réelles des élèves relativement au domaine conceptuel étudié.

Au moment où on propose le problème des "wagons" aux élèves d'école maternelle, leurs connaissances des nombres sont très variables. Pour certains, le nombre n'est qu'un élément d'une chaîne verbale *(un, deux, trois, ...)* plus ou moins maîtrisée, pour d'autres il évoque l'idée de numéro alors que pour d'autres encore il permet déjà de dénombrer une collection en attribuant successivement un mot de la chaîne verbale à chacun des objets de la collection. Les conceptions relatives aux nombres peuvent donc être très différentes. De la même manière, les compétences relatives à la maîtrise de la chaîne verbale ne sont pas les mêmes pour tous : certains la connaissent relativement loin (au-delà de vingt), alors que d'autres inversent ou oublient certains mots (six et dix par exemple) ; certains savent utiliser cette chaîne pour dénombrer (en ayant repéré que le dernier mot prononcé suffit à évoquer la quantité), alors que d'autres prononcent deux mots-nombres pour le même objet ou oublient certains objets (faute d'organiser correctement leur dénombrement), etc.

Le repérage des conceptions et des compétences des élèves, des erreurs les plus fréquentes et leur interprétation supposent un cadre théorique de référence[9]. Il convient en particulier de distinguer les erreurs qui se rapportent effectivement aux aspects conceptuels de celles qui peuvent être interprétées comme une tentative de l'élève de satisfaire une attente supposée (ou réelle) de l'enseignant : l'élève ne répond pas à la question, mais essaie de "deviner" la réponse attendue par l'enseignant. Les résultats de recherches en didactique et en psychologie cognitive fournissent, pour de nombreux domaines conceptuels (les premiers apprentissages des nombres, les problèmes arithmétiques, les nombres décimaux, la proportionnalité, la symétrie, ...), des références très utiles. Quelles sont les conséquences pour l'enseignement ? Nous en évoquerons deux.

Premièrement, ces analyses sur l'état de savoir des élèves et son évolution permettent *de mieux cibler des objectifs d'apprentissage*. On a ainsi remarqué, concernant les situations additives[10] que certaines sont résolues très tôt par les élèves. Ainsi un problème où il s'agit de trouver le résultat d'une aug-

8 Selon la formule de Régine Douady : "Jeux de cadre et dialectique outil-objet", in *Recherche en didactique des mathématiques*, vol 7/2, 1987, Grenoble, La Pensée sauvage.

9 On peut se reporter, pour l'analyse des erreurs, à Guy Brousseau : "Obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique", in *Théorie des situations didactiques*, Grenoble, La Pensée sauvage, 1998 ; à Roland Charnay & Michel Mante : "Analyser les erreurs des élèves", in *Préparation à l'épreuve de mathématiques du concours de professeur des écoles*, tome 2, Hatier, 1996 ; Équipe de recherche INRP : *Le statut de l'erreur dans l'enseignement en CM2 et en Sixième*, Paris, INRP, 1987.

10 Les travaux de Gérard Vergnaud ont montré qu'il n'était pas pertinent de considérer chacune des quatre opérations séparément, mais que, au contraire, il fallait par exemple prendre en compte, dans un même "champ conceptuel", l'ensemble des situations dont le traitement expert relève soit de l'addition, soit de la soustraction.

mentation (J'avais 5 billes, on m'en a donné 3, combien en ai-je maintenant ?) peut être résolu (sans nécessairement utiliser une addition explicite) par des enfants de 5 ans, alors qu'un problème où il s'agit de trouver l'état d'une collection avant une augmentation (j'ai gagné 3 billes, j'en ai maintenant 8, combien en avais-je au début de la partie) n'est résolu correctement que par une minorité d'élèves de 8 ans. Des questions de deux types doivent alors être résolues, essentielles pour l'enseignement et auxquelles seule la recherche peut apporter des éléments de réponse.

■ A quels moments de la scolarité peut-on proposer aux élèves les différents types de problèmes relevant de l'addition et de la soustraction ? Quels types de solutions peut-on attendre ? Encore faut-il distinguer ici deux catégories de résolution : celles qui passent par *des solutions personnelles* (recours à un dessin, à un comptage sur les doigts, à une addition à trou pour le 2e problème évoqué, ...), celles qui utilisent une *solution dite experte* (reconnaissance, par exemple, du fait que le 2e problème relève de la soustraction) ? Quand peut-on proposer à tous les élèves de s'approprier la méthode experte de résolution ?

■ Quelles situations didactiques sont les plus appropriées pour amener les élèves à passer d'une résolution personnelle à une résolution experte d'une catégorie de problèmes donnée[11]?

Deuxièmement, ces analyses permettent d'adapter les situations proposées aux possibilités d'apprentissage de chaque élève, et donc d'envisager des *éléments de différenciation*[12] dès les premières étapes d'un nouvel apprentissage. Ainsi, le nombre de places vides dans la situation des "wagons" peut être différent selon les élèves, de manière à être situé dans les limites des capacités à dénombrer, évaluées par ailleurs. La prise de conscience de la possibilité qu'offre les nombres de conserver la "mémoire des quantités" n'est en effet possible que pour les élèves qui disposent des compétences nécessaires dans le domaine du dénombrement. Cette adaptation des situations aux possibilités des élèves doit d'ailleurs être pensée avec beaucoup de prudence : d'une part, la situation ne doit pas être "réduite" au point de ne plus être problématique, d'autre part, comme nous le verrons un peu plus loin, la confrontation à certaines erreurs peut être considérée comme nécessaire à la construction du sens des concepts.

Différencier ne se réduit d'ailleurs pas à cette adaptation des situations. Fondamentalement, différencier c'est accepter et exploiter le fait que les élèves peuvent utiliser des solutions différentes pour répondre au même problème, c'est valoriser les solutions personnelles évoquées plus haut.

L'ensemble des travaux conduits dans ces différentes perspectives permet de renouveler en profondeur le thème de l'évaluation, dans un sens qui peut être résumé par : mieux comprendre pour mieux aider chacun dans son entreprise d'apprentissage.

DU CÔTÉ DE L'ENSEIGNANT

De manière synthétique, le programme de mathématiques pour l'école primaire[13] résume (dans le texte destiné au cycle des approfondissements) ce qui vient d'être développé dans les paragraphes qui précèdent : *"La résolution de problèmes occupe une place centrale dans l'appropriation par les élèves des connaissances mathématiques. La plupart des notions, dans les domaines numérique, géométrique, ou encore dans celui de la mesure, peuvent être élaborées par les élèves comme outils pertinents pour résoudre des problèmes nouveaux,*

11 Pour l'exemple de la catégorie de problèmes correspondant au 2e exemple donné, on peut trouver une proposition dans ERMEL : *Apprentissages numériques et résolution de problèmes*, Paris, Hatier, 1993.

12 Sur le thème de la différenciation, considérée d'un point de vue didactique, on peut consulter la brochure publiée par l'équipe de didactique des mathématiques de l'INRP : *Chacun, tous, différemment ! Différenciation en mathématiques au cycle des apprentissages*, collection Rencontres Pédagogiques, n° 34, 1995.

13 Ministère de l'Éducation Nationale : *Programmes de l'école primaire* (édités par le CNDP), 1995.

avant d'être étudiées pour elles-mêmes dans d'autres situations. Il ne faut jamais perdre de vue que toute nouvelle notion ou technique se construit sur des acquisitions antérieures et sur les expériences dont disposent les élèves".

Cette conception "constructiviste" de l'apprentissage/enseignement (dans la mesure où l'élève est placé en situation d'élaborer lui-même les notions qu'il doit s'approprier) s'oppose à une conception "transmissive" (dans laquelle, les connaissances sont d'abord présentées aux élèves avant d'être utilisées pour traiter des problèmes). Ce changement de perspective modifie de façon fondamentale le rôle de l'enseignant : il n'est plus celui qui "dit" le savoir aux élèves, mais celui qui permet son élaboration par les élèves eux-mêmes. Il convient donc de préciser dans quelle mesure et dans quelles conditions les élèves peuvent être placés en situation de produire des connaissances nouvelles à partir des connaissances anciennes.

L'ENSEIGNANT CHOISIT ET MET EN ŒUVRE DES SITUATIONS-PROBLÈMES

Dans la conception constructiviste, la connaissance nouvelle est (au moins en partie) élaborée par l'élève dans le cadre d'une mise à l'épreuve des connaissances anciennes de l'élève "confronté" à un problème dont la résolution résiste à l'utilisation de ces seules connaissances anciennes.

Reprenons l'exemple de la situation des "wagons". L'objectif de l'enseignant qui la propose à ses élèves est donc de leur permettre d'apprendre (par eux-mêmes, sans le leur dévoiler directement) que le recours aux nombres est l'outil le plus pertinent pour résoudre une catégorie de problèmes qui peut être caractérisée ainsi : réaliser une collection d'objets (ici de voyageurs) qui a autant d'objets qu'une collection donnée (ici de places libres).

Pour que les élèves soient réellement rendus responsables de l'élaboration de cette connaissance, un certain nombre de conditions doivent être réunies. Citons-en quelques-unes, à partir de l'exemple choisi.

1. Le problème posé doit être caractéristique de la connaissance visée, ou, autrement dit, la connaissance visée doit être le moyen le plus approprié pour résoudre le problème posé.

Dans le cas de la situation des "wagons", nous avons déjà indiqué trois variables didactiques sur lesquelles l'enseignant peut agir dans ce sens : les places libres et les voyageurs doivent être suffisamment éloignées pour interdire une résolution par correspondance directe entre les deux collections, le nombre de voyages doit être réduit à un seul (pour bloquer les procédures par ajustement), le nombre de places libres doit être suffisant (pour interdire les possibilités de résolution perceptive).

2. Le problème posé doit tenir compte des compétences préalables des élèves : sa résolution doit être possible... tout en restant problématique !

Si les élèves sont déjà capables de résoudre le problème en utilisant les nombres, il y a éventuellement entraînement, mais pas apprentissage nouveau. Si les élèves ont des compétences trop limitées dans le domaine du dénombrement, le problème ne pourra pas être résolu et... l'apprentissage souhaité ne pourra pas être provoqué.

3. Le problème de l'enseignant doit devenir... et rester le problème des élèves.

Le moment où l'enseignant "transmet" le problème aux élèves est un moment crucial. Il doit leur transmettre la tâche (amener juste ce qu'il faut de voyageurs en une seule fois) sans rien leur " transmettre " des moyens à utiliser pour en venir à bout. C'est ainsi, que toute allusion au nombre ou à l'idée de comptage doit être évitée dans la consigne initiale... et que l'enseignant doit éviter d'intervenir pendant les phases de résolution.

Pour que l'élève conserve jusqu'au bout la responsabilité de la résolution du problème, il est indispensable qu'il puisse prendre conscience par lui-même de la réussite ou de l'échec des actions qu'il entreprend. Il faut donc que la situation offre la possibilité d'une *validation indépendante de l'enseignant*. Dans l'exemple choisi, l'élève rapporte les voyageurs en une seule fois, les dispose sur le quai... puis peut les installer sur les places libres pour vérifier s'il a réussi ou non à répondre à la question posée. Dit autrement : la responsabilité de l'élève sur la résolution du problème, c'est aussi sa responsabilité sur la validation des solutions.

4. Le problème ne doit pas être qu'un prétexte, mais réellement le lieu de l'élaboration de la connaissance.

Si les élèves ne disposent pas déjà de la conception du nombre comme moyen de garder la "mémoire des quantités", la première tentative de résolution du problème des "wagons" devrait échouer, amenant ainsi les élèves à percevoir que ce qu'ils ont mis en œuvre n'est pas approprié. Il faudra peut-être plusieurs tentatives pour que le dénombrement successif des deux collections (places vides, voyageurs) soit reconnu comme moyen opératoire de résoudre ce problème.

On voit comment *l'erreur est ici utilisée de manière positive*, non pas pointée et sanctionnée par l'enseignant, mais reconnue par l'élève, analysée et finalement dépassée. On peut même affirmer que cette reconnaissance de l'erreur (reconnaissance en fait de l'inefficacité des procédures initiales) et son dépassement sont constitutifs du sens de la connaissance visée.

Les problèmes de ce type, utilisés pour permettre l'élaboration de connaissances nouvelles, sont souvent appelés "situations-problèmes"[14]. Leur choix et leur mise en œuvre nécessitent de la part de l'enseignant, comme nous venons de le voir, une attitude et une gestion très différentes de celles qui seraient les siennes dans des phases de type "transmissif" ou dans des phases d'entraînement, qui, toutes deux, demeurent nécessaires à certaines étapes de l'apprentissage.

L'ENSEIGNANT FAVORISE LES ÉCHANGES ET LES DÉBATS ENTRE LES ÉLÈVES

Dans la conception constructiviste de l'enseignement/apprentissage, une place importante est également accordée aux échanges entre élèves. La confrontation des idées, l'analyse mutuelle des procédures et des erreurs, le conflit éventuel entre des conceptions différentes peuvent également être l'occasion d'évolutions cognitives, ... dans la mesure, là aussi, où l'enseignant crée les conditions de ces échanges, les permette et accepte de ne pas s'y immiscer prématurément. Pour que les élèves débattent réellement entre eux, échangent points de vue et arguments, il ne faut pas que, dans le même temps, ils puissent percevoir d'assentiment ou de réprobation de la part de l'enseignant.

Là encore, le rôle et le statut de l'enseignant changent. Il n'est plus, provisoirement, celui qui sait, celui qui dit le vrai et le faux, mais bien celui qui permet un échange authentique. En quelque sorte, le devoir de réserve s'impose alors à lui.

En dehors des moments de travail en groupes, les phases de "mise en commun"[15], qui ponctuent ou suivent la résolution d'une situation-problème par les élèves sont, à cet égard, des moments cruciaux. Il faut à la fois éviter une présentation fastidieuse de multiples solutions (donc choisir celles qui sont les plus riches, et donc pas nécessairement celles qui sont correctes), en assurer une compréhension suffisante par tous, favoriser les échanges d'arguments[16], ... tout en évitant que les débats ne s'enlisent. Pour l'enseignant, il s'agit de l'une des phases les plus délicates à gérer, et un travail important doit être conduit en formation avec les enseignants débutants dans ce domaine.

---

14 Pour plus de détails sur cette notion de situation-problème et sur ses caractéristiques, on peut se reporter à l'ouvrage de Roland Charnay et Michel Mante : *Préparation à l'épreuve de mathématiques du concours de professeur des écoles*, tome 1, Paris, Hatier, 1995.

15 La question des "mises en commun" a été particulièrement traitée dans ERMEL : *Apprentissages numériques et résolution de problèmes, CE2*, 1995.

16 Sur le thème de l'argumentation, on peut consulter les travaux de l'équipe de recherche en didactique des mathématiques de l'INRP, rapportés dans deux ouvrages : *ERMEL, Apprentissages numériques et résolution de problèmes, CM2*, 1999 et *Vrai ? Faux ? On en débat !*, Paris, INRP, 1999 (à paraître).

Au-delà de l'attitude de l'enseignant, certains aménagements apportés aux situations proposées peuvent favoriser ou non l'existence d'échanges entre les élèves.

Ainsi, dans la situation "wagons", l'existence du quai sur lequel les élèves posent les voyageurs qu'ils ont rapporté est destinée à favoriser un moment d'échanges entre les élèves, avant la validation expérimentale (marquée par l'installation des voyageurs aux places libres). En effet, les voyageurs étant installés sur la plate-forme, il est possible de poser la question de savoir si le problème est résolu correctement ou non. La réponse n'est pas évidente (elle le sera dès que les voyageurs auront été installés aux places libres). Divers arguments peuvent être utilisés : placement fictif (un ici, un ici, ...) qui nécessite une organisation, rangement sur le quai comme dans le wagon, dénombrement global ou par paquets correspondant à des secteurs du wagon, ...Des idées réutilisables pour la résolution ultérieure du problème peuvent d'ailleurs être apportées au cours de ces échanges.

L'ENSEIGNANT RESTE LE GARANT DE CE QUI DOIT ÊTRE ACQUIS PAR TOUS LES ÉLÈVES

Jusque-là, l'enseignant est celui qui choisit (les problèmes, les productions des élèves sur lesquelles la classe pourra échanger, l'organisation du travail : individuel, en groupes, collectif, ...), celui qui adapte, celui qui organise et qui gère, etc.

Mais, il est aussi, à d'autres moments, celui qui structure les éléments de savoir élaborés par les élèves, celui qui éventuellement nomme ces éléments (car le langage a souvent un caractère social qui dépasse le cadre de la classe), celui qui décide de ce qui devra être entraîné ou mémorisé pour être maîtrisé par tous (car, dans la classe, il est le seul à savoir ce qui est utile ou indispensable pour la suite des apprentissages), ...

Ces phases de synthèse, d'institutionnalisation (pour reprendre un terme du vocabulaire didactique) voient le retour de l'enseignant sur le devant de la scène. Leur aspect "transmissif" est plus nettement marqué, même si les élèves peuvent y être associés.

Dans l'exemple de la situation des "wagons", lorsque la plupart des élèves auront reconnu qu'un double dénombrement est un moyen efficace de résolution, l'enseignant pourra officialiser ce moyen, en signaler les conditions d'efficacité et proposer aux élèves de s'entraîner à dénombrer "plus loin" pour résoudre d'autres problèmes du même type.

Permettre que s'établisse, pour chaque élève, un "rapport au savoir mathématique" organisé autour de la complémentarité de ses aspects fonctionnels (pour traiter des situations, prendre des décisions, agir) et de ses aspects déclaratifs (pour exprimer les concepts, décrire leurs propriétés, effectuer des calculs ou des transformations), favorisant ainsi l'appropriation d'une part de la culture mathématique, bref rendre l'enfant sinon mathématicien, du moins "mathématisant", tel est l'enjeu, dès l'école primaire, du travail de l'enseignant, médiateur entre l'élève et le savoir mathématique.

Les recherches en didactique, recherches "fondamentales" complémentaires des recherches "développement", doivent continuer à fournir des savoirs et des propositions d'enseignement capables de nourrir la formation de ce "nouvel enseignant" dont nous avons tenté d'esquisser quelques-unes des caractéristiques.

Roland CHARNAY
Équipe " Didactique des mathématiques ", INRP
Formateur, IUFM de l'Académie de Lyon