

Modèle théorique et dispositif de classe : ressources à propos de la numération décimale de position

LéA LAiR - Loire Ain Rhône

Marie-Caroline Bouillin, Virginie Cappel, Marie Girod-Gard,
Ludivine Hanssen, Émilie Lautric, Laurence Levray,
Jean-Luc Martinez, Charlotte Peguet, Jean-Pierre Rabatel,
Sophie Soury-Lavergne

• Développement des ressources dans un Léa en mathématiques aux cycles 2 et 3

Ressources = “*tout ce qui est susceptible de re-sourcer le travail des professeurs. Ainsi, une ressource est un artefact : un produit de l'activité humaine, élaboré pour s'inscrire dans une activité finalisée, ou un composant de l'artefact. Le professeur interagit avec des ensembles de ressources ; celles-ci sont travaillées, (adaptées, révisées, organisées...) au cours de processus articulant étroitement conception et mise en œuvre*” (Gueudet & Trouche, 2010, p. 57)

1. Comment décrire les connaissances des élèves qui se développent lorsqu'ils utilisent le jeu du Chiffroscope ? Modèle théorique à partir d'invariants opératoires (Vergnaud 1990) dans la résolution de problèmes de calcul avec les nombres décimaux
2. Comment intégrer les nouvelles connaissances issues des travaux du LéA dans les pratiques ? Processus de conception d'un dispositif de classe : les ceintures de numération

Travaux en didactique des mathématiques

- Conception de jeux et situations pour apprendre et faire apprendre la numération décimale de position (Le nombre cible, le Chiffroscope)
- Diagnostic des connaissances des élèves : identification d'invariants opératoires (Soury-Lavergne *et al.*, 2021), recherche des effets sur l'apprentissage (ref...)
- Diffusion et appropriation par les enseignants, participants ou pas aux projets et LÉA
 - Développement des compétences et des connaissances des participants et choix méthodologiques dans un LÉA (Croquelois *et al.*, 2019 ; Soury-Lavergne *et al.*, 2022)
 - Évolution des jeux et des ressources pour la classe, par exemple le site "Chiffroscope"
<https://chiffroscope.blogs.laclasser.com/>





CM2, école Lamartine, Lyon 2023

Partie 1

Du côté des modèles théoriques :
à la recherche d'invariants opératoires pour
décrire les connaissances des élèves
sur les nombres décimaux

L'obstacle de la virgule !

Hypothèses de travail : conceptions des élèves sur les nombres décimaux, tâches de comparaison de nombres (Grisvard & Leonard, 1981 ; Roditi, 2007)

Objectifs

1. Identifier des invariants opératoires dans le calcul avec les nombres décimaux
2. Faire évoluer les stratégies des élèves (conversion à gauche et conversion de 10 dixièmes en 1 unité)

Méthodologie

- Le jeu du nombre cible comme moyen d'observer, diagnostiquer et faire évoluer les stratégies des élèves
- Dispositif de captures vidéo de parties de jeu suivies d'auto-confrontations
- Déroulement sur 5 séances :
 - Découverte, Phase de jeu (diagnostic 1), Explicitation collective des stratégies, Phase de jeu, Diagnostic 2
 - 10 élèves de CM2 (à Lyon en 2023)



étape 1



étape 2



Nombre cible 11,5

Deux stratégies principales

- Approcher le mieux possible le nombre cible avec deux nombres et choisir le 3e pour ajuster la somme
- Choisir deux nombres pour obtenir la partie décimale et le 3e en complément

Des invariants opératoires disponibles ou pas chez les élèves

- la somme de deux décimaux non entiers peut faire un entier
- en additionnant deux parties décimales non nulles on peut obtenir un chiffre des unités différent
- en additionnant des centièmes on peut obtenir 0 aux centièmes
- en additionnant des centièmes, on peut obtenir des dixièmes

mais aussi

- en additionnant des unités, on peut faire changer la partie décimale
- la partie décimale est négligeable

Stratégie

Approcher le nombre cible



Stratégie

Ajuster la partie décimale





CE1, école Peguy, Lyon 2023

Partie 2

Du côté des outils
pour la classe
“Les ceintures de numération”

Le jeu du Chiffroscope

Un travail sur la numération décimale de position

Quel nombre obtient-on avec 14 centaines, 3 unités de mille, 7 unités et encore 2 unités ?

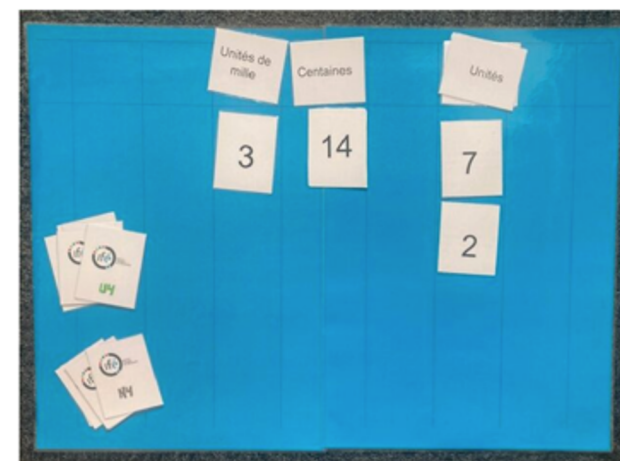
Pour le trouver, on peut **convertir** les 10 centaines (dans 14 centaines) en 1 unité de mille...

Le jeu du Chiffroscope permet de travailler les deux principes de la numération : le principe décimal et le principe de position

=> des **situations d'apprentissage pour les élèves** et de **diagnostic des compétences pour les enseignants**



Enseigner la numération avec le jeu du Chiffroscope



Voici un exemple de tirage de cartes du Chiffroscope.

Quel est le nombre mystère correspondant à ce tirage ? Réponse en [bas de](#)

Première ressource produite : une progression

Comment intégrer le jeu du Chiffroscope dans une progression en mathématique au CE1 ?

Un jeu décroché du travail mathématique

Besoin d'identifier les connaissances apprises avec le jeu puis de les organiser dans une progression tout au long de l'année....

Un jeu intégré au service des apprentissages

Conception de la progression réalisée en appui sur les ressources produites par le LéA, notamment les “invariants opératoires” permettant de travailler et diagnostiquer les connaissances des élèves à propos des deux principes de la numération décimale de position.

CONSTAT Difficultés de certains collègues, à d'autres niveaux de classe, pour identifier les compétences travaillées dans la progression proposée.

Deuxième ressource produite : la “fleur de numération”

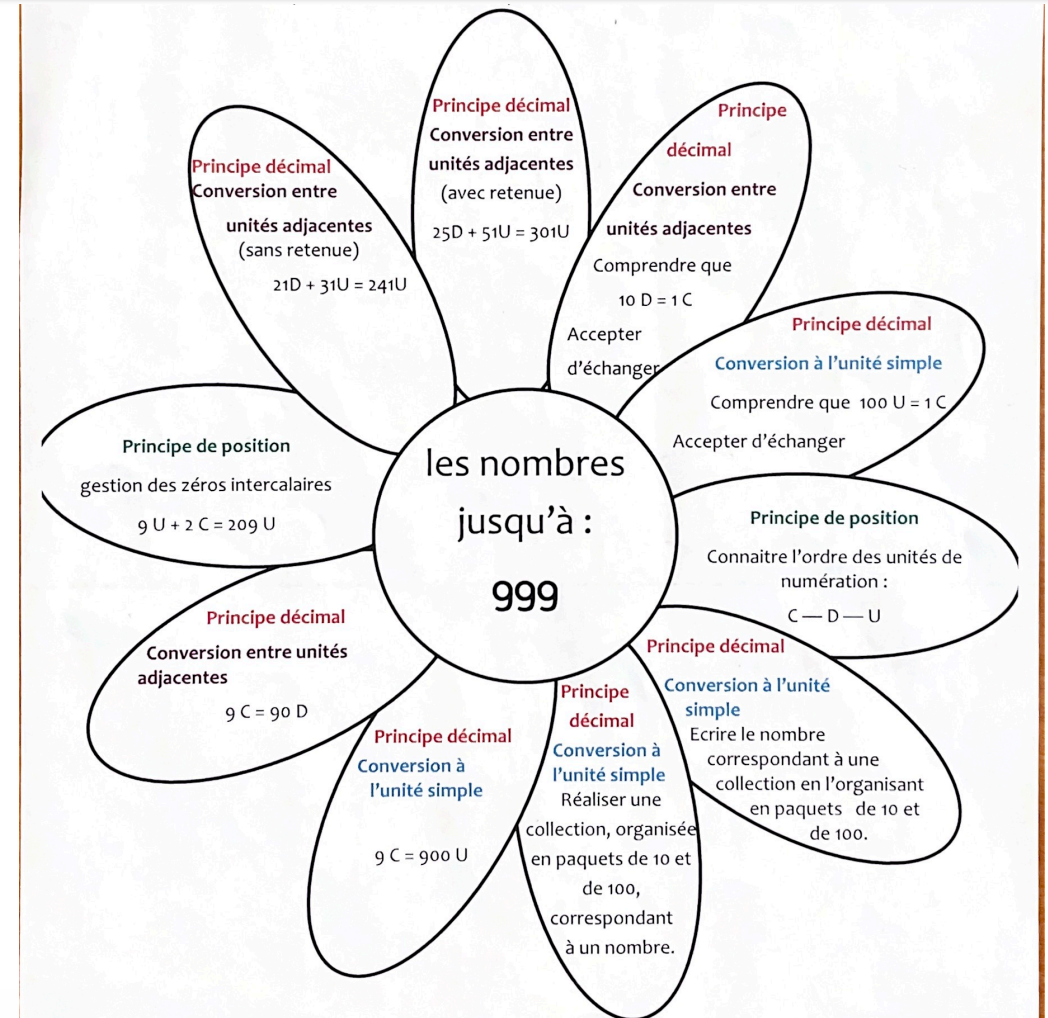
Comment suivre l'activité effective des élèves ?

La fleur de numération : une carte mentale de compétences, extraites de l'usage du Chiffroscope

Conçue par les enseignants pour leur travail en classe, elle repose sur l'analyse du jeu Chiffroscope et l'identification des compétences à diagnostiquer dans le travail des élèves, avec **une formulation compréhensible par les enseignants, utilisable en classe**

Évolution vers une utilisation avec les élèves dans l'idée de partager les compétences et qu'ils s'auto-positionnent...

CONSTAT Échec ! Les élèves colorient mais ne savent pas de quoi ça parle, le vocabulaire est trop expert et ils ne sont pas conscients de ce qu'ils savent faire



Troisième ressource : les “ceintures de numération”

Objectifs

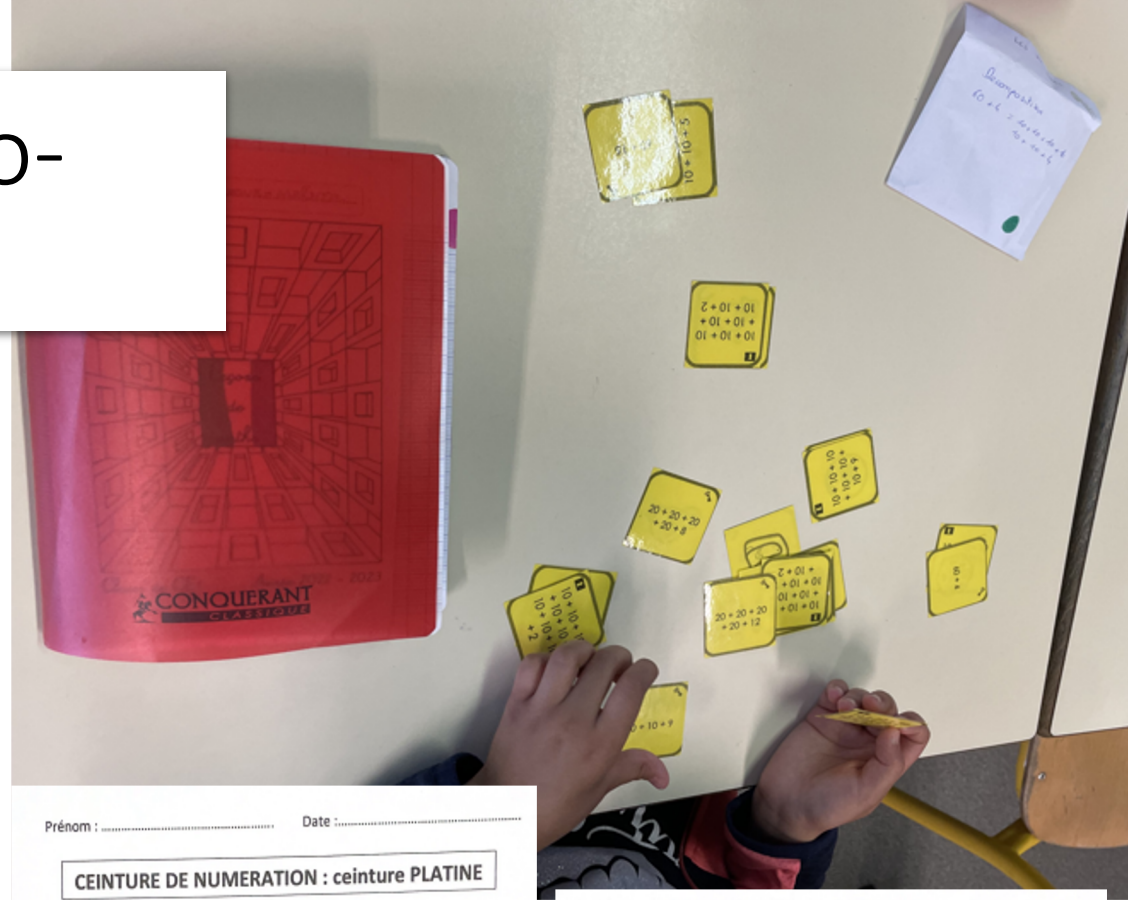
- Un outil de travail pour les élèves avec auto-positionnement et évaluation (formative et sommative) en numération
- Un moyen de suivre les apprentissages pour les enseignant·e·s



Des activités et des outils d'auto-positionnement pour les élèves

Les ceintures, c'est quoi ?

- Priorité à l'**autonomie** des élèves : importance de l'organisation et du contenu
- Recherche d'**exhaustivité** des connaissances et compétences en numération (au delà de celles travaillées dans le Chiffroscope)
- Caractéristiques des activités
 - **activités auto-correctives**, indépendantes de l'enseignant, qui maintiennent l'engagement de l'élève
 - variété d'activités, en lien avec chaque compétence, **consigne simple et explicite**
 - articulées avec le travail dirigé par l'enseignant



Prénom : Date :

CEINTURE DE NUMERATION : ceinture PLATINE

Trouver le nombre précédent ou suivant d'un nombre donné (+1 -1)

Complète les suites de nombres

		58			
87					
			102		
	69				
		109			

Prénom : Date :

CEINTURE DE NUMERATION : ceinture BLEU FONCE

Décomposer un nombre en centaine, dizaines, unités.
(3c7d = 370)

3c 5d 4u		7c 2u	
5c 6d		5c 13u	
6d 3c 2u		15d	
852u		47d1u	
	321		963
	654		852

Le suivi pour chaque élève

20 compétences en numération à travailler (repérées par des couleurs et décrites de façon compréhensible par l'élève)

- Choix et autonomie de l'élève
 - Compétences travaillées dans l'ordre choisi par l'élève : permet une adaptation à ses capacités, une variété des tâches et un rôle pour l'enseignant qui encourage et peut pointer les compétences qu'il identifie comme accessibles
 - Choix de passer le test ou de continuer l'entraînement
- Au moins 3 entraînements réussis avant de passer le test
- Test sur fiche non autocorrective
- Trace des progrès : ceinture colorée si test réussi et validé par l'enseignant
- Si échec, reprise avec l'enseignant par groupe de besoin puis poursuite de l'entraînement

BLANCHE Comparer des nombres et utiliser les signes (< > =)	JAUNE Associer un nombre <100 à sa représentation avec du matériel = 21	BLEU CLAIR Savoir écrire un nombre en chiffres et en lettres (107=cent-sept)	VERT CLAIR Associer le nom du nombre à sa décomposition canonique (10+10+2=vingt-deux)
ROUGE Décomposer un nombre en dizaines, unités.. (7d = 70)	ORANGE Savoir écrire les nombres en lettres <100 (trente = 30)	ARGENT Reconnaître si un nombre est pair ou impair	CUIVRE Encadrer un nombre (..... < 12 <.....)
VERT FONCE Associer une décomposition canonique à une addition en dizaines entières et unités (10+10+3=20+3)	ÉMERAUDE Utiliser la monnaie pour représenter un nombre	NOIRE Savoir placer un nombre sur une ligne numérique	BRONZE Savoir construire un tableau de numération et l'utiliser pour exprimer un nombre
MARRON Associer un nombre à sa représentation avec du matériel (125)	PLATINE Trouver le nombre précédent ou suivant d'un nombre donné (+1 -1)	RUBIS Additionner ou soustraire une dizaine à un nombre (+10 -10)	VIOLET Additionner ou soustraire une unité, une dizaine, une centaine à un nombre (sauts puce)
ARGENT Savoir ajouter un 0 dans une colonne de numération vide (4c 5 u = 405)	OR Convertir des unités de numération pour exprimer un nombre (4c 12 d 15 u = 535)	DIAMANT Décomposer un nombre en unité de numération à construire (456 = 45d 6u)	BLEU FONCE Décomposer un nombre en centaine, dizaines, unités. (3c7d = 370)

Le suivi global de la progression des élèves par l'enseignant.e




Suivi des ceintures de numération


	blanche	jaune	orange	rouge	Vert clair	Vert foncé	Bleu clair	Bleu foncé	gris	noir	violet	argent	or	cuivre	bronze	diamant	émeraude	platine	rubis	Geis	
Aaliyah	•	PA	PA	PA	•																
Ahmed	•	•		•	•		•							•							
Aya	•		PA	NA																	
Ayoub	•	•	PA+	•	•	•	•														
Bouthaina	•	•	PA	•	•																•
Cassim	•	•		•	•			PA+													
Céleste	•	•	PA+		•			PA+													
Céline	•	•	PA	•	•	•	•	•						•							•
Davit	•	•	•	•	•																•
Fatoumata	•	PA			•																
Farouk				•	PA+																
Hedi	•	•			PA+									•							•
Jaoued	•	•	•	•	•	•	•	•				PA+									
Maryam	•	•	•	•	•	•	•	•													
Melek	•	•	PA	PA+																	
Mélissa	•	•	PA-	•		NA															
Meriem	•	•		•																	
Miryam	•	•		•	•		•							NA							PA+
Nada	•	•	•	•	•	•	•					PA									•
Nail	•	•	•	•	•		•														•
Nelson	•	•	•	•	•		•														
Rayane	•	•	NA																		
Sophia-Marcelle	•	•			PA+																
Tege	•	•		PA+	•																

Une difficulté...

La formulation des compétences....

- Reformulation pour pallier la difficulté d'accès à l'écrit en CE1 : simplifier l'expression sans perdre en précision
 - exemple d'évolution de formulations : "décomposer un nombre en unités de numération à construire" avec un exemple $456 = 45 \text{ d et } 6 \text{ unités}$, le "à construire" pour signifier plusieurs réponses possibles, choix libre des unités de numération
 - utiliser les noms des unités unité, dizaine, centaine à la place de dire "Unité de numération"
- Usage d'icônes de photos et d'exemples

		un	nombre (sauts puce)
ZZZZZ	DIAMANT 		BLEU FONCE  Décomposer un nombre en centaine, dizaines, unités. (3c7d = 370)
	Décomposer un nombre en unité de numération à construire (456 = 45d 6u)		

ZZZZZ	OR 	ZZZZZ
	Convertir des unités de numération pour exprimer un nombre (4c 12 d 15 u = 535)	

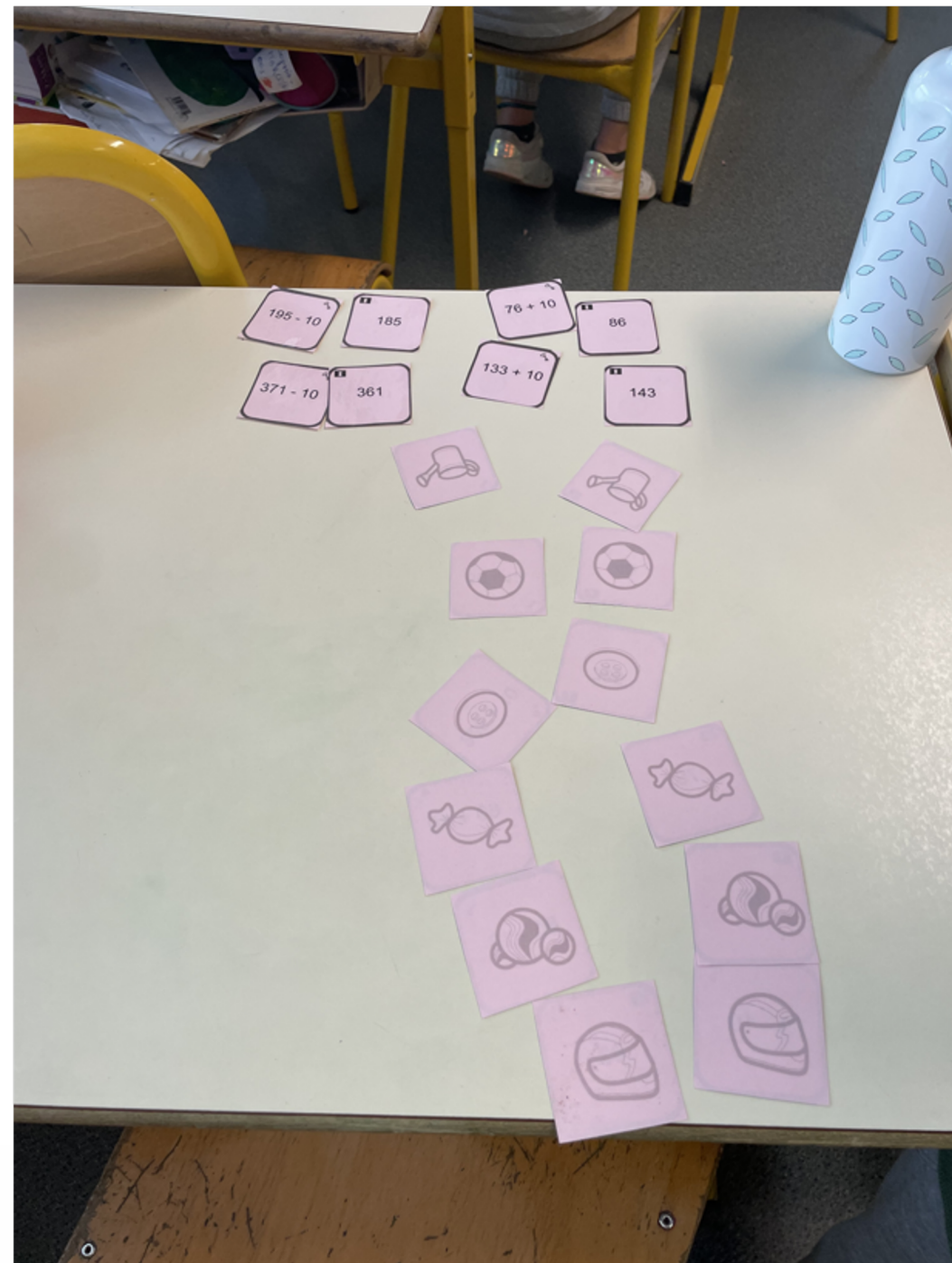
Constats d'usage

Pour les élèves

- Difficultés de l'autonomie pour les élèves les plus fragiles, besoin de la présence de l'adulte
- **Réussite** car lien fait par les élèves entre travail de la "numération" et travail avec les nombres

Pour l'enseignant·e

- Accepter de lâcher prise et de ne pas aider les élèves à certains moments précis
- Prendre des indices pour y revenir à un autre moment

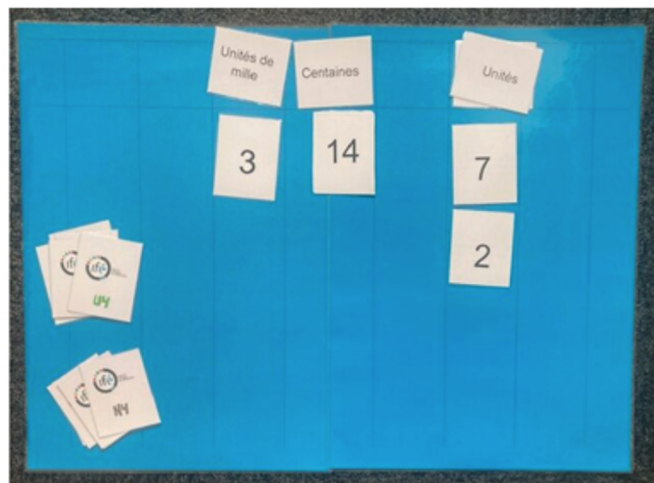


Chiffroscope

Une ressource pédagogique et un jeu pour la numération décimale de position du cycle 2 au cycle 3

[Accueil](#) [Prise en main](#) [Stratégies et erreurs des élèves](#) [Autres dynamiques de jeu](#) [Point de vue didactique](#) [Téléchargement](#)

Enseigner la numération avec le jeu du Chiffroscope



Voici un exemple de tirage de cartes du Chiffroscope



Références bibliographiques

- Croquelois, S., Martinez, J.-L., Rabatel, J.-P., & Soury-Lavergne, S. (2019). Du projet collaboratif à la formation : Continuité des apprentissages et de l'enseignement de la numération du cycle 2 au cycle 3. *Actes du 46e colloque de la COPIRELEM*, 643-652.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2010). Des ressources aux documents, travail du professeur et genèses documentaires. In G. Gueudet L. Trouche (Éds.), *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques* (p. 57-74). PUR et INRP.
- Grisvard, C., & Leonard, F. (1981). Sur deux règles implicites utilisées dans la comparaison de nombres décimaux positifs. *Bulletin de l'APMEP*, 327, 47-60.
- Rabatel, J.-P., & Soury-Lavergne, S. (2017). Faire des mathématiques avec des cartes et un robot, le projet OCINAE. *XXXXIIIe colloque de la COPIRELEM*, 265-278.
- Roditi, E. (2007). La comparaison des nombres décimaux, conception et expérimentation d'une aide aux élèves en difficulté. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 12, 55-81.
- Soury-Lavergne, S., Croquelois, S., Martinez, J.-L., & Rabatel, J.-P. (2020). Conceptions des élèves de primaire sur la numération décimale de position. *Revue Maths Ecole*, 233, 128-143.
- Soury-Lavergne, S., Rabatel, J.-P., & Croquelois, S. (2022). Choix méthodologiques et savoirs produits avec les enseignants Témoignage du LÉA Circonscriptions Métropole de Lyon – CiMéLyon. In R. Monod-Ansaldi, C. Loisy, & B. Gruson (Éds.), *Le réseau des lieux d'éducation associés à l'Institut français de l'éducation (IFÉ, ENS de Lyon) : Un instrument pour la recherche en éducation*. (PUR).
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10(2.3), 133-170.