La démarche d'investigation en mathématiques

Démarche d’étude par la recherche de l’école primaire au lycée

11 au 14 janvier 2016

Karine Drousset (IFE-ENSL) ; Yves Matheron (IFE-ENSL) ; Farida Méjani (IFE-ENSL) ; Serge Quilio (ESPE de l’Université de Nice) ; Sébastien Velon (IFE-ENSL)

Le réseau PERMES & le LéA Marseilleveyre

Yves Matheron

La démarche d'investigation en mathématiques

Démarche d'étude par la recherche de l'école primaire au lycée

Passé et présent du concept « d'ingénierie didactique »

Né en didactique des mathématiques, puis diffusion dans des didactiques d'autres savoirs :

- dans les années 1970 (G. Brousseau),
- développé dans les années 1980 (M. Artigue, Y. Chevallard),
- refondé dans les années 2000 (*cf. En amont et en aval des ingénieries didactiques*, La Pensée Sauvage éditions, 2011)

A l’origine, une action pour la recherche et pas une recherche-action

- Rejet de l’idéologie de l’innovation

- Produire des connaissances ***sur le système didactique*** (recherche) en agissant sur le système :

• action à partir de connaissances préétablies (phénoménotechnique)

• action en tant que mise à l’épreuve des constructions théoriques

⇒ proposition d’une méthodologie de type clinique, proposition reprise par F. Leutenegger (1999), et utilisée depuis lors.

Des ingénieries de « deuxième génération »

« Pour ma part, je m'intéresserai ***aux deux*** *[ingénierie de production et développement, et ingénierie phénoménotechnique]* dans la mesure où l'ingénierie phénoménotechnique produit des situations de classe qui diffusent dans l'enseignement ordinaire et où l'ingénierie de développement et de production peut ne pas viser uniquement un enseignement mais s'intégrer à une recherche qui étudie aussi les conditions de diffusion de cette production et son utilisation en formation des maîtres. » M-J. Perrin-Glorian (2011)

La recherche sur le terrain s'accompagne de la formation des maîtres : dimension collaborative

Un projet : AMPERES puis PERMES 2005 – 2015 (1)

INSTITUT FRANÇAIS DE L'ÉDUCATION

3. Le projet

[…] Dans une organisation générale de l'étude d'un style maintenant classique, la dynamique de l'étude est supposée être régulièrement relancée par l'introduction d'une activité nouvelle, mais qui est souvent sans lien avec celles qui l'ont précédées non plus qu'avec celles qui suivront. Cette structure […] pose problème : l'expérience montre que cette ossature didactique est relativement fragile parce que l'introduction *ex abrupto* d'une activité nouvelle se fait alors, en règle générale, sans *motivation mathématique* suffisante, et en particulier sans véritable raison autre que la volonté – du professeur – de lancer l'étude de tel ou tel bloc thématique. Par contraste, on peut déjà envisager de placer le projet dans le cadre de la production d'activités qui engageraient effectivement les élèves dans une authentique étude par la recherche, d'où l'idée d'Activités *d'Étude et de Recherche* (AER) ; ce qui constituerait un progrès sensible relativement à l'existant.

Un projet : AMPERES puis PERMES 2005 – 2015 (2)

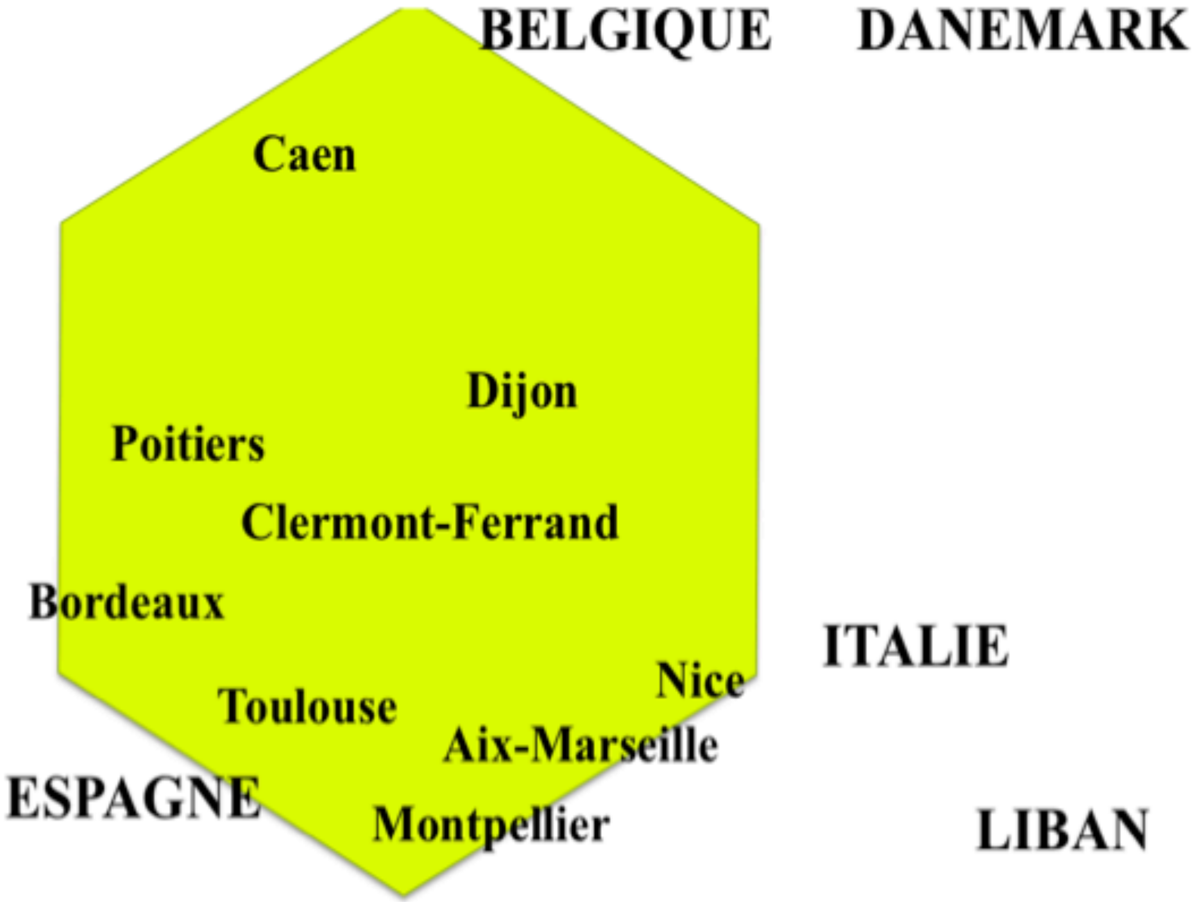
- ***PERMES :***

Mais, partant d'authentiques AER, la dynamique à lancer et à nourrir gagne à avoir pour moteur, non une suite peu intégrée d'AER, chacune organisée chacune autour d'une question *isolée*, dont le choix, extrinsèque, reste entièrement à la charge du professeur (éventuellement en dialogue avec la classe), mais un petit nombre de suites d'AER intégrées au sein de ce qu'on nommera un PER, un *parcours d'étude et de recherche* engendré par une « *grande* » *question*, c'est-à-dire par une question ayant un *fort pouvoir générateur*, et qui va donc *motiver* – au plan de la connaissance – l'étude de beaucoup de questions.

Un projet : AMPERES puis PERMES 2005 – 2015 (3)

- Est-il possible d'étudier une question qui génère, par l'étude et la recherche, beaucoup plus que les mathématiques d'un seul chapitre ?
- Par exemple, qui génère des pans entiers des mathématiques du programme ?
- Que l'on reprendra en plusieurs fois, sur l'année ou sur plusieurs années ?
- Existe-t-il des questions transposables au niveau du second degré, qui génèrent la géométrie, l'algèbre, la statistique ?...

Mobiliser des forces voulant améliorer l'enseignement à partir de la DDM : développement



**Développement de PER
et de Démarches d'investigation**

AMPERES, à partir de 2005, puis PERMES (IREM + INRP-IFE)

Partir de questions à fort pouvoir générateur d'une étude

ELEVE
La dynamique de l'étude de la question entraîne vers des sous-questions

PROF
Rechercher des QFPGE en remontant aux niveaux des secteurs et domaines

Disciplines
↓↑
Domaines
↓↑
Secteurs
↓↑
Thèmes
↓↑
Sujets

PROF
Non pas morceler le savoir en le découpant dans une recherche de sujets

ELEVE
Doit remonter par lui-même pour établir des liens, trouver du sens au savoir enseigné

Un exemple : l'algèbre

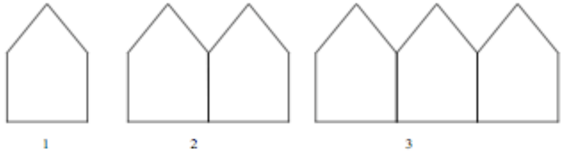
1. A quoi sert l'algèbre et comment la faire étudier afin que les élèves y trouvent du sens, à partir de la nécessité d'y recourir ?
2. Sous-questions engendrées :
   - Pourquoi utiliser des lettres ?
   - Pourquoi le calcul littéral ?
   - Pourquoi les équations / inéquations ?
   - Pourquoi les fonctions ? Etc.

Un exemple : l'algèbre, démarrer en 5^e-4^e

Dénombrer.1.

Voici quatre problèmes d'une même catégorie : on y demande de dénombrer des objets.

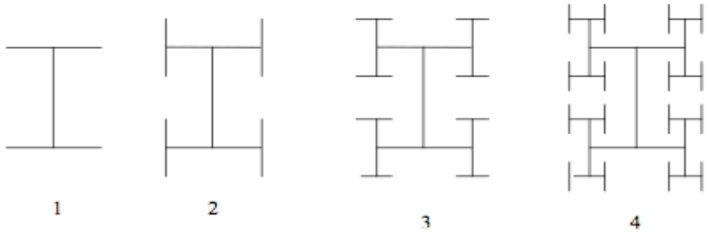
1. Les assemblages suivants sont constitués d'allumettes. Combien y aura-t-il d'allumettes dans l'assemblage n° 10 ?



2. Les assemblages suivants sont eux aussi constitués d'allumettes. Combien y aura-t-il d'allumettes dans l'assemblage n° 10 ?

3. Déterminez le nombre d'étoiles contenues dans la figure n°20.

4. Observez bien la manière dont chacun des motifs suivants a été constitué : chaque extrémité du motif précédent donne naissance à un segment se terminant par deux nouvelles extrémités. Dans ces conditions, déterminez le nombre d'extrémités du motif n°10.Par exemple, dans le premier motif, on compte 4 extrémités.

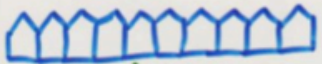


Un exemple : l'algèbre, démarrage en 5e-4e. Ce que les élèves peuvent produire

Baptiste P Baptiste C Romain Laëtitia G1

Problème n°1

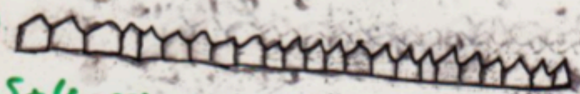
1)



5+(4x9)=5+36=41

Il y aura 41 allumettes dans l'assemblage n°10.

2)



5+(4x22)=5+88=93

ou

(5x23)-22=115-22=93

Il y aura 93 allumettes dans l'assemblage n°23

1er méthode

5 x x - y

x = nombre de maison

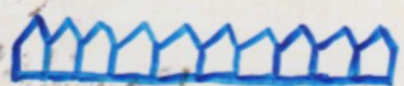
y = nombre de maison - 1

2er méthode

5+4xx

x = nombre de maison -1

Polly, Cindy, Antoine : G3



on conte 41 allumettes

assemblage n° 10.

on Fait :

(5 x 10) - 9 =

50 - 9 = 41

car on enleve une barre du millieu à chaque fois pour ne pas que se soit  mais 

Pour 23 maisons :

(5x23)-22=93

~~(4x22)~~

(5xx)-(x-1)

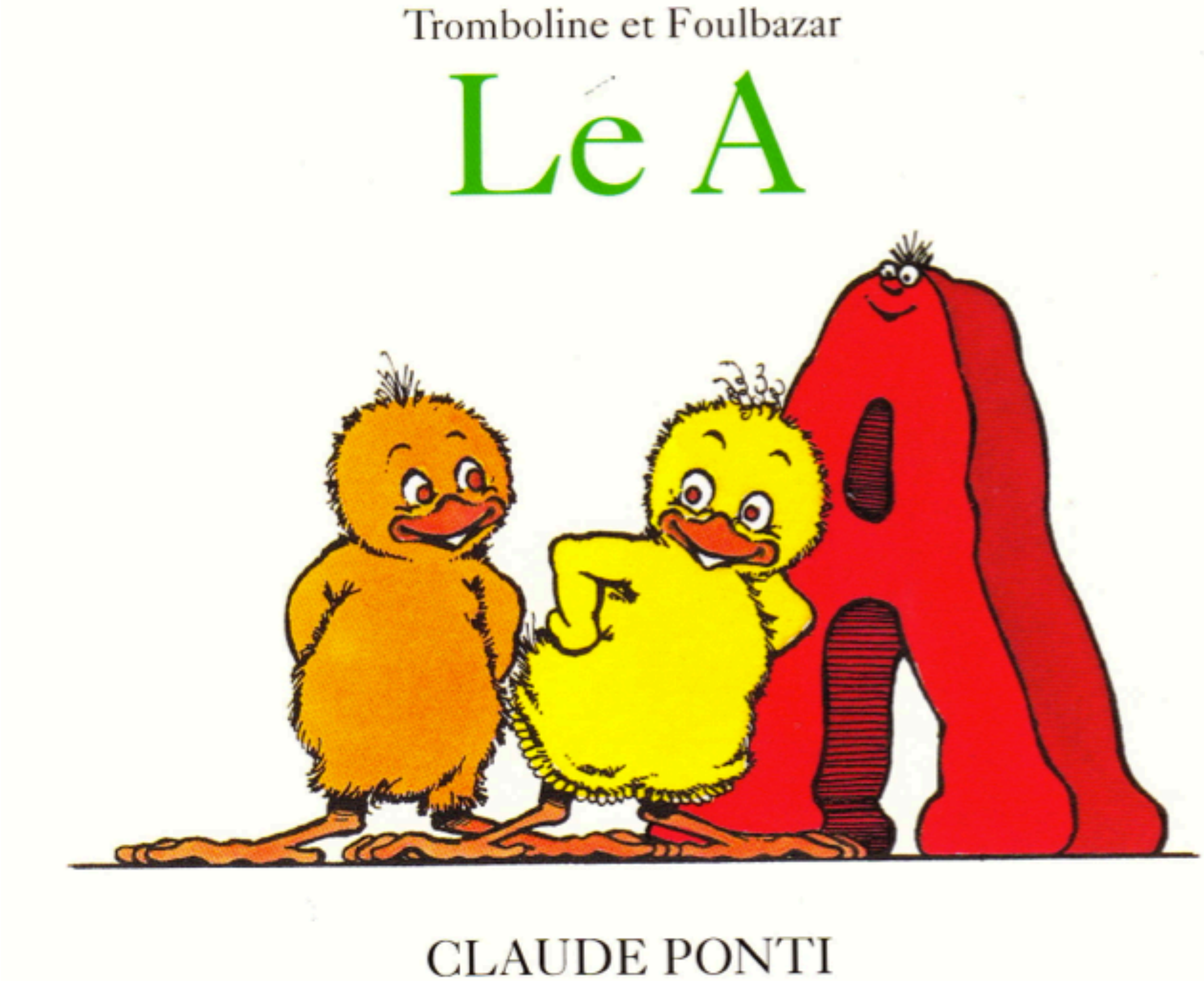
$\boxed{x = \text{n'importe quel nombre}}$

C'est toujours le même calcul cela dépant juste du nombre ~~d'assemblage~~ de maison.

2eme méthode

5+[4x]-[x-1]

Au chevet des systèmes didactiques : des institutions pour développer, observer, analyser



Les LÉA : principe général

Un LÉA est constitué autour d'une question portée par les acteurs d'une structure d'éducation : s'y constitue un collectif autour d'un projet de recherche animé par un ou plusieurs chercheurs d'un laboratoire de recherche en éducation.

Chaque LÉA est organisé de façon plus ou moins collégiale autour d'un *correspondant IFÉ* (l'un des chercheurs participant au projet de recherche) et d'un *correspondant LÉA* (l'un des professeurs participant au projet de recherche)

Les LÉA sont associés à l'Institut Français de l'Éducation (IFÉ) : comité scientifique et comité d'organisation

Ils disposent d'un site et d'un blog

Les LÉA en France et les deux LéA marseillais

Ecole d'application Saint Charles
ADEF
Aix-Marseille

COLLÈGE MARSEILLEVEYRE, AIX-MARSEILLE

Production, expérimentation et évaluation de PER dans le cadre des programmes de Mathématiques du collège

EA 4671, ADEF

Un instrument de développement au sein du système

Du côté du système et des enseignants :

- Résolution d'un problème d'enseignement (mathématique et didactique)
- Recherche d'amélioration de l'apprentissage des élèves
- Formation : il est possible de faire faire des mathématiques par les élèves dans les conditions et contraintes imposées par le système, de continuer à se former, de réfléchir aux mathématiques à transposer
- LéA comme lieu de diffusion : ressources, stages de formation, production de documents

Quelques productions réalisées au LéA Marseilleveyre

- Enseignement des nombres relatifs : 5e – 4e
- Reprise de « Rationnels et décimaux » : produit d'un entier par une fraction, produit de deux fractions
- Enseignement de l'algèbre : 5e – 4e - 3e
- Enseignement de la symétrie centrale et de ses conséquences : 5e
- Enseignement du théorème de Thalès : 4e – 3e
- En cours : fonctions en 3e
- En projet : les isométries au cycle 4, la trigonométrie

Quelques résultats en termes d'amélioration des apprentissages

- Pré test en septembre en 4^e : ex-classes de 5^e LéA (vert) et ex-classes de 5^e non LéA (bleu)
- 5^e 1 & 5^e 2 : classes internationales, 27 él. / cl.
- 5^e 5 & 5^e 9 : classes faibles, 28 et 29 él. / cl.
- Pourcentage des élèves qui ont obtenu 1