Une analogie pour comprendre l'approche statistique des incertitudes en première année d'Université

Marie-Geneviève SÉRÉ

DidaScO Université Paris XI
Centre Scientifique d'Orsay, Bât. 336
91405 Orsay cedex (France)

Résumé

Le travail présenté ici est une étude didactique d'une analogie qui a été utilisée au cours d'un enseignement de travaux pratiques destiné à introduire les étudiants de première année d'Université à l'approche statistique du traitement des mesures. L'appareil de Galton illustre le théorème central limite et met en scène, sous une forme visuelle simple à comprendre, une variable aléatoire qui suit une répartition de Gauss. Or, le résultat d'une mesure, au sein d'une série, peut également être considéré comme une variable aléatoire. C'est entre la variable aléatoire montrée par l'appareil de Galton et la variable aléatoire "mesure" qu'il y a analogie.

Par l'observation de séances de travaux pratiques comprenant un exposé sur l'appareil de Galton, nous recherchons des indices de compréhension et de reconnaissance des correspondances de l'analogie par les étudiants, puis nous cherchons à caractériser le fonctionnement de l'analogie.

Mots-clés : *analogie, statistiques, mesurage, travaux pratiques, incertitude en physique.*

Abstract

This paper presents a pedagogical study of an analogy which has been used during a sequence of laboratory work destined to introduce statistical error analysis to first year University students. Galton's apparatus illustrates the central limit theorem and exhibits, in a simple, visual way, a random variable which follows a Gaussian distribution. On the other hand, the result of a measurement, among a series of measurements, can also be considered as a random variable. There is an analogy between the random variable exhibited by Galton's apparatus and the variable "measurement".

By means of the observation of didactic sequences including a talk about Galton's apparatus, we search for evidence on students' comprehension and recognition of the analogical correspondences. Then we try to characterize how the analogy works.

Key-words : *analogy, statistics, measurement, laboratory work, uncertainty in physics.*

Le travail que nous présentons fait partie d'une recherche portant sur l'enseignement du traitement statistique des mesures en première année d'Université (DEUG Scientifique).

Les étudiants auxquels nous nous adressons ont eu l'habitude au lycée de faire une seule mesure et de l'accompagner d'un encadrement. Le fait est qu'en France cette pratique, dite "classique", est très répandue, alors qu'un autre point de vue, l'approche statistique des incertitudes de mesures, est très rarement enseigné car jusqu'à présent, il ne faisait partie ni de la formation initiale des enseignants de lycée, ni de l'enseignement des premières années d'Université. De nos jours, le développement de méthodes de mesures automatiques (il est facile de réaliser **plusieurs mesures**) et l'omniprésence des ordinateurs dans les laboratoires (les **traitements statistiques** sont facilités), rendent indispensable, aux yeux de nombreux physiciens, la connaissance de cette approche. Or elle nécessite un véritable changement conceptuel (Scott, Asoko & Driver, 1992) pour être réellement comprise. C'est pourquoi les objectifs auxquels nous nous sommes attachés dans cette recherche sont les suivants :

– décrire, analyser et caractériser les changements conceptuels liés au passage d'une pratique "classique" de l'évaluation des incertitudes, à une approche statistique du même problème ;

– étudier la faisabilité de séquences d'enseignement sur ce thème et en inférer des objectifs possibles à ce niveau d'enseignement ;

– évaluer un enseignement visant ces objectifs.

Pour situer cette recherche plus générale, nous donnons dans l'encadré 1 une description schématique de ces changements conceptuels (Séré,

**QUELQUES CHANGEMENTS CONCEPTUELS
LIÉS AU PASSAGE D'UNE MÉTHODE "CLASSIQUE"
À UNE APPROCHE STATISTIQUE DU TRAITEMENT DES MESURES**

QUALITÉ D'UNE MESURE

- Initialement pour les étudiants (habitués à faire une seule mesure), une mesure est soit bonne, soit mauvaise, bonne si elle est faite avec soin. Si on leur demande de faire plusieurs mesures, la dispersion les étonne.
- Comprendre le traitement statistique suppose de reconnaître que, dans une série de mesures présentant une dispersion, chaque mesure apporte de l'information, même les valeurs extrêmes. Le résultat d'un mesurage (c'est l'ensemble des opérations de recueil et de traitement des données) est une information à transmettre et/ou à utiliser. Il doit avoir deux qualités : l'exactitude et la précision.

ERREUR / INCERTITUDE

- Initialement, l'erreur apparaît comme "mauvaise" aux étudiants. Ils s'accusent d'en être la cause.
- Comprendre le traitement statistique suppose de reconnaître que ce qu'on appelle erreur (c'est une inconnue) est un écart à la valeur de référence. Chaque erreur résulte de l'accumulation de différentes causes de variation. Dans leur ensemble, les erreurs apportent de l'information et sont exploitables par les statistiques. Si l'on choisit de faire plusieurs mesures, il devient inutile d'évaluer l'incertitude de chacune d'elles.

SYSTÉMATIQUE / ALÉATOIRE

- Initialement, pour des étudiants, l'erreur est "systématique" (on ne peut l'éviter). Pour d'autres, l'erreur systématique est celle qu'on peut corriger. L'aléatoire n'intervient pas en physique.
- Comprendre le traitement statistique suppose de reconnaître que l'imprévisible (aléatoire) existe en physique. L'accumulation de nombreuses petites causes d'écart agit comme le hasard (déterministe). Les erreurs systématiques ont toujours le même signe, mais ne peuvent pas toujours être corrigées.

PRÉCIS / EXACT

- Initialement pour les étudiants, il y a confusion entre mesure "bonne" / "précise"/ "exacte" (terme le moins utilisé).
- Comprendre le traitement statistique suppose de discerner précision et exactitude, le résultat étant d'autant plus précis que le nombre de mesures est grand. La répétition des mesures ne permet pas d'améliorer l'exactitude d'un résultat.

MEILLEUR REPRÉSENTANT D'UNE SÉRIE DE MESURES

- Spontanément les étudiants choisissent le mode, la médiane, la moyenne ou la moyenne de la série privée des extrêmes.
- Comprendre le traitement statistique suppose l'acquisition du concept de meilleur estimateur. Pour une série de mesures, c'est la moyenne.

INTERVALLE

- Initialement les étudiants donnent une valeur x accompagnée d'un intervalle chiffré par une division de l'appareil de mesure.
- Comprendre le traitement statistique suppose de remplacer la notion d'encadrement, intervalle de certitude à 100 %, par la notion d'intervalle de confiance associé à un taux de confiance différent de 100 %. A partir de la formule classique (Bevington, 1969), ils comprennent que l'intervalle de confiance est d'autant plus petit que le nombre de mesures est grand. Le nombre de chiffres significatifs se déduit non de la résolution de l'instrument de mesure, mais de l'intervalle de confiance.

Encadré 1

1992). Nous indiquons seulement d'une part un "état" initial du concept, tel que nous l'observons le plus souvent, d'autre part un "état" plus élaboré qui permet la compréhension de l'approche statistique. Les formulations proviennent d'observations d'étudiants engagés dans une démarche d'acquisition des connaissances lors de plusieurs séquences d'enseignement expérimentales.

Ces changements conceptuels sont parfois de véritables ruptures. Aussi, pour aider les étudiants à articuler ces concepts nouveaux, et à la suite de différents essais, nous avons choisi d'utiliser une analogie pour faire saisir globalement le caractère aléatoire d'un résultat de mesure, le type de population dont est extraite une série de mesures, ainsi que les nombreuses conséquences qui en découlent. Nous réalisons dans ce but une expérience, source de l'analogie, au cours d'une séance de travaux pratiques où il ne s'agit pas de juger les étudiants, mais de leur faire réaliser au mieux une démarche de traitement statistique des mesures. Cette expérience utilise l'appareil de Galton (figure 1) qui est constitué de rangées de clous disposés dans un plan vertical, surmontées d'un entonnoir par lequel on laisse tomber des billes. Celles-ci se répartissent grossièrement suivant une courbe de Gauss.

L'objet de cet article est uniquement l'étude didactique de cette analogie et non l'ensemble de la recherche (Séré, Journeaux & Larcher, 1993). Reprenant une classification d'A. Nguyen-Xuan (1990), nous la caractérisons comme analogie "pour comprendre" et non pour apprendre ou pour résoudre un problème. La compréhension est particulièrement difficile à évaluer ici : puisqu'il n'y a pas "problème", elle ne commande pas un résultat. Qu'ils comprennent ou non, quel que soit l'état du concept auquel ils sont parvenus, les étudiants de cet âge (18-20 ans) appliquent la consigne (par exemple : "Faites dix mesures") et font le calcul demandé puisque les formules sont données. Nous ne disposons donc pas d'une évaluation directe de l'efficacité de l'analogie. Nous cherchons plutôt à repérer des indices de compréhension, à étudier la reconnaissance par les étudiants des correspondances de la source et de la cible de l'analogie, et d'en déduire des caractéristiques de son fonctionnement.

Dans une première partie, nous décrirons le contexte d'acquisition des données. Une deuxième partie résumera les conceptions des étudiants que nous visons à faire évoluer grâce à l'analogie de l'appareil de Galton. La troisième partie exposera les principales caractéristiques de la source et de la cible de l'analogie. Enfin une quatrième partie étudiera l'efficacité pédagogique en terme de fonctionnement de l'analogie et d'évolution des étudiants.

1. LE CONTEXTE ET L'ACQUISITION DES DONNÉES

Nous ne reprendrons pas ici les différentes acquisitions de données et la méthodologie qui ont permis de cerner les représentations des élèves et nous ont conduit à élaborer cette analogie.

Il sera question ici de **l'observation de trois séances de travaux pratiques d'optique** (chacune s'adressant à un groupe de 20 à 24 étudiants) où l'enseignant disposait de l'appareil de Galton pour introduire l'utilisation des statistiques et les principaux théorèmes nécessaires au traitement des mesures. Il faisait un exposé à ce sujet dès que les étudiants disposaient tous d'une série de dix mesures (il s'agissait de mesurer la distance focale d'une lentille convergente).

La source de l'analogie est l'expérience qui consiste à faire tomber des billes dans l'appareil. La cible de l'analogie est le caractère imprévisible de chaque mesure et le caractère prévisible de la répartition de la population parente des mesures, qui est gaussienne.

L'exposé sur l'appareil de Galton était suivi d'un exposé des notions et théorèmes statistiques permettant de parvenir à un résultat en terme d'intervalle de confiance associé à un taux de confiance.

Différents **questionnaires écrits** ont été proposés aux étudiants individuellement. Pour des raisons de temps, aucun étudiant n'a répondu à l'ensemble des questions.

Certaines questions concernent directement la prise en compte de l'analogie par les étudiants (59 étudiants : les résultats seront donnés sous forme de pourcentages portant soit sur 59, soit sur le nombre de réponses exprimées). Les étudiants y ont répondu à l'issue de l'exposé de l'enseignant et après avoir terminé le calcul de l'intervalle de confiance, terme de la démarche dont la compréhension est visée par l'analogie en question.

D'autres questions ne portent pas directement sur l'analogie et ont été posées avant les séances observées. Elles permettent de cerner le traitement que les étudiants font spontanément d'une série de mesures présentant une dispersion (l'échantillon étant de 60 étudiants, les résultats seront donnés sous forme de pourcentages).

2. QUELQUES POINTS DE VUE D'ÉTUDIANTS SUR LE MESURAGE

Nous donnons ici quelques points de vue d'étudiants, exprimés avant ou pendant l'enseignement, mettant en lumière les conceptions que nous espérions faire évoluer à l'aide de l'analogie.

2.1. Une ou plusieurs mesures ?

Il faut ici se référer à la pratique des enseignants de lycée pour comprendre le point de vue des étudiants. Ils consacrent peu de temps au thème des incertitudes au cours des activités expérimentales. Dans la plupart des cas, la résolution de l'appareil de mesure est judicieusement choisie de façon à ce que, en ne faisant qu'une seule mesure, et en assimilant l'incertitude à une division, le résultat ainsi obtenu soit raisonnable (Coelho, 1993). Aussi les étudiants font-ils une seule mesure. Le soin qu'ils y apportent semble assurer qu'elle "tombera" à peu près sur la bonne valeur. Beaucoup ont compris qu'il est prudent de donner plutôt un encadrement qu'une seule valeur. Beaucoup hésitent à renoncer à de nombreux chiffres qui, en réalité, ne sont pas significatifs.

Au cours des séances de travaux pratiques que nous avons organisées, des étudiants ont pu affiner leur conception de l'encadrement "classique". Ils ont par exemple compris quelques-unes des limites de la méthode. L'une d'elle est que :

> *"Plus l'encadrement est grand, plus c'est vrai, moins c'est intéressant."*

Il semble que ces étudiants, en admettant les insuffisances de leur pratique, sont prêts à admettre l'intérêt de faire plusieurs mesures pour contourner la difficulté d'évaluer l'incertitude sur une seule mesure. Cependant aucun étudiant n'a jamais proposé spontanément de faire plusieurs mesures. Pour eux, recommencer une mesure consiste à la vérifier, la confirmer, non à trouver une autre valeur :

> *"A quoi ça sert de recommencer, puisque quand je me mets sur la première position que j'ai trouvée, ça va très bien ?"*

Aussi sont-ils étonnés de la dispersion de mesures successives. Un des étudiants a éprouvé le besoin de justifier pour lui-même la consigne (écrite) de faire dix mesures et le fait qu'elles soient éventuellement différentes :

> *"Maintenant qu'on a une plage (l'encadrement demandé pour une mesure), on va explorer la plage (faire plusieurs mesures)."*

2.2. Le prévisible, l'imprévisible et l'utilisation des statistiques

Au cours de la séance de TP observée, les étudiants obtiennent une série de mesures dispersées. Ils sont alors confrontés au problème du prévisible et de l'imprévisible en physique. Toute leur formation au lycée a des fondements déterministes (bien que moins de 10 % des étudiants connaissent ce mot). Il leur est donc difficile d'admettre que chaque mesure est imprévisible et apporte de l'information sur la valeur cherchée. Leur démarche consisterait plutôt à trouver la "bonne" mesure parmi les valeurs obtenues, trouvant de nombreuses raisons de juger que des mesures sont "mauvaises". Ils incriminent souvent leur maladresse et l'imperfection des appareils.

Des questions posées par écrit donnent quelques indications sur ce que les étudiants appellent le **hasard** avant enseignement : l'imprévisible (41 %), ce qui n'est pas contrôlé ou expliqué par la physique (29 %), soit 70 % pour ces deux catégories. Ils ont utilisé le mot "aléatoire" au lycée dans l'expression "prélèvements aléatoires".

Nous avons également posé avant enseignement quelques questions sur les **domaines d'application des statistiques**. Pour 44 % d'étudiants, les domaines cités se rattachent aux statistiques descriptives, avec le plus souvent l'idée d'une population importante. 30 % évoquent des phénomènes de hasard. Ce sont ces deux grandes tendances que l'on retrouve dans les discussions de classe que nous avons menées à ce sujet.

L'ensemble de ces résultats laisse supposer que pour la plupart des étudiants, il est difficile de comprendre avant enseignement qu'un résultat de mesure est une variable aléatoire, et qu'une série de quelques mesures (dix au plus) est susceptible d'un traitement statistique.

2.3. Prise en compte de la dispersion et choix du meilleur représentant d'une série

Ainsi l'étudiant a spontanément une démarche qui consiste à juger et à obtenir une bonne mesure, et non la démarche que nous appellons "du statisticien" : toutes les mesures apportent de l'information, chacune est le fruit du hasard et elles doivent toutes être prises en compte dans le résultat final (voir encadré 1). "Le statisticien" donne la moyenne comme meilleur représentant d'une série.

Il n'en est pas de même pour tous les étudiants. Pour certains, la troisième mesure permet de choisir entre les deux premières, ou encore l'étudiant s'attend à un regroupement ou une convergence des valeurs, permettant de choisir le meilleur représentant. La situation, les uns par rapport aux autres, du mode, de la moyenne et de la médiane, les influence également dans leur choix du meilleur représentant de la série. Nous avons pu préciser ces points par un questionnaire avant enseignement, portant sur une série de mesures telle que mode, médiane et moyenne soient proches et non confondus. Pour cette série, 36 % ont choisi la moyenne, 50 % le mode, et aucun la médiane. La moyenne ne fait donc pas l'unanimité.

Nous avons entendu quelques étudiants s'étonner que l'on puisse choisir comme meilleur représentant un nombre, la moyenne, qui ne fait pas partie de la série (historiquement (Armatte, 1991), c'est un argument qui a été mis en avant par des "adversaires" de la moyenne comme meilleur représentant). Pour ce concept, l'étudiant a aussi parfois à faire un véritable changement conceptuel pour acquérir le point de vue du "statisticien".

3. UNE ANALOGIE POUR COMPRENDRE : L'APPAREIL DE GALTON

3.1. Description

Le lien entre l'imprévisible d'une seule mesure, et le prévisible, est établi par le théorème central limite. Le physicien Ruhla (1989) le résume de la façon suivante : *"La somme de n'importe quoi est une gaussienne"*. Il exprime donc bien une relation entre l'imprévisible (*"n'importe quoi"*) et le prévisible, quand on dispose d'une infinité d'épreuves aléatoires. Cette étape est indispensable dans l'approche statistique des incertitudes que nous proposons aux étudiants. Ce sont en effet les propriétés de la répartition de Gauss qui sont utilisées pour calculer les intervalles de confiance. Ayant fait seulement dix mesures, l'étudiant a donc à imaginer la répartition d'une infinité de mesures, ce qui n'est pas intuitif. L'imaginer ouvre la possibilité de comprendre les nombreuses conséquences qu'en tirent les statistiques. Un point particulièrement délicat est d'imaginer l'histogramme des moyennes de toutes les séries de dix mesures, parmi lesquelles se trouve la série d'ores et déjà obtenue. Comme le souligne D. Corroyer (1992), *"parler de probabilité d'observer quelque chose qui est précisément déjà observé a de quoi troubler plus d'un étudiant."*

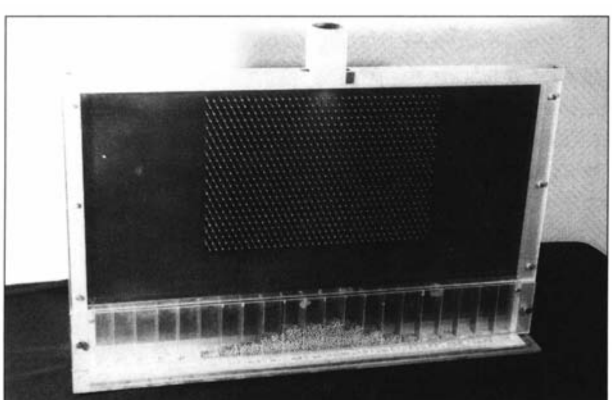
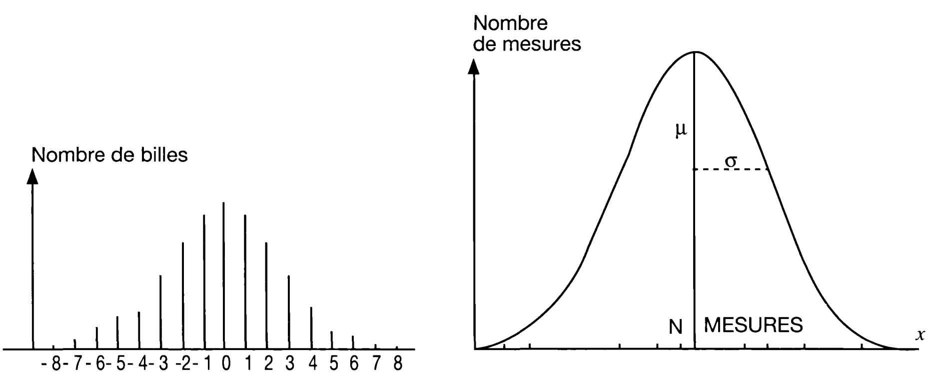


Figure 1 : **L'appareil de Galton.**

Nous pensons faciliter ce passage entre l'imprévisible et le prévisible, entre la dispersion de dix mesures et la répartition d'une infinité de mesures, par l'appareil de Galton. Il met en effet en scène un grand nombre de billes soumises à des écarts de type aléatoire quand on les laisse tomber par l'entonnoir à travers le système de clous (figure 1). Elles parviennent dans des cases numérotées de -10 à +10 après avoir subi des chocs aléatoires sur les rangées successives de clous. Les dimensions respectives sont telles que, en l'absence de clous, une bille tomberait dans la case 0 à coup sûr. Avec les clous, les billes se répartissent dans les cases de façon symétrique en reproduisant grossièrement une courbe de Gauss. La figure 2 montre la répartition gaussienne dont se rapproche la répartition d'environ cinq cents billes lancées dans l'appareil de Galton, ainsi que la répartition gaussienne d'une infinité de mesures d'après le théorème central limite. La correspondance analogique fondamentale est entre la variable aléatoire "case atteinte par une bille" et la variable aléatoire "résultat d'une mesure".



Répartition des billes

Répartition de la population des mesures d'après le théorème central limite.

Si on dispose de N mesures, le meilleur estimateur de μ est la moyenne m.

Le meilleur estimateur du paramètre σ est l'écart moyen quadratique s_{N-1}.

Figure 2 : **En voyant la répartition des billes dans les cases, l'étudiant peut imaginer la répartition gaussienne d'une infinité de mesures.**

Le discours de l'enseignant sur cet appareil met en lumière des éléments en correspondance dans l'analogie, suivant le tableau suivant (encadré 2).

	BILLES	MESURES
(1)	La case 0	La valeur cherchée
(2)	La case atteinte par une bille	Le résultat d'une mesure
(3)	Une déviation due à un (des) clou(s)	Une cause d'écart à la valeur de référence
(4)	Toutes les déviations dues aux différences de lancer et à tous les clous	L'accumulation de petits écarts à la valeur de référence, donnant une erreur aléatoire
(5)	La répartition d'une grande quantité de billes dans les cases est gaussienne	La répartition d'une infinité de mesures serait une gaussienne

Encadré 2

Le commentaire de l'enseignant fait intervenir deux autres correspondances analogiques. D'une part, la chute des billes et leur caractère imprévisible suggère aux étudiants l'utilisation du mot hasard. Il nous semble pertinent de conserver ce terme, présent dans la physique actuelle. L'enseignant l'applique donc aussi aux mesures (6) et le relie au terme aléatoire en général utilisé pour le type d'erreurs traitées dans cette séquence. D'autre part, l'enseignant fait remarquer qu'il n'y a pas de bonne bille ou de mauvaise bille, que toutes participent à la constitution de la courbe de Gauss. De même il n'y a pas de bonne et de mauvaise mesure (7). Toutes doivent participer au résultat final tiré d'une série de mesures.

3.2. Quelques spécificités de l'analogie

Une spécificité de la source de l'analogie est qu'elle est réellement **expérimentale**. L'enseignant la réalise devant les étudiants, il ne leur demande pas de l'imaginer par la pensée, il n'évoque pas une expérience supposée présente à l'esprit de l'étudiant comme c'est souvent le cas dans les raisonnements analogiques proposés dans l'enseignement (on suppose connus des étudiants des objets comme des chaînes de bicyclette, des courants d'eau, des remonte-pentes, etc.). Il ne demande pas non plus d'étude de la source préalable à l'exploitation de l'analogie. Les étudiants n'ont aucune difficulté à comprendre ce qui se passe pour les billes. Ils saisissent dans leur globalité les connaissances qu'ils auront à appliquer à la cible de l'analogie. Ils "voient" au sens fort du terme (l'évidence) que de nombreux chocs dans un sens ou dans un autre, en s'accumulant, font que la variable aléatoire étudiée suit une répartition particulière qui, elle, est prévisible. La condition de familiarité reconnue par de nombreux auteurs comme une condition de succès est remplie.

Si l'on recherche **l'isomorphisme** des modèles qui rendent compte de la source et de la cible de l'analogie (Dupin & Johsua, 1989), on s'aperçoit que les deux variables aléatoires en cause sont susceptibles de la même modélisation mathématique, à une différence près : la numérotation des cases d'arrivée des billes est discontinue, alors que le résultat d'une mesure est une variable continue. Par contre, les nombreux petits écarts subis par chacune des variables aléatoires ne sont pas susceptibles de la même modélisation mathématique. Ils sont de nature différente et ne sont pas susceptibles d'un traitement mathématique identique. Le coût cognitif pour admettre la correspondance est probablement ici important et nous en verrons des conséquences quant à l'efficacité pédagogique et la prise en compte par les étudiants.

Enfin une caractéristique de cette analogie est qu'**elle ne "sert" qu'une fois** : elle aide à comprendre qu'une mesure est une variable aléatoire, et est due au hasard (dit déterministe). Elle guide alors le déroulement du calcul statistique et en donne un fil conducteur. Elle aide à "comprendre" ce déroulement et il n'y a pas de raison de l'évoquer ultérieurement.

4. TENTATIVE DE CARACTÉRISATION DE L'EFFICACITÉ PÉDAGOGIQUE

4.1. La reconnaissance de l'analogie par les étudiants

Avant commentaire de l'enseignant, les étudiants n'ont réellement aucune idée de ce que vient faire cet appareil dans la séance de TP d'optique. Peu à peu, au fur et à mesure de l'expérimentation et de l'exposé de l'enseignant, l'intérêt se manifeste, l'attention est toujours soutenue. Suivant les groupes, les questions sont plus ou moins nombreuses. Ceux qui s'expriment disent "avoir compris" à l'issue de l'expérimentation.

Ne nous contentant pas de cette impression, nous avons posé un questionnaire aux trois groupes d'étudiants qui ont assisté à une telle expérimentation, soit 59 étudiants. L'exposé était fait dans les trois groupes par le même chercheur. Il est illusoire de prétendre qu'il était identique dans les trois cas. Au moins son déroulement, son plan étaient-ils fixés au mieux. C'est la forme de l'exposé la plus simple à standardiser qui a été choisie. En effet, l'enregistrement de deux chercheurs différents a montré que deux modalités étaient possibles pour cet exposé. Soit l'enseignant commente complètement l'expérience des billes en soulignant tous les éléments qui serviront pour les mesures, puis il applique toutes ces connaissances, faciles pour l'étudiant, aux mesures. Soit l'enseignant fait des allers et retours entre le problème des billes et celui des mesures, mélangeant même parfois les deux thèmes dans une même phrase pour rendre son exposé plus vivant. Nous avons choisi la première modalité, plus facile à standardiser, nous efforçant de rendre le plus intelligible possible le problème des billes se répartissant suivant une courbe de Gauss, avant de venir au problème des mesures, et de tirer des conclusions.

4.1.1. Les correspondances de l'analogie

Le **questionnaire** comprenait un tableau semblable au tableau 1 avec deux éléments d'analogie supplémentaire : l'intervention du hasard (6) et le fait qu'il n'y a pas de bonne et de mauvaise bille/mesure (7). La colonne de gauche était donnée aux étudiants et ils devaient élaborer la colonne de droite concernant les mesures, compte tenu de ce que :

– le correspondant de : "la case atteinte par une bille" (2) était donné à titre d'exemple ;

– pour le correspondant de : "le hasard intervient dans la répartition des billes" (6), il était demandé une phrase comprenant les mots (im)prévisible et dispersion.

Certaines **réponses** sont correctes pour pratiquement tous les étudiants :

(1) l'analogique de la case 0 (95 % des réponses exprimées sont correctes, deux non-réponses)

(3) la déviation due à un clou (89 % des réponses exprimées sont correctes, trois non-réponses)

(5) la répartition gaussienne (88 % des réponses exprimées sont correctes, une non-réponse)

(6) l'intervention du hasard (98 % des réponses exprimées sont correctes, trois non-réponses)

Exemple de réponse : *"L'imprévisible est la cause directe de la dispersion des mesures."*

(7) "il n'y a pas de bonne et de mauvaise bille" (93 % des réponses exprimées sont correctes, une non-réponse).

Exemple de réponse : *"Avec beaucoup de mesures, on peut toutes les prendre, parce qu'on voit mieux celles qui reviennent le plus souvent."*

Par contre la correspondance de l'articulation des différentes déviations que subit la bille le long de son trajet (4) n'est pas toujours comprise. Il y a quatre non-réponses. Il n'y a dans ce cas que 65 % des réponses exprimées qui sont correctes, soit 61 % de l'ensemble des réponses. 33 % des réponses exprimées ou 30 % de l'ensemble manifestent l'incompréhension. La plupart de ces incompréhensions proviennent d'une confusion avec l'incertitude. Par exemple, "toutes les déviations dues aux différences de lancer et à tous les clous" (4) correspond à :

" La somme de toutes les erreurs"

" Ce qui donne le maximum des erreurs, c'est-à-dire l'incertitude".

Sur l'ensemble de ces questions, 80 % des étudiants ont une seule ou pas du tout de réponse incorrecte ou laissée en blanc. Ce pourcentage semble indiquer une reconnaissance globale de l'analogie satisfaisante.

4.1.2. Ce que l'analogie a aidé à comprendre

C'était l'objet d'une question ouverte. Il n'y a que quatre non-réponses.

Les réponses les plus satisfaisantes (en ce sens qu'elles montrent que l'analogie a atteint le but que nous nous étions fixé) sont au nombre de 55 % de l'ensemble. Par exemple :

"L'appareil de Galton m'a aidé à faire des analogies entre la répartition statistique des billes et la répartition (pas toujours compréhensible) des mesures. Il n'était pas évident de s'en sortir sans cette analogie et les résultats des travaux de Gauss."

"Cela m'a aidé à comprendre la nécessité de très nombreuses expériences pour obtenir le résultat le plus plausible."

Satisfaisantes aussi sont les réponses qui expriment que l'analogie permet de visualiser, comprendre, concrétiser, etc., la répartition de Gauss. Ce n'était pas notre but principal, mais c'est fondamental pour des étudiants qui n'ont jamais abordé la notion de répartition. Ces réponses représentent 23 % de l'ensemble. Par exemple :

"Comme ça, je vois concrètement le mécanisme de formation d'une courbe de Gauss."

Ainsi 78 % (55 % + 23 %) des étudiants se sont exprimés correctement sur l'intérêt de l'analogie.

Citons une réponse ambigüe que nous n'avons pas classée parmi les satisfaisantes :

"Cela m'a aidé à bien comprendre que la valeur de la moyenne est prévisible alors que pour une seule bille on ne peut rien prévoir."

Curieusement, 76 % des réponses exprimées ne parlent que de billes, et non de mesures ou de valeurs obtenues. Cela ne signifie pas, à notre sens, une incompréhension, car, comme peuvent le faire des enseignants, et comme l'ont fait des enseignants, les étudiants peuvent faire ressortir, en les appliquant aux billes, des points pertinents pour les mesures.

4.1.3. L'appréciation de l'analogie par les étudiants

Ils avaient la possibilité de marquer d'une croix les correspondances qui leur paraissaient difficiles à comprendre. Les deux premiers éléments – "la case 0" (1) et "une des cases" (2) – ne soulèvent aucune difficulté pour les étudiants. Pour les autres correspondances, il n'y a jamais plus de quelques unités (moins de 10 %) qui notent la difficulté.

Par ailleurs, les étudiants pouvaient choisir entre plusieurs qualificatifs (facile, utile, difficile, artificielle, bizarre, etc.) à appliquer à l'analogie. Trois étudiants choisissent "difficile à comprendre", un seul "inutile", et moins de 10 % "bizarre" ou "artificielle".

Ces résultats confirment l'impression d'avoir fortement intéressé les étudiants, retirée en général par l'enseignant de l'utilisation de l'analogie.

4.2. Le fonctionnement de l'analogie

Il semble que le fonctionnement de cette analogie se caractérise par la facilité de la compréhension du domaine source. C'est ce qu'explique une étudiante qui sans doute n'a pas vraiment compris la question ouverte dont il a été rendu compte au paragraphe 4.1.2. et y répond de la façon suivante :

> *"L'appareil ne m'a rien appris. Je l'avais déjà plus ou moins vu et me doutais de ce qui allait se passer."*

Effectivement tous les étudiants se doutent de ce qui va se passer pour les billes. L'analogie leur donne l'occasion de se faire une image globale et synthétique d'un phénomène aléatoire. Une fois cette image acquise, l'étudiant peut en tirer différents résultats qui l'aident à saisir le déroulement, beaucoup moins global, du raisonnement qui mène à l'intervalle de confiance.

Une étudiante exprime bien la difficulté qu'elle a rencontrée : elle dit avoir été gênée par la généralisation à "des" mesures. Elle aurait préféré une application aux seules mesures réalisées le jour même en optique. C'est bien le saut qui est demandé aux étudiants : le problème des billes est facile à comprendre et engendre une image simple d'un phénomène aléatoire, celui de mesures dans une expérience particulière est moins facile, celui de toute mesure est encore plus difficile, avec toutes les notions d'erreur, d'incertitude, d'aléatoire, de systématique.

Cette analogie étant située dans la continuité d'un enseignement visant à modifier les représentations des étudiants, il est difficile d'en caractériser l'apport spécifique. Nous noterons seulement deux points : parmi les étudiants qui en ont profité, aucun ne continue à juger les valeurs obtenues comme "bonnes", mauvaises", "aberrantes". Par contre, plusieurs étudiants d'un groupe qui n'en a pas profité, ont pensé que le calcul de l'intervalle de confiance était destiné, *in fine*, à juger les mesures, celles qui sont à l'extérieur pouvant être considérées comme aberrantes. Cette démarche est contraire à ce que nous avons appellé le point de vue du "statisticien", point de vue qui paraît plus facile à acquérir avec l'analogie.

Cependant, nous l'avons vu, une difficulté existe et les étudiants ne trouvent pas tous dans l'analogie de quoi la dépasser. Avec ou sans analogie, certains ont du mal à imaginer l'articulation de petites erreurs multiples. La conséquence en est une conception erronée des erreurs aléatoires.

CONCLUSION

C'est une expérience réellement réalisée devant les étudiants qui leur fournit une image permettant d'établir une relation entre la dispersion des mesures, l'intervention du hasard dans les mesures et l'utilisation des statistiques dans le mesurage. Son but est de modifier une représentation rudimentaire, sinon erronée du traitement des mesures. Utilisant des connaissances très simples à titre de source, elle permet une appréhension globale de plusieurs résultats de statistiques qui demandent normalement plusieurs étapes de raisonnement. Sa cible est un ensemble de connaissances essentiellement qualitatives, en tant qu'elles favorisent un changement de représentation, préalable d'un calcul mathématique. La cible de cette analogie qui ne "sert" qu'une fois peut être dite ponctuelle et qualitative : deux caractéristiques qui peuvent faire penser qu'elle est souvent atteinte.

BIBLIOGRAPHIE

ARMATTE M. (1991). La moyenne à travers les traités de statistique du XIX^{e} siècle. In J. Feldmann, G. Lagneau & B. Matalon, *Moyenne, milieu, centre. Histoire et usages.* Paris. Éditions de l'EHESS, pp. 85-106.

BEVINGTON P.R. (1969). *Data reduction and error analysis for the Physical Sciences.* New York, Mc Graw-Hill.

COELHO S. (1993). *Contribution à l'étude didactique du mesurage en physique dans l'enseignement secondaire : description et analyse de l'activité intellectuelle et pratique des élèves et des enseignants*. Thèse de doctorat, Université Paris 7.

CORROYER D. (1992). *Le traitement statistique des données en psychologie et son enseignement : de l'ère des tables à l'ère informatique*. Thèse de doctorat, Université Paris 5 René Descartes.

DUPIN J.-J. & JOHSUA S. (1989). *Expérimentations d'approches hypothético-déductives de la physique en classe de seconde : conditions et évaluation.* Rapport de recherche.

NGUYEN-XUAN A. (1990). Les analogies pour comprendre, pour apprendre et pour expliquer. In C. Bonnet, J.F. Richard & J.M. Hoc (Eds), *Traité de psychologie cognitive*. Paris, Dunod, pp. 145-157.

RUHLA C. (1989). *La physique du hasard*. Paris, Hachette-CNRS, Collection Liaisons scientifiques.

SCOTT P.H., ASOKO H.M. & DRIVER R.H. (1992). Teaching for conceptual change : a review of strategies. In R. Duit, F. Goldberg & H. Niederrer (Eds), *Research in Physics learning : theoretical issues and empirical studies*. Kiel, IPN, pp. 310-329.

SÉRÉ M.-G. (1992). A better comprehension of measuring in laboratory work. Communication au *Séminaire ATEE 1992*, Lahti, Finlande (à paraître).

SÉRÉ M.-G., JOURNEAUX R. & LARCHER C. (1993). Learning the statistical analysis of measurement errors. *International Journal of Science Education*, vol. 15, n° 4, pp. 427-438.