

RAISONNEMENTS EN ÉLECTRICITÉ ET EN HYDRODYNAMIQUE

Jean-Louis Closset

Les raisonnements des étudiants en électricité sont connus. Dans cet article nous les rappelons et les comparons avec ceux que les étudiants utilisent à propos des circuits hydrauliques. Nous montrons qu'ils sont qualitativement semblables mais quantitativement très différents à cause d'une dépendance par rapport au contenu. Nos conclusions portent sur l'usage de l'analogie hydraulique. Nous formulons aussi l'hypothèse selon laquelle ces "raisonnements naturels" peuvent être hiérarchisés et constituent un passage obligé dans l'apprentissage des sciences.

la "métaphore
du fluide en
mouvement"
utilisée par les
élèves et les
étudiants à
propos des
circuits
électriques...

Dans sa thèse Joshua (1) soutenait l'idée que les élèves et les étudiants, dans leur analyse des circuits électriques, avaient tendance à utiliser "la métaphore du fluide en mouvement". Nous-mêmes (2) indiquons que le support du raisonnement séquentiel à propos des circuits électriques était une "notion", espèce de concept flou aux contours mal définis, baptisée le plus souvent "courant" par les élèves et les étudiants et qui possède, outre des propriétés énergétiques, certaines des caractéristiques d'un fluide. Enfin Schwedes (3) a présenté à Ludwigsburg une expérience d'enseignement de l'électricité mettant en oeuvre des circuits hydrauliques.

Par ailleurs, les modes de raisonnements des étudiants à propos des circuits hydrauliques n'avaient jamais été étudiés. Il nous est donc apparu intéressant non seulement de procéder à cette étude mais aussi de comparer nos résultats à ceux plus anciens (2,4) que nous avons obtenus en électricité et que nous rappellerons ci-dessous. Une première

- (1) JOSHUA S., *L'utilisation du schéma en électrocinétique : aspects perceptifs et aspects conceptuels. Propositions pour l'introduction de la notion de potentiel en électrocinétique.* Marseille. Thèse Université de Provence, 1982.
- (2) CLOSSET J-L., *Le raisonnement séquentiel en électrocinétique.* Paris. Thèse Université Paris VII, 1983.
- (3) SCHWEDES H., The importance of water-circuits in teaching electric circuits. *Proceeding of an international workshop.* Pädagogische Hochschule Ludwigsburg, 1984.
- (4) CLOSSET J-L., Sequential reasoning in electricity. Research on physics education. *Proceeding of the first international workshop on physics teaching.* C.N.R.S. La Londe les Maures, 1983.

qu'en est-il à propos des circuits hydrauliques ?

étude (5) menée avec Lafontaine D., Blondin C. et Lafontaine A. a porté sur la résolution de problèmes d'hydrodynamique face à un circuit concret et s'est poursuivie avec les deux premiers auteurs et Lejoly S. au moyen d'un circuit simulé sur ordinateur (6). Nous présentons ici les résultats d'une enquête "papier crayon" menée parallèlement auprès de 92 étudiants d'une première année d'université dans une filière scientifique après un enseignement des éléments d'hydrodynamique.

1. CIRCUITS ÉLECTRIQUES

Nous ne présentons ici que deux questions proposées à une seule population d'étudiants de première année d'université dans une filière scientifique avant enseignement de l'électricité à ce niveau. L'information de ces étudiants en électrocinétique datait donc du secondaire.

La première question est la suivante (figure 1).

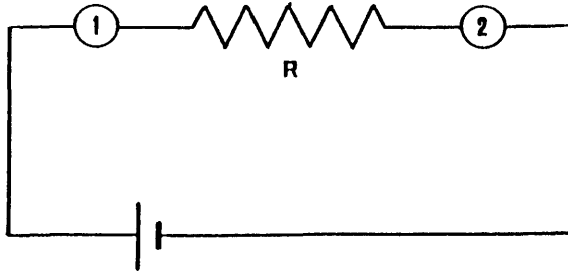


Figure 1

Question 1

a) L'ampoule 1 va-t-elle briller aussi fort, plus fort ou moins fort que l'ampoule 2 ?

On augmente la résistance R .

b) L'ampoule 1 va-t-elle briller aussi fort, plus fort ou moins fort qu'avant ?

c) L'ampoule 2 va-t-elle briller aussi fort, plus fort ou moins fort qu'avant ?

(5) LAFONTAINE D., BLONDIN C., CLOSSET J-L., & LAFONTAINE A., Résolution de problèmes d'hydrodynamique face à un circuit concret - Comparaison des stratégies avant et après apprentissage. *European Journal of Psychology of Education*, V, 4, 517-531 (1990).

(6) LAFONTAINE D., BLONDIN C., CLOSSET J-L., & LEJOLY S., Experts et novices face à un circuit simulé sur ordinateur, à paraître.

Nous résumons dans le tableau 1 l'essentiel des réponses obtenues.

TABLEAU 1 : Réponses à la question 1	N = 50
Réponse correcte a) 1 brille aussi fort que 2 b) 1 brille moins fort qu'avant c) 2 brille moins fort qu'avant	22 %
Raisonnement séquentiel a) 1 brille plus fort que 2 b) 1 brille aussi fort qu'avant c) 2 brille moins fort qu'avant	52 %
Raisonnement à courant constant a) 1 brille aussi fort que 2 b) 1 brille aussi fort qu'avant c) 2 brille aussi fort qu'avant	6 %

Les réponses correctes se passent pour l'instant de commentaires.

Voici quelques exemples de justifications recueillies chez les étudiants ayant fourni l'ensemble des réponses correspondant à ce que nous appelons un **raisonnement séquentiel** : *"R influence 2 mais pas 1", "Si R augmente, il y aura encore moins de courant qui passera et l'ampoule 2 brillera encore moins fort"*.

Tout se passe comme si le courant quittait la pile avec un débit initial indépendant du circuit et parcourait celui-ci éprouvant des "aventures" au fur et à mesure de la progression.

Une dernière catégorie d'étudiants, très minoritaires ici, conserve le courant le long du circuit mais hypergénéralise cette conservation spatiale pour en faire une conservation temporelle lorsqu'on modifie la résistance du circuit. Ce **raisonnement à courant constant** est accompagné de justifications du type suivant :

"La résistance n'influence pas le courant", "Augmenter la résistance ne fait rien car le courant passera toujours de la même façon ; le courant n'est pas arrêté par la résistance, il ne fait que la traverser".

Le questionnaire utilisé pour l'étude du raisonnement séquentiel ne comportait aucune question au sujet de ce qui se passe à l'intérieur de la résistance mais certains commentaires fournis à l'appui d'une réponse correcte montrent que celle-ci peut être produite par un raisonnement qui l'est beaucoup moins :

"L'intensité du courant reste la même à l'entrée et à la sortie" (lorsqu'on augmente la résistance), "On peut faire une analo-

le courant éprouverait des aventures au fur et à mesure de sa progression

hypergénéralisation de la conservation spatiale : conservation temporelle

une action locale
sur le courant
n'aurait d'effet
que localement

gie avec un circuit hydraulique : dans la résistance le débit diminue ($i \searrow$) ; après il reprend son cours normal”.

Nous parlerons à ce propos de **raisonnement local**, le définissant comme un raisonnement selon lequel toute action sur le courant, et de façon plus générale sur le flux, n'a d'effet que localement, là où elle se produit, sans conséquence ni en aval, ni en amont.

Nous voudrions encore rappeler les résultats obtenus avec la question suivante (figure 2) ayant trait à un circuit présentant une dérivation.

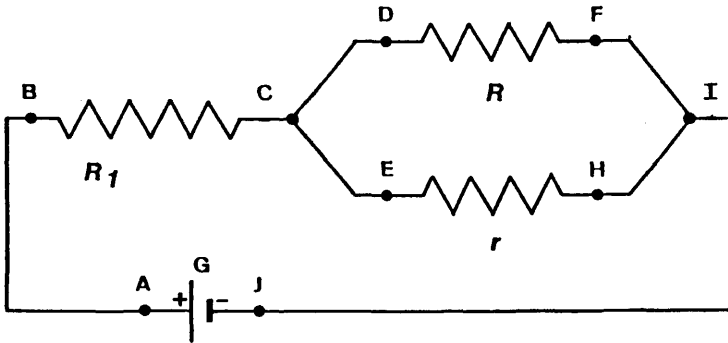


Figure 2

Question 2 ($R > r$)

- a) Le courant est-il plus grand, plus petit ou le même en CD qu'en CE ?
- b) Le courant est-il plus grand, plus petit ou le même en FI qu'en HI ?

Cette question a donné lieu aux résultats rassemblés dans le tableau 2 suivi de quelques commentaires d'étudiants.

TABLEAU 2 : Réponses à la question 2 (i : intensité)	N = 47
Réponse correcte a) $i^{CD} < i^{CE}$ b) $i^{FI} < i^{HI}$	36 %
Raisonnement séquentiel a) $i^{CD} = i^{CE}$ b) $i^{FI} < i^{HI}$	51%
Raisonnement à courant constant a) $i^{CD} = i^{CE}$ b) $i^{FI} = i^{HI}$	6 %

mêmes
raisonnements
dans les circuits
en série et dans
les circuits en
parallèles

Raisonnement séquentiel :

"Dans CD et dans CE, on ne voit pas encore se marquer la différence qu'il y a entre R et r", "Il n'y a aucune raison pour que l'intensité soit plus grande dans une portion (CD ou CE), car il n'y a aucune résistance qui intervient".

Raisonnement à courant constant :

"Le courant est constant dans tout le circuit", "La différence entre R et r n'a aucun effet : le courant aura partout la même intensité".

Les modes de raisonnement sont ici également les mêmes que ceux rencontrés dans la situation précédente. Nous allons maintenant rechercher les modes de raisonnement mis en oeuvre par les étudiants à propos de situations extrêmement semblables relatives à des circuits hydrauliques.

2. CIRCUITS HYDRAULIQUES

La population utilisée pour cette étude est tout à fait équivalente à celle utilisée pour l'étude relative aux circuits électriques. Il s'agit de 92 étudiants de première année d'université dans une filière scientifique après enseignement des éléments d'hydrodynamique. La question 3 (figure 3) est relative à un circuit qui est la réplique hydraulique du circuit de la question 1.

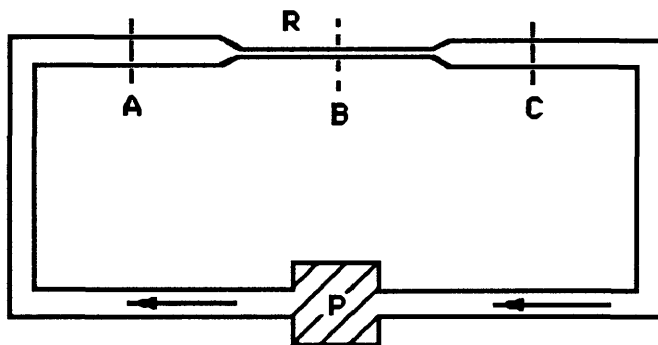


Figure 3

Question 3

Dans le circuit hydraulique ci-dessus, P est une pompe qui établit la circulation de l'eau dans le circuit. Celui-ci est horizontal et la direction de l'eau est indiquée par deux flèches.

- a) *La quantité d'eau par seconde en A sera-t-elle la même, plus grande ou plus petite que celle en B ?*
- b) *La quantité d'eau par seconde en B sera-t-elle la même, plus grande ou plus petite que celle en C ?*

pour l'étude des circuits hydrauliques : des questions très semblables à celles utilisées pour les circuits électriques

- c) La vitesse des particules d'eau en A sera-t-elle la même, plus grande ou plus petite que celle en B ?
- d) La vitesse des particules d'eau en B sera-t-elle la même, plus grande ou plus petite que celle en C ?
- Dans le même circuit, par un procédé quelconque, on rend le rétrécissement R encore plus étroit.
- e) La quantité d'eau par seconde en A sera-t-elle la même, plus grande ou plus petite qu'avant ?
- f) La quantité d'eau par seconde en B sera-t-elle la même, plus grande ou plus petite qu'avant ?
- g) La quantité d'eau par seconde en C sera-t-elle la même, plus grande ou plus petite qu'avant ?

Les réponses obtenues aux questions 3 a) et b) sont rassemblées dans le tableau 3.

TABLEAU 3 : Question 3 a) et b) (Q = débit)		N = 92
Réponse correcte $Q^A = Q^B = Q^C$	Conservation du flux	76
Raisonnement séquentiel $Q^A > Q^B = Q^C$	Non-conservation du flux	6
Raisonnement local $Q^A \approx Q^B \approx Q^C$		10

Nous illustrons ci-dessous ces résultats par deux exemples de commentaires d'étudiants.

Raisonnement séquentiel :

"Parce que le tube A est plus grand qu'en B ; parce que C est après B et la quantité d'eau en C n'a pas d'autre origine que B".

Raisonnement local :

"Parce que le volume d'eau est proportionnel à la section".

Tous les étudiants qui ont fourni une réponse correcte aux questions relatives au flux fournissent aussi une réponse correcte aux questions relatives à la vitesse.

En ce qui concerne les étudiants qui ne conservent pas le flux, nous n'avons pu établir aucune corrélation entre les réponses fournies aux questions relatives au flux et celles relatives à la vitesse. Ou ils identifient la vitesse et le flux, ou ils les déconnectent complètement. Dans le premier cas, ils fournissent tous (3) une réponse "locale" et dans l'autre cas, ils peuvent aussi bien fournir une réponse correcte (5), produire un raisonnement à débit constant (4) ou un raisonnement séquentiel (4) mais toujours sans aucun rapport avec les réponses aux questions relatives au débit.

Le tableau 4 rassemble les réponses aux questions 3 e), f) et g).

TABLEAU 4 : Question 3 e), f) et g)	N = 92
Réponse correcte $Q^A \downarrow ; Q^B \downarrow ; Q^C \downarrow$	8
Raisonnement séquentiel $Q^A = ; Q^B \downarrow$ ou $\uparrow ; Q^C \downarrow$ ou \uparrow	8
Raisonnement local $Q^A = ; Q^B \downarrow$ ou $\uparrow ; Q^C =$	12
Raisonnement à débit constant $Q^A = ; Q^B = ; Q^C =$	55
Pas de réponse ou divers	9

Nous illustrons ci-dessous ces résultats par quelques exemples de commentaires d'étudiants.

Raisonnement séquentiel :

"En A, le débit ne subit aucune contrainte ; en B, la section est réduite ; en C, à moins que l'on apporte de l'eau d'une autre origine, le débit doit être le même qu'en B".

Raisonnement local :

"En A, le débit doit être le même qu'avant parce que rien n'a changé à la pompe ; en B, parce que la section est rétrécie, la pression sera plus grande et le débit doit aller plus vite ; en C, la section est la même qu'avant et donc aussi le débit".

Raisonnement à débit constant :

"En A, la section du tube est toujours la même et donc aussi le débit ; en B, la quantité d'eau est constante mais elle va plus vite".

Nous retrouvons ici qualitativement les mêmes raisonnements que ceux rencontrés en électricité mais avec des fréquences très différentes spécialement dans le cas du raisonnement séquentiel (8,7% au lieu de 52%) et dans le cas du raisonnement à débit constant (60% au lieu de 6%). L'explication est évidemment relative aux contenus différents : il est plus facile de "consommer" du courant que de l'eau ! Il est également intéressant de noter que tous les raisonnements à débit constant sont fournis par des étudiants qui conservent le flux lors des questions 3 a) et b). Nous discuterons plus tard le problème général de la cohérence des réponses des étudiants.

mêmes modes de raisonnement mis en évidence dans le cas des circuits hydrauliques en série

La seconde situation que nous avons utilisée est présentée à la figure 4 et les questions relatives sont résumées ci-dessous.

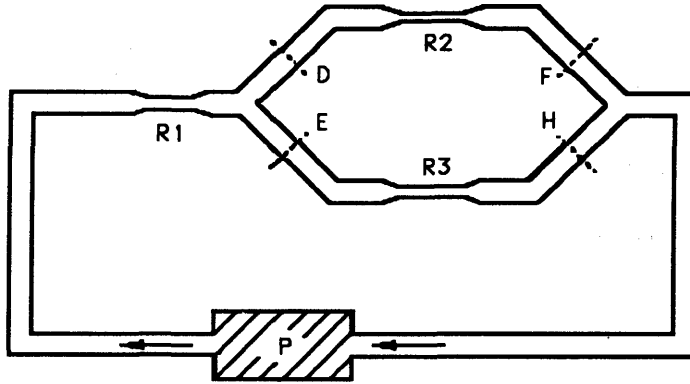


Figure 4

Question 4 ($R2 < R3$)

- a) La quantité d'eau par seconde en D sera-t-elle la même, plus grande ou plus petite que celle en E ?
- b) La quantité d'eau par seconde en F sera-t-elle la même, plus grande ou plus petite que celle en H ?

Le tableau 5 résume les réponses obtenues.

TABLEAU 5 : Question 4 a) et b)	N = 92
Réponse correcte $Q^D < Q^E$ et $Q^F < Q^H$	23
Raisonnement séquentiel $Q^D = Q^E$ et $Q^F \geq Q^H$	12
Raisonnement local $Q^D = Q^E$ et $Q^F = Q^H$	8
Raisonnement à débit constant $Q^D = Q^E$ et $Q^F = Q^H$	40
Divers et sans réponse	9

Il n'est pas aisé de faire une différence entre les deux derniers modes de raisonnement puisqu'ils conduisent aux mêmes réponses ; seules les justifications fournies par les étudiants permettent de les distinguer. Ces justifications n'étant pas toujours suffisamment explicites des erreurs ne sont pas à exclure.

Nous présentons ci-dessous quelques exemples des commentaires des étudiants à propos de la question 4.

mêmes modes de raisonnement mis en évidence dans le cas des circuits hydrauliques parallèles

Raisonnement séquentiel :

"L'eau venant de R1 est divisée en deux parties égales entre D et E ; parce que la section de R2 est plus petite que la section de R3".

Raisonnement local :

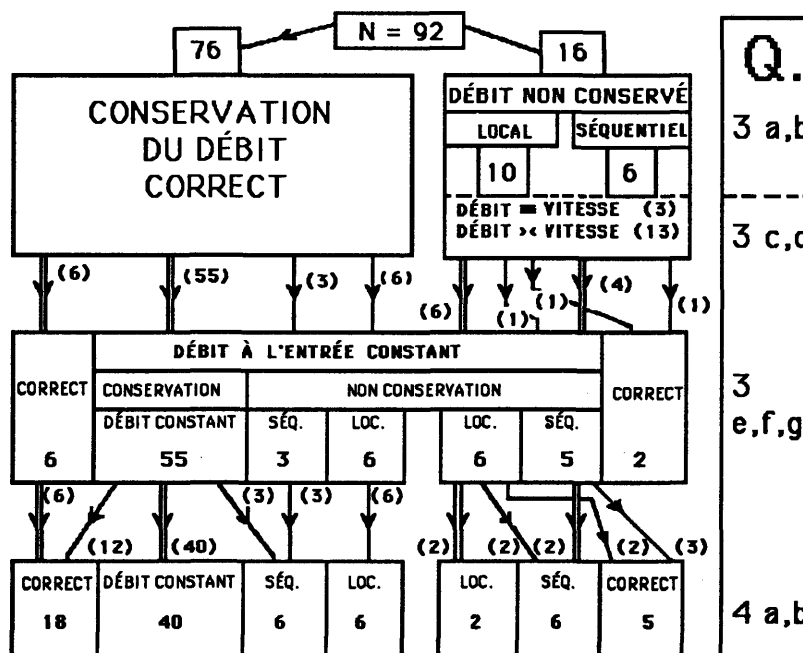
"Comme la section en D = la section en E, les quantités d'eau en D et en E sont les mêmes. Comme les sections en F et en H sont les mêmes, les quantités d'eau sont les mêmes aussi".

Raisonnement à débit constant :

"Parce que les rétrécissements R2 et R3 n'ont aucune influence sur le débit", "Les sections en F et en H sont les mêmes, ainsi les débits sont les mêmes mais les vitesses en R2 et R3 sont différentes".

mêmes raisonnements en électricité et en hydrodynamique mais inversion des fréquences majoritaires

Le tableau ci-dessous présente une vue générale des raisonnements mis en oeuvre par les étudiants pour répondre aux questions 3 et 4. Ils sont qualitativement identiques à ceux rencontrés à propos de questions semblables en électricité, mais leurs fréquences d'apparition sont très différentes. Ce phénomène est à l'évidence imputable à la différence de nature entre les deux "fluides" en cause.



Le tableau précédent fait apparaître quatre modes de raisonnement cohérents au travers des diverses questions : le raisonnement correct (6), le raisonnement séquentiel (2), le raisonnement local (2) et le raisonnement à débit constant (40). Dans chacun des trois derniers raisonnements le débit "à l'entrée" est constant et dans le dernier cas la constance spatiale du débit se transforme en conservation temporelle et en une identité et une constance spatiale dans deux branches en parallèle.

D'autres étudiants passent d'un mode de raisonnement à un autre, mais ce passage, dans l'ordre de la séquence de questions, ne se fait pas vraiment au hasard : soit ils passent d'une conservation spatiale du débit (Q.3 a,b) à un raisonnement local (6) ou à un raisonnement séquentiel (3) (Q.3 e,f,g et Q.4 a,b) qui ne respecte pas cette conservation, soit ils passent d'un raisonnement local (Q.3 a,b) ou (Q.3 e,f,g) à un raisonnement séquentiel (1+2) (Q.3 e,f,g ou Q.4 a,b) ce qui constitue, en termes de conservation spatiale, un léger progrès. Certains encore passent d'un raisonnement à débit constant (12) (Q.3 e,f,g) à un raisonnement correct (Q.4 a,b) ou encore d'un raisonnement local (1+2) ou séquentiel (1+3) (Q.3 a,b ou Q.3 e,f,g) à un raisonnement correct (Q.3 e,f,g ou Q.4 a,b) ce qui constitue chaque fois un progrès.

La tendance majoritaire (50/92) est donc d'être cohérent sur l'ensemble des questions ; une autre tendance importante (22/92) est de progresser vers une conservation du débit et/ou une réponse correcte dans l'ordre de la séquence des questions qui est celui de leur présentation aux étudiants. Il y a là soit un phénomène d'apprentissage, soit une simple dépendance par rapport au contenu ce qui ne peut être déterminé dans le cadre de cette étude, encore qu'un argument en faveur de la dépendance par rapport au contenu ressort du fait que quelques étudiants (12/92) passent d'une réponse correcte à un raisonnement séquentiel ou local. Huit étudiants enfin ne répondent pas à toutes les questions ou ne fournissent pas de justification.

Pour disposer d'arguments à propos de l'utilisation éventuelle des circuits hydrauliques dans le cadre de l'enseignement de l'électrocinétique, il nous est apparu intéressant d'examiner les raisonnements des étudiants à propos des différences de pression. C'est pourquoi nous avons proposé au même échantillon d'étudiants la question 5 suivante (figure 5).

une majorité
d'étudiants
adopte un même
mode de
raisonnement au
travers des
différentes
questions

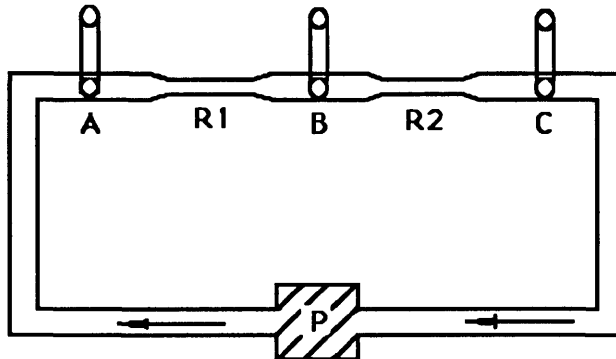


Figure 5

Question 5

a) La hauteur d'eau sera-t-elle la même, plus grande ou plus petite en A qu'en B ?

b) La hauteur d'eau sera-t-elle la même, plus grande ou plus petite en B qu'en C ?

On augmente la vitesse de rotation de la pompe et donc aussi le débit.

c) La hauteur d'eau en A sera-t-elle la même, plus grande ou plus petite qu'avant ?

d) La hauteur d'eau en C sera-t-elle la même, plus grande ou plus petite qu'avant ?

Le tableau 6 ci-après résume les résultats obtenus à l'occasion de la question 5.

questions à propos des différences de pression qui servent parfois d'analogies aux différences de potentiel

TABLEAU 6 : Question 5 a,b puis c,d (h = hauteur)	N = 92
Pression constante dans le circuit $h^A = h^B = h^C$ puis $h^A = ; h^C =$ (25) $h^A \nearrow$ ou $\searrow ; h^C \nearrow$ ou \searrow (25)	50
Le débit crée les différences de pression $h^A \geq h^B \geq h^C$ puis $h^A \nearrow$ ou $\searrow ; h^C \nearrow$ ou \searrow ou =	26
Réponse correcte $h^A > h^B > h^C$ puis $h^A \nearrow ; h^C \searrow$	1
Pas de réponse et divers	15

Nous illustrons maintenant ces résultats par quelques exemples de commentaires d'étudiants.

Pression constante dans le circuit :

"La pression est la même dans tout le circuit ; la vitesse change mais pas la pression", "Même section, même vitesse, même débit ; si la vitesse augmente le débit augmente et la hauteur d'eau aussi".

Le débit crée les différences de pression :

"Il y a une différence de pression entre A et B, la vitesse augmente, la pression augmente", "Il est plus aisé pour l'eau de grimper en A que de passer en B ; plus d'eau passe dans le circuit, donc plus de pression".

penser qu'une différence de pression est nécessaire pour obtenir un débit est exceptionnel

A l'exception d'une seule réponse correcte, aucun étudiant ne pense qu'une différence de pression est nécessaire pour obtenir un débit. La majorité des étudiants estime qu'il n'y a pas de différence de pression dans le circuit. Les autres inversent la causalité dans leur analyse du circuit.

3. CONCLUSIONS

Cette étude montre à l'évidence que les étudiants rencontrent les mêmes difficultés à propos du circuit hydraulique qu'à propos du circuit électrique. Il apparaît donc vain d'espérer utiliser une analogie hydraulique qui se fonderait sur une connaissance "naturelle" du circuit hydraulique.

Néanmoins, il y aurait peut-être intérêt à faire précéder l'étude des circuits électriques par celle des circuits hydrauliques qui pourraient constituer une première approche de l'enseignement de l'électricité indépendamment de l'intérêt qu'ils ont pour eux-mêmes. En effet, l'eau est une substance concrète et se prête bien à l'expérimentation : on peut visualiser le débit et les différences de pression sont aisément observables. Enfin, comme nous l'avons montré les étudiants conservent plus aisément le flux hydraulique que le flux électrique.

faire précéder l'étude des circuits électriques par celle des circuits hydrauliques ?

Cependant, deux difficultés importantes devront être rencontrées. La première est l'absence pour les deux circuits de raisonnement systémique de la part des étudiants : la pompe ou la pile détermine le débit ou le courant et parfois ce raisonnement conduit à la réponse correcte ! La seconde difficulté est, pour les étudiants, la non-nécessité d'une différence de pression ou de potentiel pour obtenir un débit ou un courant ; un étudiant déclare : "L'eau circule et c'est tout !" Pour obtenir un débit ou un courant, il suffit d'une pompe ou d'une pile et ... c'est vrai !

Une autre conclusion concerne l'importance des raisonnements comme outils de description des représentations des élèves et des étudiants en physique et probablement d'une façon plus générale en science. Ils sont, comme ici, dépen-

dants du contenu mais possèdent une signification très générale et sont particulièrement bien adaptés à l'étude de la résolution de problèmes. Ceci n'est plus à démontrer.

les modes de
raisonnement
des élèves
éclairent sur leur
apprentissage
des sciences

Le vrai problème est plutôt de savoir en quoi la connaissance des modes de raisonnement des élèves et des étudiants nous éclaire quant à l'apprentissage par ceux-ci de la physique et plus généralement des sciences. Nous voudrions tenter d'y répondre sous forme d'hypothèse. On a déjà montré, particulièrement en électricité, et dans cet article en hydrodynamique, qu'à propos d'une même situation on peut rencontrer toute une série de modes de raisonnement possibles. Lorsque les études portent sur des élèves d'âges différents ou de compétences différentes le nombre de raisonnements utilisés augmente encore. Les plus primitifs, ou si l'on préfère les plus simples, sont les plus fréquents chez les sujets a priori les moins compétents. Il semble donc qu'il existe une voie "naturelle" (avec peut-être quelques détours possibles ou quelques variantes) qui conduise à la connaissance du "physicien" dans un domaine ou à propos d'un sujet déterminé. Ainsi en électricité, parmi les raisonnements que nous avons évoqués (il en existe d'autres (7)) le plus primitif est le raisonnement local ; le passage au raisonnement séquentiel constitue déjà un progrès par rapport à celui-ci puisqu'il conserve le débit "avant". Le raisonnement à courant constant qui respecte la conservation spatiale du débit serait l'étape suivante avant d'en venir au raisonnement systémique correct.

Notre hypothèse, formulée sous forme d'affirmation, serait la suivante : **les modes de raisonnement peuvent être hiérarchisés et constituent alors un passage obligé dans la construction de la connaissance scientifique de nos élèves et de nos étudiants.** Les rencontrer et les dépasser en ne tentant pas de bousculer leur hiérarchie naturelle serait la garantie de l'acquisition des compétences cognitives nécessaires à une connaissance scientifique stable d'un sujet déterminé. Nous parlerons à ce propos de "chemin cognitif". Ce concept devrait, nous semble-t-il, orienter la recherche tant à propos des modes de raisonnement qu'à propos de l'apprentissage durant les prochaines années en didactique des sciences.

Jean-Louis CLOSSET
Service de physique,
Faculté des Sciences Agronomiques,
Gembloux, Belgique

(7) CLOSSET J.-L., Les obstacles à l'apprentissage de l'électrocinétique. *B.U.P.*, n° 716, pp. 931-949 (1989).