

RAISONNEMENT À PLUSIEURS VARIABLES : TENDANCES DE LA PENSÉE COMMUNE

Laurence Viennot

A partir de résultats d'enquêtes auprès d'étudiants en sciences, l'article spécifie quelques tendances fréquemment observées dans le traitement de problèmes à plusieurs variables ou dans l'interprétation d'énoncés qui s'y rapportent. On décrit deux modes de réduction de l'analyse des dépendances fonctionnelles en cause : considérer moins de variables que nécessaire, ou bien traiter le nombre convenable de variables mais d'une manière inappropriée qui donne aux explications fournies par les étudiants la structure d'une histoire. On montre que ces traits caractéristiques du "raisonnement linéaire causal" apparaissent sur des contenus variés, ce qui contribue à justifier que l'on aborde aussi l'étude des idées des apprenants par l'entrée des composantes générales de raisonnement, et non seulement par celle des contenus spécifiques.

des études sur la
pensée
commune en
sciences
expérimentales...

abordées par
l'entrée des
contenus...

Les vingt dernières années ont vu se développer un courant considérable de recherches consacrées à l'exploration des caractères les plus marquants de la pensée commune, notamment dans des domaines relevant des sciences expérimentales. Cet effort a largement pris ses racines dans l'oeuvre de Piaget et, surtout en France, dans celle de Bachelard. L'une et l'autre se rejoignent pour donner toute son importance à l'étude des modes de pensée propres aux individus, a priori non dus à un enseignement préalable. L'hypothèse de l'apprenant vu comme une "tabula rasa" ainsi réfutée, de nombreux chercheurs se sont engagés dans une exploration désormais considérée comme un préalable indispensable à la construction de tout enseignement : celles des tendances communes de la pensée.

Mais quelles lignes choisir pour analyser un domaine d'une telle complexité ? L'analyse piagétienne en termes de structures logico-mathématiques et de types généraux d'opérations - concrètes, formelles - s'est trouvée submergée par la multiplicité d'observations débordant une telle classification. La perception de ces limites, la prise de conscience de l'importance décisive des contenus dans les modes de pensée et les difficultés d'apprentissage, ont conduit de nombreux chercheurs à choisir comme unité d'analyse tel ou tel domaine de telle ou telle science. Chez les chercheurs d'origine "disciplinaire", c'est-à-dire enseignants ou enseignants-chercheurs dans une science donnée, cette séparation en "chapitres" était aussi, a priori, la plus naturelle. Ce fut aussi l'occasion de renforcer le caractère résolument axé sur les disciplines d'un champ de recherche émergent : la didactique.

C'est ainsi que, par exemple en physique, ont fleuri les études à propos des "conceptions", "raisonnements spontanés" ou "naturels", "idées naïves",..., sur mécanique, lumière et vision, chaleur et température, circuits électriques, image optique, etc...

ou par celle des formes plus générales de raisonnement

L'article qui suit relève d'un type de préoccupation qui se situe transversalement par rapport à ces explorations liées à des champs particuliers de la physique. Il rend compte d'enquêtes qui ont contribué, au moins chez leurs auteurs, à un renouvellement d'intérêt pour l'étude de formes relativement générales de raisonnement, dont plusieurs travaux récents ont confirmé toute l'importance comme on le verra plus loin. Le thème "transversal" en question ici est celui des raisonnements sur les problèmes à plusieurs variables. Les résultats rappelés concernent principalement des étudiants scientifiques en début d'études universitaires.

1. TENDANCES À LA RÉDUCTION FONCTIONNELLE

La résolution des problèmes considérés ici met en jeu des relations impliquant, donc, plusieurs grandeurs physiques. Il semble que ce soit pratiquement toujours le cas, et que les élèves y soient habitués depuis qu'ils utilisent un formalisme algébrique. Mais toute la question est de savoir quel type d'activité intellectuelle est pratiqué à leur propos.

utiliser une relation entre grandeurs pour un calcul...

Deux points de vue sont à distinguer nettement. Celui qui consiste à utiliser de telles relations dans un calcul algébrique, puis, en fin de compte, comme moyen de calculer une valeur numérique à partir de plusieurs autres, et celui qui autorise des raisonnements du type : si telle grandeur augmente et si telle autre est maintenue constante, alors telle autre diminue. Ces deux points de vue seront qualifiés dans la suite l'un de **numérique** et l'autre de **fonctionnel**.

ou pour une analyse des dépendances fonctionnelles

Avant de poursuivre, il faut souligner toute l'importance de l'aspect fonctionnel. On peut dire que l'on commence à comprendre véritablement un domaine, de la physique en particulier, quand on maîtrise un tant soit peu les dépendances fonctionnelles. C'est notamment un élément majeur du contrôle des résultats qu'on obtient à la fin d'un calcul. Par exemple, un étudiant qui s'intéresse à la trajectoire, de rayon de courbure R , d'une particule de masse m , charge q et vitesse v , dans un champ d'induction magnétique B , peut avoir écrit par inadvertance la relation $R = qB/mv$. Revenir dessus sous l'angle des dépendances fonctionnelles, observer que le rayon de courbure ainsi trouvé diminue avec la masse et la vitesse de la particule, qu'il augmente avec les termes charge et induction qui sont liés à la cause de la déviation peut l'amener à conclure que ce résultat est inexact (*la relation correcte est $R = mv/qB$*).

Les approches numériques et fonctionnelles sont très inégalement pratiquées dans l'enseignement secondaire. Les

une tendance
courante :
réduire la
complexité d'une
telle analyse

élèves y ont l'occasion de manipuler en mathématiques les fonctions d'une seule variable, et en physique des relations impliquant deux grandeurs ou plus, mais essentiellement comme moyen de calcul. L'idée de dépendance fonctionnelle à plusieurs variables est peu travaillée. Les étudiants de premier cycle universitaire ont eux-mêmes des compétences bien inégales sur les plans numérique et fonctionnel (Saltiel 1989).

On sait bien, par ailleurs, que déjà les enfants ont une grande inclination vers une pratique réductrice de ce point de vue. Ainsi une relation telle que celle qui lie distance parcourue, vitesse et durée de parcours donne fréquemment lieu à ces énoncés : "plus vite, donc plus loin", "plus vite, donc moins de temps", qui figent, ou plutôt ignorent, la troisième variable (Bovet et al. 1967, Crépault 1981).

L'objectif des enquêtes dont on évoque ici les résultats est de faire le point sur les pratiques communes des étudiants en matière d'analyse fonctionnelle. Ce qui vient d'être dit laisse prévoir que celles-ci sont, elles aussi, réductrices. Ce sont donc surtout les objets et les modalités de cette réduction qui sont au centre de ces enquêtes.

2. DES CONSTANTES "NUMÉRIQUES" OU "FONCTIONNELLES"

Ce premier thème d'étude peut apparaître comme tout à fait paradoxal ici. La notion de constante est apparemment sans mystère. Pourtant ce terme peut renvoyer à deux significations extrêmes :

constantes: des
non-dépendances
et des
dépendances

- l'une, **numérique**, où le mot "constante" prend le statut d'un nom commun pratiquement synonyme de nombre plus ou moins utile à connaître, depuis une simple caractéristique d'objet telle que la masse de la Terre, jusqu'aux constantes dite universelles, telles que la constante de Planck, h , ou la vitesse de la lumière dans le vide, c .
- l'autre, "**fonctionnelle**", où il s'agit d'un adjectif qui a perdu le nom qu'il qualifie - fonction constante de telles ou telles variables - **tout l'intérêt étant cette fois dans la liste de ces variables dont on aurait pu croire a priori qu'elles affectaient la "constante"**.

Lorsqu'on s'efforce de spécifier ces variables qui sont, en bref, sans effet sur la grandeur considérée, on s'aperçoit en général que cette grandeur dépend d'autres variables. Une explicitation fonctionnelle un peu complète comprend dès lors deux volets, celui des "indépendances intéressantes" et celui des dépendances. L'encadré 1 donne une idée de la façon dont une telle explicitation précise et complète des énoncés d'usage tout à fait courants dans la pratique physique.

Énoncé proposé : La vitesse de la lumière est une constante	
Énoncé explicité et complété :	
<p>La vitesse de la lumière NE DÉPEND PAS... de la fréquence du référentiel</p>	<p>La vitesse de la lumière DÉPEND... de la nature du conducteur de la fréquence (sauf dans le vide)</p>
Énoncé proposé : Loi d'Ohm : À température constante, la résistance d'un conducteur métallique est une constante	
Énoncé explicité et complété :	
<p>La nature, les dimensions, la température du conducteur étant fixés, sa résistance NE DÉPEND PAS... de la tension U appliquée à ses bornes du courant I qui la traverse</p>	<p>La résistance d'un tel conducteur DÉPEND... de la nature du conducteur de ses dimensions de sa température</p>

Encadré n° 1 : Deux énoncés d'usage courant explicités et complétés

des enquêtes
auprès
d'étudiants
scientifiques...

La question posée est maintenant celle-ci : comment les étudiants se situent-ils devant ces énoncés lourdement chargés d'implicite ? Dans l'éventail des significations possibles, où vont leurs préférences, quelles sont leurs questions ?

L'enquête menée à ce propos (Viennot 1982) auprès d'étudiants en sciences de première et seconde années universitaires utilise les énoncés cités en tête des tableaux de l'encadré 1.

Les questions posées sont du type :

- Cet énoncé vous paraît-il clair et sans ambiguïté ?
- Vous semble-t-il incomplet ? Si oui, quelles précisions vous semblent indispensables, simplement utiles ?
- Aimeriez-vous le reformuler ? Si oui, comment ?

Les aspects les plus frappants des résultats sont résumés dans les tableaux 1 et 2.

**PRINCIPALES CARACTÉRISTIQUES DES COMMENTAIRES
DES ÉTUDIANTS AUX ÉNONCÉS 1 (TABLEAU 1) ET 2 (TABLEAU 2)**

LA VITESSE DE LA LUMIÈRE EST UNE CONSTANTE				
La grandeur considérée...	Gembloux 1 ^{ère} année Faculté N = 32	Gembloux 2 ^{ème} année Faculté N = 35	Paris 7 1 ^{ère} année Université N = 35	École ingénieurs 1 ^{ère} année N = 100
NE DÉPEND PAS... (1)	28 %	6 %	18 %	9 %
...du référentiel (2)	0 %	6 %	15 %	3 %
DÉPEND... (1)	50 %	74 %	85 %	77 %
...du milieu (3)	50 %	68 %	78 %	77 %
<p>(1) : Pourcentages de réponses mentionnant une non-dépendance (première ligne), ou une dépendance (troisième ligne), quel qu'en soit l'argument.</p> <p>(2) : Pourcentages de réponses mentionnant la non-dépendance vis-à-vis du référentiel.</p> <p>(3) : Pourcentages de réponses mentionnant la dépendance vis-à-vis du milieu.</p>				

TABLEAU 1

À TEMPÉRATURE CONSTANTE, LA RÉSISTANCE D'UN CONDUCTEUR MÉTALLIQUE EST UNE CONSTANTE	
La grandeur considérée...	Gembloux 1 ^{ère} année Faculté N = 32
NE DÉPEND PAS...	6 %
DÉPEND...	47 %

TABLEAU 2

Gembloux : Faculté des Sciences Agronomiques (Belgique)

École d'Ingénieurs : École Supérieure d'Informatique, d'Électronique et d'Automatique (Paris).

montrent une
préférence pour
l'explicitation des
dépendances...

On y apprend essentiellement que les constantes en question, la vitesse de la lumière comme la résistance du conducteur ohmique, ne se réduisent pas, au premier abord, à un nombre pur et simple, $c = 300\,000$ km/s par exemple. L'aspect fonctionnel est envisagé mais, paradoxalement, sous l'angle des dépendances beaucoup plus volontiers que sous celui des indépendances. Que la vitesse de la lumière dépende du milieu est largement souligné. De quoi, dès lors, cette grandeur pourrait-elle ne pas dépendre, c'est à dire en quoi est-elle plus "constante" que n'importe quelle grandeur physique ? Bien peu le savent, **aucun** ne s'inquiète de l'ignorer. Mêmes constatations pour la résistance d'un conducteur ohmique, dont un étudiant seulement sur les 41 interrogés a précisé spontanément la propriété essentielle d'invariance, à température fixée, par rapport à la tension appliquée et au courant qui la traverse, alors que deux autres mentionnaient une invariance dans le temps, tandis qu'abondaient les précisions sur les facteurs dont dépendaient la "constante".

On retrouve cette réticence à expliciter les non-dépendances dans les manuels et chez les enseignants. Qui pense, par exemple, à bien spécifier que la vitesse d'un ébranlement mécanique sur une corde ne dépend pas de la violence de la secousse initiale ? L'étude de L.Maurines sur ce point (1986, et Maurines et Saltiel 1988) montre pourtant que ce serait bien utile. On pense avoir tout dit lorsqu'on a dit qu'une grandeur était constante, et les seuls soucis portent sur ce dont la constante pourrait bien dépendre.

Si l'on s'interroge maintenant, à un niveau plus fin et sans doute plus conjectural de l'analyse, sur la manière dont sont perçues et exprimées ces dépendances, d'autres remarques se présentent.

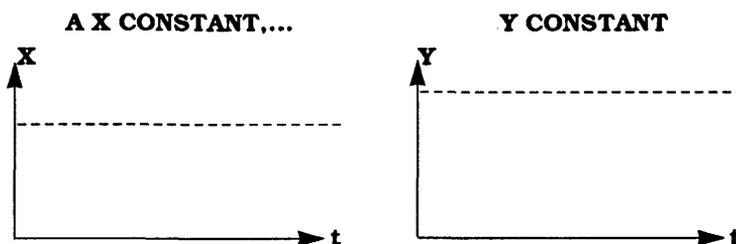
L'expression qui semblerait la plus naturelle est du type : "telle grandeur dépend de telle autre". Or on observe extrêmement fréquemment la forme qui est d'ailleurs celle de l'énoncé 2 :

"à telle grandeur donnée...telle autre est une constante"

"pour un milieu donné....la vitesse de la lumière est une constante"

"à température donnée ...la résistance...est constante"

Ce fait n'est sans doute pas neutre, pas plus que ne l'est le faible taux (17%) de retraduction de l'énoncé 2 sous la forme "la résistance....dépend de la température". Ces deux formes d'expression ne sont pas équivalentes. Très probablement la faveur dont jouit la forme "à X = Cte, Y = Cte" tient au rôle privilégié du temps comme variable implicite des fonctions dites constantes, ce qui conduit à l'interprétation résumée dans le schéma suivant :



et pour une
conception des
constantes
comme
caractéristique
d'objet...

Cette interprétation rapproche la notion de constante de celle de caractéristique d'objet, l'objet étant lui-même défini par sa permanence dans le temps. Elle éclaire a posteriori les soucis concernant d'éventuelles dépendances, dont témoignent par exemple ces deux commentaires :

"Si les conditions physiques, climatiques, chimiques, sont constantes, la résistance d'un conducteur ohmique est constante."

"On n'a pas facilement un conducteur ohmique. Il faut tenir compte des variations externes autres que la température. A température constante, et à un instant donné, sous des conditions extérieures données, la résistance d'un conducteur métallique est une constante."

A leur lecture vient l'envie de les résumer ainsi : si **tout** est constant, la résistance est constante. Bien entendu, ce résumé lapidaire vide l'énoncé initial de la signification qu'il était censé véhiculer (une non-dépendance), mais il en exprime bien une autre, celle que l'étudiant lui donne : il s'agit de spécifier complètement un objet, afin que ses caractéristiques soient bien définies. La constante n'est plus qu'un nombre sur une étiquette qu'on colle sur l'objet.

Sans doute est-ce pour cela qu'on parle si facilement de constante pour des caractéristiques très particulières d'objets très particuliers, telles la masse de la Terre ou celle de la Lune. Cette vision des grandeurs constantes favorise, bien sûr, le point de vue numérique aux dépens du point de vue fonctionnel.

occultant ainsi
l'idée
fonctionnelle de
non-
dépendance

3. LA DIFFICULTÉ D'EXPRIMER DES NON-DÉPENDANCES

Un premier constat est donc que les non-dépendances ne sont pas volontiers exprimées comme telles. Pour toute grandeur physique, la liste des "non-dépendances" est illimitée. S'agissant d'une constante, tout l'intérêt, et toute la difficulté parfois, est de spécifier celles qui sont intéressantes à connaître.

Mais l'expression même d'une non-dépendance se heurte parfois à une difficulté supplémentaire, qui est associée au

systèmes : des variables d'état mutuellement dépendantes...

fait que certaines variables du problème considéré peuvent être liées, c'est à dire contraintes par une relation.

Dans la formulation courante "telle grandeur G ne dépend pas de telle autre X", l'idée la plus immédiatement présente est celle d'une liaison quasiment mécanique entre G et X : on tire sur un levier X, et G bouge, ou bien ne bouge pas. L'idée de ne pas toucher à tous les leviers en même temps semble de simple bon sens, sans plus. Or, bien entendu, si les variables décrivant l'état du système sont mutuellement dépendantes, c'est à dire si les leviers sont connectés les uns aux autres, les choses se compliquent. Il faut savoir définir parmi ces "variables d'état" un ensemble de variables indépendantes, qui définissent complètement le système sans se heurter à des incompatibilités provenant des contraintes évoquées plus haut. Il faut ensuite, dans l'évocation d'éventuelles dépendances d'autres grandeurs par rapport à celles-ci, spécifier ce qui arrive à **toutes** ces variables indépendantes.

Ainsi, en physique, on ne peut se contenter d'énoncer la loi de Joule sous la forme souvent entendue : "l'énergie interne (U) d'une masse donnée de gaz parfait (*c'est-à-dire tel que les variables pression p, volume V, température T, nombre de particules N sont liées par la relation $pV = NkT$, où k est la constante de Boltzmann*) ne dépend pas de son volume". Il faut ajouter "à température constante", puisque l'énergie interne est fonction du produit NkT . ($U = 3/2 NkT$). On pourrait aussi légitimement dire, en se référant cette fois au jeu de variables indépendantes N, p, T : "l'énergie interne d'une masse donnée de gaz parfait ne dépend pas de sa pression à température donnée". A tronquer de tels énoncés, on peut, en les juxtaposant, déraper vers l'absurde :

"U ne dépend pas de V, U ne dépend pas davantage de p, donc U ne dépend pas du produit pV" (*alors que $U = 3/2 pV$*).

ce qui complique l'expression des non-dépendances...

La non-dépendance n'est plus susceptible d'une expression simple et la seule formulation simple acceptable à la fois par le sens commun et la physique est du type "G ne dépend que de X, Y, Z, ...", formulation qui ne mentionne pas la ou les indépendances intéressantes.

L'expression non ambiguë de ces indépendances prend soit la forme mathématique des dérivées partielles

$\frac{\delta G}{\delta A} \Big|_{X, Y, Z, \dots} = 0$, soit son équivalent verbal ; la difficulté

est qu'une telle forme se glisse difficilement dans le discours et que sa traduction verbale est longue (*"la dérivée partielle de G par rapport à A, à X, Y, Z, ... constants, est nulle", ou bien "G ne dépend pas de A, au premier ordre, à X, Y, Z, ...fixés"*). De plus, elle oblige à envisager simultanément plusieurs variables, ce qui est probablement l'obstacle majeur. Sans doute est-ce pour cela que l'on trouve facilement dans le cours d'exposés ou même de textes écrits des expressions tronquées analogues à celles-ci : "U ne dépend pas de V". La suite, "à T donnée", est implicite.

et conduit souvent à des énoncés chargés d'implicite

Une enquête menée par S. Rozier (1983) s'est attachée à préciser de quelle manière le décodage s'effectuait. Une vingtaine d'enseignants universitaires ou normaliens agrégés ont été interrogés en entretiens à propos précisément d'un extrait de manuel sur la loi de Joule comportant l'énoncé suivant :

"L'énergie interne d'une masse donnée de gaz parfait ne dépend donc pas de son volume."

Les premières questions posées étaient : "l'énoncé vous paraît-il clair et sans ambiguïté ? Préférez-vous le compléter ou le formuler autrement ?" Deux modes de décodage apparaissent :

- **La lecture du spécialiste** (45% de l'effectif) : le "ne dépend pas de" est retraduit en termes formels : $\frac{\delta U}{\delta V} = 0$; "V ne figure pas dans l'expression de U" ;

"dU = a dT"... La quasi totalité des enseignants concernés ne voit pas que l'énoncé verbal est incomplet. Visiblement, cet énoncé n'est pas analysé pour ce qu'il dit, mais pour le mécanisme formel qu'il déclenche.

- **La lecture de sens commun** (55%) : le texte est pris dans son acception commune : aucun changement sur le volume n'affecte l'énergie interne. L'énoncé est alors contesté et complété par la mention "à T donnée" pour devenir acceptable.

L'esprit critique semble donc réservé aux enseignants qui gardent aux mots leur sens courant, tandis que chez les autres l'adaptation aux mécanismes habituels du domaine masque le caractère incomplet, pour ne pas dire faux, de l'énoncé.

Il est intéressant de voir les spécialistes rejoindre le type de lecture de sens commun lorsqu'ils sont confrontés à une paraphrase de l'énoncé, terme à terme, située cette fois dans un contexte familier :

deux modes de décodage chez les experts...

dont la fréquence varie avec le contexte...

	Enoncé	Partie implicite
Paraphrase	Le prix d'une pièce de moquette ne dépend pas de sa longueur	à surface donnée ($L.l = C^{te}$)
Rappel du texte	L'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend pas de son volume	à température donnée ($p.V = C^{te}$)

La réaction est cette fois presque unanimement très vive. Cette étude met donc l'accent sur l'existence de deux registres d'interprétation, l'un formel, l'autre de sens commun, pour ce "ne dépend pas de". Il convient d'en être conscient, sous peine de se trouver, à l'image des "spécialistes" mentionnés plus haut, incapables de comprendre qu'on ne comprenne pas.

en particulier
avec la possibilité
d'imaginer un
objet matériel qui
subit une
transformation

On voit bien également qu'une non-dépendance est d'autant plus difficile à appréhender qu'il n'y a pas d'objet dont la permanence temporelle puisse appuyer l'invariance de la grandeur en question. Une masse donnée de gaz, de température fixée, cela ressemble bien à un objet dont seule une "forme" va changer (les termes du produit invariant pV). C'est d'ailleurs sans doute pour cela que l'on mentionne une grandeur - la masse - qui n'a rien à voir dans la loi de Joule, au lieu du nombre de particules (N) qui est ici la variable à spécifier. Il est plus difficile d'associer une invariance à un produit Largeur x Longueur dont les différentes formes ne sont pas naturellement associées à un même objet.

4. IDÉE D'OBJET ET RÉDUCTION FONCTIONNELLE

Ces quelques éléments de réflexion et d'enquêtes à propos de constantes ou de non-dépendances amènent ainsi à observer des processus de simplification de l'analyse fonctionnelle. Chez les étudiants interrogés, et sans doute beaucoup plus largement, existe une tendance à réduire le nombre des dépendances ou non-dépendances envisagées simultanément. De façon a priori surprenante, les non-dépendances sont moins volontiers exprimées que les dépendances. Elles sont d'ailleurs, nous l'avons vu, difficiles à exprimer dans le cas de plusieurs variables dont on suit une ligne de niveau.

les
raisonnements
observés
s'organisent
souvent autour
de l'idée d'objet
matériel...

En tout état de cause, l'idée d'objet permanent dans le temps est le support le plus naturel à celle de constante, laquelle s'identifie alors à la notion de caractéristique d'objet.

De façon générale, devant des phénomènes où intervient un ensemble complexe de variables, le raisonnement des étudiants s'appuie assez généralement sur l'idée d'objet.

Il pourra s'agir éventuellement d'un objet plus ou moins fictif. Ainsi L. Maurines (1986, et Maurines et Saltiel, 1988) observe que la "bosse" dont on considère le déplacement sur une corde est souvent appréhendée comme un objet matériel dont la largeur serait en quelque sorte figée, non affectée au passage de l'ébranlement d'une corde sur une autre de caractéristiques différentes.

Il se peut aussi que l'idée d'objet favorise des adhérences entre grandeurs physiques, par exemple : vitesse et hauteur d'un ébranlement sur une corde (Maurines, 1986, 1991), force et vitesse d'un mobile (Viennot, 1979), tension et courant pour une pile (Closset, 1983, 1989). Ces grandeurs apparaissent dans ce cas comme les diverses faces d'une caractéristique d'ensemble attachée à l'objet qui, pour l'étudiant, doivent de ce fait évoluer de concert.

Cela dit, on observe de telles covariations dans des cas où cette idée d'objet n'est pas véritablement apparente. Ainsi la

notion d'agitation thermique est-elle, pour les étudiants et bien des enseignants aussi, le lieu d'une adhérence incorrecte entre deux grandeurs physiques, l'énergie cinétique moyenne des particules et la distance moyenne qui les sépare (Rozier 1989, Rozier et Viennot 1991). "Les molécules ont besoin de place pour s'agiter" : telle est l'une de ces phrases communes qui suggèrent, ou plutôt renforcent l'impression que là où elles ont "plus de place", dans un gaz, elles s'agitent aussi plus vite que dans le liquide correspondant, ce qui est faux à l'équilibre thermodynamique entre les deux phases.

ou de celle d'un capital d'"énergie"

Plus largement que l'idée d'objet proprement dite, c'est peut-être la considération d'une sorte de "tonus" - pour prendre délibérément un terme non physicien - qui sous-tend les regroupements de variables que l'on vient de citer : capital dynamique d'un mobile ou d'un ébranlement, agitation des molécules...

Toujours est-il que ces "recollements" de variables contribuent de fait à réduire le nombre de celles que l'on est amené à manipuler pour la situation en cause. Ce type de regroupement de propriétés revient, comme pour les fixations abusives de grandeurs signalées plus haut, à diminuer la complexité fonctionnelle du problème.

5. L'HISTOIRE DES CHOSES : LE RAISONNEMENT LINÉAIRE CAUSAL

les bonnes variables traitées l'une après l'autre, et non simultanément

Un autre cas est celui où toutes les variables pertinentes sont effectivement prises en compte, mais dans une procédure de traitement simplifiée : les relations binaires entre variables sont mises bout à bout dans une chaîne explicative **linéaire**, chaque maillon ne mentionnant qu'une seule grandeur ou un seul phénomène simple. On trouve notamment des exemples des incohérences qui peuvent surgir à ce propos dans l'étude déjà citée de L.Maurines. Celle de S.Rozier, également mentionnée plus haut, fait en outre apparaître un aspect tout à fait important dans ce type d'explication commune des phénomènes physiques : l'aspect **chronologique**, celui, précisément, qui l'a conduite à introduire le terme "causal" dans la caractérisation de tels raisonnements.

Il faut rappeler ici un point fondamental des analyses dites selon les domaines "quasi-statiques" (en thermodynamique) ou "quasi-stationnaires" (en électricité) que la physique met en jeu pour l'étude des systèmes déterminés par plusieurs variables. Il s'agit du fait que les variables considérées sont contraintes par des relations (par exemples $pV = NkT$ pour un gaz parfait) qui doivent être **toutes** satisfaites **simultanément, à tout instant**. En cette matière, l'évidence n'est pas du tout à la mesure de l'implicite : il y a là une difficulté considérable.

Prenons pour illustrer ceci l'exemple suivant, étudié par S.Rozier :

A propos de la dilatation isobare d'un gaz parfait, des étudiants des trois premières années universitaires et classes préparatoires (N= 120, toutes catégories indiscernables au niveau des taux de réponses) sont requis d'expliquer le résultat suivant : "On chauffe un gaz parfait sous pression (p) constante, on observe que la température (T) augmente et que le volume (V) augmente aussi". Une forte proportion d'entre eux ($\approx 40\%$, que l'on mentionne ou non le caractère quasi-statique de la transformation) fournit une explication qui peut se résumer ainsi :

"Apport de chaleur \rightarrow T augmente \rightarrow p augmente \rightarrow V augmente"

On note dans cette réponse type la linéarité de l'argumentation. Contrairement à la réponse correcte, chaque maillon de la chaîne explicative lie une seule variable à une autre. Les variables sont bien toutes là cette fois, mais elle sont liées deux à deux seulement.

un phénomène
en résonance
avec l'ambiguïté
du langage...

Le deuxième aspect marquant du raisonnement linéaire causal émerge notamment à travers cette contradiction entre la donnée de l'énoncé - *le chauffage est isobare* - et un élément de la réponse - *p augmente*. La contradiction s'estompe lorsqu'on comprend que l'argumentation prend, dans le raisonnement naturel, une connotation chronologique. Chaque flèche " \rightarrow " signifie "donc", mais aussi "ensuite". Les termes français "alors" ou anglais "then" amalgament d'ailleurs parfaitement les deux significations. Les événements évoqués dans la chaîne explicative sont implicitement, et parfois explicitement, considérés comme successifs. Dans ce raisonnement, les choses sont comprises ainsi : dans un premier temps, le volume est bloqué, alors il est clair que l'apport de chaleur élève température (aucun travail n'est fourni à l'extérieur) et pression (seule la vitesse moyenne des particules varie, non leur concentration) ; puis, dans un deuxième temps, le piston est relâché, alors la pression reprend la valeur extérieure tandis que le volume augmente. Les covariations mises en jeu s'enchaînent comme les étapes de l'évolution temporelle de l'objet : on est loin de l'idée que les variables température, pression et volume changent simultanément dans une évolution contrainte en permanence par la même relation.

et en particulier
impropre à
l'analyse des
régimes
permanents

Au passage, on remarque qu'à considérer ainsi des relations binaires traduisant implicitement des évolutions **successives** des variables en cause, on évoque par là-même l'idée de phénomènes **temporaires**. Cette séquentialisation implicite est ainsi totalement impropre à l'analyse des régimes permanents. Elle en marque pourtant souvent les pseudo-explications : combien voit-on de ces serres où "il fait plus chaud parce qu'il rentre plus d'énergie qu'il n'en sort", et dont on pourrait - on devrait - se demander comment la chose peut durer.

Ces tendances de la pensée, S. Rozier le montre bien, dépassent largement le cadre de la thermodynamique et même de la physique.

C'est en effet maintenant un ensemble de résultats de recherche conséquent qui étaye l'hypothèse de l'existence des types de réduction fonctionnelle décrits plus haut. On retrouve notamment cette connotation chronologique implicitement mise dans les chaînes explicatives pour des phénomènes variés relevant pourtant d'une analyse quasi-statique.

Cela peut se faire avec le support d'un ordre spatial marqué. C'est le cas à propos des circuits électriques ou hydrauliques (Closset 1983, et article dans ce numéro). C'est aussi en mécanique, à propos de deux ressorts mis bout à bout, que l'on observe (Fauconnet 1981, 1983) des commentaires stipulant qu'une traction (F_{ext}) sur l'extrémité inférieure "se transmet au bout d'un certain temps au point de jonction des ressorts" : la formule $F_1 = F_2 = F_{ext}$ est mentionnée à l'appui, après qu'un début de solution calcule l'allongement final du ressort inférieur comme si le point de jonction n'avait pas bougé.

Parfois le raisonnement linéaire causal se passe fort bien d'un support géométrique. C'est le cas dans les exemples de thermodynamique étudiés par S. Rozier. La difficulté qu'il y a parfois à envisager simultanément translation et rotation pour un même mobile pourra être également contournée par une procédure analogue, introduisant une succession de mouvements simples (Ménigaux 1991).

Bref, une fois ses caractères bien dégagés, le raisonnement linéaire causal apparaît à de multiples occasions, en physique et ailleurs : l'économie n'est sans doute pas le moindre de ses terrains d'intervention.

CONCLUSION

Sur ce thème des dépendances fonctionnelles, depuis la notion de constante jusqu'à l'évolution quasi-statique des systèmes, l'analyse des idées des apprenants par l'entrée des composantes générales du raisonnement se révèle donc pertinente.

Est-ce à dire qu'il faille basculer dans un nouveau dogme, qui conduise à évacuer l'entrée par les contenus ? Rien ne permet de l'affirmer et, beaucoup plus vraisemblablement, ce domaine si riche et complexe nécessite des études croisées selon au moins deux plans de coupe.

Autre question, la plus cruciale : et alors, que faire dans l'enseignement ? Une fois encore, le constat est plus mûr que les propositions. Les réponses, dans un premier temps, peuvent être celles que l'on a beaucoup avancées pour les études plus classiques, "de conceptions" pour dire vite. Prise

le raisonnement
linéaire causal :
une forme de
raisonnement
très transversale
par rapport aux
contenus

pertinence d'une
double entrée
dans l'analyse de
la pensée
commune en
sciences

de conscience du professeur et des élèves sur les difficultés associées, guidage pour l'élaboration d'activités ou de séquences pédagogiques adaptées à un apprentissage à leur propos, et par dessus tout, éclairage sur nos objectifs d'enseignement, tels sont en (très) bref les bénéfices pédagogiques escomptés.

Nul doute pourtant que, concernant des aspects généraux du raisonnement, la difficulté de prise en compte pédagogique soit accrue. A propos de quel chapitre va-t-on décider de prendre du temps pour expliciter et travailler les règles du raisonnement sur plusieurs variables ? Quand rassemblera-t-on les principes qui président à l'analyse quasi-statique des systèmes, lorsque ceux-ci sont étudiés ici ou là selon les concepts qu'ils mettent en jeu ? Plus simplement, quand développera-t-on l'aptitude à considérer un résultat sous l'angle fonctionnel et non seulement sous l'angle numérique ?

la prise en compte pédagogique de ces résultats : d'abord une affaire d'objectif assigné à l'enseignement

Cela suppose une détermination explicite et à longue échéance, puisque ce sont principalement des contenus spécifiques qui sont mentionnés dans nos livres d'enseignement, et qu'un objectif en termes d'aptitude de raisonnement peut sembler a priori décourageant, et d'une efficacité diffuse. Mais, pour qui adopte ces objectifs, des pistes d'action existent, même à propos de contenus tout à fait élémentaires : on peut commencer à travailler les dépendances multifonctionnelles dès qu'on connaît l'expression de la surface d'un rectangle. Et les enjeux correspondants sont d'une importance qui se passe de commentaires.

Laurence VIENNOT
Laboratoire de Didactique de la Physique
dans l'Enseignement Supérieur
Université Paris VII

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- BOVET M., GRECO P., PAPERT S. ET VOYAT G., 1967, "Perception et notion du temps", *Etudes d'épistémologie génétique*, vol XXI, Paris, P.U.F.
- CLOSSET J.L., 1983, *Le raisonnement séquentiel en électrocinétique*, Thèse de troisième cycle, Université Paris 7, L.D.P.E.S.
- CLOSSET J.L., 1989, "Les obstacles à l'apprentissage de l'électrocinétique", *Bulletin de l'Union des Physiciens* n° 716, pp 931-950
- CREPAULT J., "Etude longitudinale des inférences cinématiques chez le préadolescent et l'adolescent : évolution et régression", *Canad.J.Psycho.* 35,3
- FAUCONNET S., 1981, *Etude de résolution de problèmes : quelques problèmes de même structure en physique*, Thèse de troisième cycle, Université Paris 7, L.D.P.E.S.

FAUCONNET S., 1983, "Etude de résolution de problèmes analogues", *Atelier International d'été : Recherche en didactique de la physique*, Paris, Ed. C.N.R.S., pp 261-269

MAURINES L., 1986 *Premières notions sur la propagation des signaux mécaniques : étude des difficultés des étudiants*, Thèse, Université Paris 7, L.D.P.E.S.

MAURINES L., SALTIEL E., 1988, "Mécanique spontanée du signal", *Bulletin de l'Union des Physiciens*, n° 707, pp 1023-1041

MAURINES L., 1991, "Raisonnement spontané sur la propagation des signaux : aspect fonctionnel", *Bulletin de l'Union des Physiciens*. n° 733, pp 669-677

MENIGAUX J., 1991, "Raisonnements des lycéens et des étudiants en mécanique du solide", *Bulletin de l'Union des Physiciens* n° 738, pp 1419-1429

ROZIER S., 1983, *L'implicite en physique : les étudiants et les fonctions de plusieurs variables*, Mémoire de D.E.A., Université Paris 7, L.D.P.E.S.

ROZIER S., 1989, *Le raisonnement linéaire causal en thermodynamique élémentaire*, Thèse, Université Paris 7, L.D.P.E.S.

ROZIER S., VIENNOT L., 1991, "Students' reasoning in thermodynamics", *International Journal of Science Education*, Vol 13, n°1, pp 159-170

SALTIEL E., 1989, "Les exercices qualitatifs fonctionnels", *Actes du colloque sur Les Finalités des Enseignements Scientifiques*, Marseille, pp 113-121

VIENNOT L., 1979, *Le raisonnement spontané en dynamique élémentaire*, Paris, Hermann

VIENNOT L., 1982, "L'implicite en physique : les étudiants et les constantes", *European Journal of Physics*, vol 3, pp 174-180