

NOTE DE SYNTHÈSE

La transposition des objets d'enseignement et la définition de l'espace didactique, en mathématiques

Alain Mercier

INTRODUCTION

Dans le cadre d'un travail comparatif entre didactiques de diverses disciplines (chacune étant « discipline-cible » de sa didactique), conduit sur les dimensions génériques des systèmes conceptuels, la notion initiale de *transposition didactique* (Verret, 1975), mais surtout la construction théorique originale que Chevallard (1978 ; 1980, 1985a, 1991a) produit depuis plus de vingt ans sous l'emblème de celle-ci (Chevallard, 1994b ; 1999) trouvent normalement une place importante : nous suivons sur ce point Raïsky et Caillot (1996). Pourtant, dix ans plus tôt, dans la *Revue Française de Pédagogie*, la note de synthèse que Douady et Artigue (1986) consacrent à la didactique des mathématiques pour ses dix ans ne concédait que onze lignes à cette théorie : c'est que, entre temps, le système théorique initial a été largement développé et qu'il est ainsi devenu l'outil essentiel pour de nombreuses études, le moyen de poser des questions nouvelles, le lieu d'accumulation d'un solide capital de résultats (1).

Le terme de transposition nomme d'abord le travail d'adaptation d'une œuvre musicale à un instrument différent de celui qu'avait envisagé le compositeur. Il est principalement utilisé aujourd'hui en droit, où il désigne le travail d'adaptation des directives européennes aux systèmes juridiques des états membres : la traduction n'y suffit pas. La notion proposée par Verret appartient à la sociologie. Elle permet d'opposer aux savoirs transposables qui peuvent être enseignés dans une école (le terme grec *matêma*, à l'origine de *mathématiques*, signifie « ce qui est enseigné »), les savoirs « dont les apprentissages sont improgrammables [et qui] appartiennent au domaine des sciences humaines » : Verret travaille dans le champ des études de philosophie à l'université et analyse les effets de leur organisation sur les comportements étudiants.

Avec une petite équipe de professeurs de l'IREM d'Aix-Marseille qui se sont engagés avec lui et suivent les cours de l'équipe bordelaise du DEA de didactique, Chevallard organise l'observation des mathématiques effectivement enseignées et apprises, dans les classes mêmes du collège et du lycée (Schneider, 1978 ; Tonnelle, 1979 ; Pascal, 1980). Dans le cours qu'il donne en 1980 à la première École d'Été de Didactique des Mathématiques, il propose une théorisation générale pour l'enseignement des mathématiques – dont Verret supposait les apprentissages programmables par nature – sous le titre emblématique *La transposition didactique*. Il introduit ainsi une rupture fondatrice, puisqu'il ne considère plus avec Verret que la programmation du savoir à usage didactique serait une technique adéquate à certaines matières d'enseignement et qui aurait été indûment généralisée. Pour Chevallard, la transposition est l'effet *nécessaire* de certaines formes d'enseignement, un effet dont l'efficacité provient précisément de la programmation des enseignements. Le fait que, en mathématiques aussi, les apprentissages soient prouvés improgrammables (Mercier, 1978 ; 1992 ; 1994 ; Brousseau, 1981 ; Brousseau et Centeno, 1991) est venu confirmer cette position.

C'est pourquoi Chevallard affirme fermement, dans la postface à la réédition de 1991, ce que le succès de sa construction théorique et les faits montrent : la théorie rend compte de l'apprentissage didactique de toute matière d'enseignement. Verret oppose les formes aristocratiques de transmission, où la valeur du disciple est révélée par la fréquentation du maître, à l'organisation bureaucratique des écoles modernes où la programmation de l'accès au savoir retarde indéfiniment l'épreuve de l'aptitude à maîtriser les problèmes fondateurs de la matière étudiée. De fait, cette programmation signe l'apparition des systèmes modernes d'enseignement au dix-septième siècle (Chevallard et Mercier, 1987), qui sont contemporains d'un mouvement de développement des sciences et d'intérêt général pour le savoir. Ainsi Molière fait-il rire, dans *Le bourgeois gentilhomme*, du bourgeois qui cherche à apprendre ce que ses nobles spectateurs pensent posséder par naissance (la danse de cour, le maniement des armes, l'exercice des lettres d'amour), car l'exercice scolaire est d'autant plus ridicule aux yeux des possesseurs d'une pratique que les étudiants sont moins légitimes à s'engager dans celle-ci ; l'école semble alors un leurre et ses élèves n'arrivent qu'à singer les pratiques efficaces. Les *Femmes savantes* n'échappent pas au ridicule de qui cherche à s'appuyer sur le savoir pour sortir de sa condition (Mosconi, 1990) tandis que la bonne de Monsieur Jourdain sait que certains savoirs appartiennent à une position sociale. Molière fait rire ainsi du professeur de philosophie dont le ridicule vient de son accord avec l'élève Jourdain : un accord illusoire sur la nature du savoir transmis, rendu possible parce que l'exercice scolaire remet à plus tard l'accès à la pratique sociale visée et produit un délai toujours renouvelé, nécessaire à la poursuite de l'enseignement et de l'étude.

L'opposition sociologique entre organisations aristocratique et bureaucratique de l'enseignement ne définit pas ce qu'est une matière d'enseignement, ni si elle est nécessairement organisée en discipline, comme c'est le cas des mathématiques enseignées de l'École Élémentaire à l'Université : ces questions appartiennent aux développements les plus récents de la théorie de la transposition et sont posées dans le cadre d'une didactique comparée. Cependant, la théorisation des phénomènes de transposition, que la préface à la première édition, en 1985, situe dans son contexte, est aujourd'hui largement reconnue dans le monde francophone comme fondement possible d'une science didactique de nombreuses disciplines (Johsua, 1985 ; Tiberghien,

1985 ; Audigier, 1988 ; Veck, 1989 ; Marsenach et coll., 1991 ; Bronckart et Schneuwly, 1991 ; Johsua, Dupin, 1993 ; Rogalski, Samurcay, 1994 ; Forestier Tiberghien et Sabatier, 1995 ; Beitone et Legardez, 1995 ; Schneuwly, 1995 ; Amade-Escot et Marsenach, 1995 ; Raisky, 1996 ; Bronckart et Plazaola-Giger, 1998 ; Petitjean, 1998 ; Ginestié, 1999) ce qui engage de nombreux chercheurs à envisager avec Chevallard (1989c) une science *du didactique* (Develay, 1992 ; Raisky et Caillot, 1996) spécifiée par la considération du savoir comme troisième terme de la relation didactique tandis que d'autres proposent d'autres entrées et contestent alors l'un ou l'autre point de la théorie (Martinand, 1989 ; Chatel, 1995).

La recherche sur les mots du titre dans la base de données internationale MATHDI propose 28 références d'articles de revues en didactique des mathématiques. Ce terme proposé à la base SUDOC donne accès à plus de 16 travaux ouvrages et thèses en mathématiques pour 11 dans d'autres disciplines, et propose 10 titres supplémentaires si l'on étend la recherche aux résumés. Le site Internet de l'Inspection Générale de mathématiques propose une Introduction à la didactique des mathématiques où la *Théorie de la transposition didactique* est présentée comme le troisième des points de vue possibles en didactique. La base PUBLIMATH de l'Association des professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public ne répond pas à cette demande, fondée sur un terme « trop courant ». Les spécificités disciplinaires des phénomènes dont la notion de transposition est devenue l'emblème ont été largement travaillées, autant par les détracteurs que par les tenants de son emploi. Aujourd'hui, la théorie est reprise par des didacticiens des mathématiques non francophones, en Italie comme en Espagne et en Amérique latine ; et dès lors que les auteurs cherchent à développer une *science du didactique* au sens où nous l'entendons en francophonie – un corps autonome de savoirs relatifs à un objet spécifié : les systèmes d'enseignement et les apprentissages qu'ils permettent – nous pouvons identifier des travaux anglo-saxons qui reprennent les questions que la théorie de la transposition nomme (Tall, 1991 ; Asiala *et coll.*, 1996 ; Warfield, 1996 ; Nardi, 1999). Mais il faudrait aussi entrer soit dans l'étude de la sociologie du curriculum pour laquelle nous renverrons à la note de Forquin (1991), soit dans la sociologie des temps sociaux, qui s'est peu intéressée à l'enseignement comme lieu spécifié par la transmission des savoirs (Vasquez, 1988 ; Husti, 1992 ; Sue, 1993).

Cependant, cet accord ne s'est pas fait sans que des réticences importantes se soient manifestées ni sans que des débats virulents, dont on peut sentir les traces jusque dans les textes réunis dans le présent numéro de la *Revue Française de Pédagogie*, se poursuivent. La place limitée dont nous disposons ne nous permettra pas d'étudier de la manière qu'ils mériteraient les travaux qui ne se réfèrent pas explicitement à la théorie bien qu'ils soient sans aucun doute développés dans le champ de la didactique des mathématiques. Car, déclarait Chevallard (1989c, p. 3) dans sa note d'habilitation : « Le chercheur en didactique ne peut, à mon sens, se contenter de se référer aux travaux de ses pairs (voire de chercheurs appartenant à d'autres communautés de recherche) en termes d'approbation ou de désapprobation, de louange ou de critique, comme si de telles productions allaient de soi : toute production appartient en droit au domaine de ses objets d'étude et fait partie de l'empirie – de la collection des « faits » objectifs – qu'il peut être amené à étudier. » Tel est le sens du travail qui est conduit dans cette note de synthèse.

**L'OUVRAGE PRINCEPS ET LE COURS DE 1980 :
DE LA NOTION DE TRANSPOSITION À LA PREMIÈRE THÉORIE
ET À SA REPRISE COMME THÉORIE ANTHROPOLOGIQUE DU DIDACTIQUE**

De la sociologie à la didactique des mathématiques

Le travail du sociologue Michel Verret sur « le temps des études » pour les étudiants de philosophie à l'université l'a donc amené à s'interroger sur l'« enseignabilité » d'un savoir. C'est une question philosophique ancienne, soulevée par Platon dans le dialogue du Ménon, mais la question est posée à propos de la philosophie, et de l'université, lieu traditionnel de cet enseignement. Verret montre en effet que l'université est constituée en « école bureaucratique » organisant un accès progressif aux notions philosophiques, ce qui fait que les étudiants n'entrent jamais en rapport avec les œuvres philosophiques elles-mêmes. C'est, pour Verret, un effet de « la division du travail qui autonomise le procès de transmission du savoir du procès de sa mise en œuvre [...] et constitue une pratique distincte d'apprentissage » (p. 140) dont l'organisation scolaire suppose la désynchronisation, la dépersonnalisation, la programmation et la publication des savoirs à enseigner. Il lui oppose l'enseignement « aristocratique » (sans nommer les institutions qui le réaliseraient), en montrant que ce sont les nécessités du contrôle social des apprentissages et du fonctionnement temporel de l'école bureaucratique qui produisent *la transposition des savoirs* en un *texte d'enseignement*. Il rapporte alors certains caractères de la temporalité de la vie étudiante, qu'il observe, au temps institutionnel particulier de l'enseignement universitaire de la philosophie et aux contradictions que produit le délai toujours renouvelé de l'accès aux œuvres philosophiques proprement dites.

Les notions centrales de bureaucratisation de l'enseignement et de position aristocratique possible pour certains étudiants appartiennent à une *sociologie des systèmes d'enseignement* mais dans le cadre sociologique, elles resteront sans descendance. Ainsi, faisant le bilan de « 35 ans de recherches » des « Héritiers » aux « nouveaux » étudiants, Fave-Bonnet et Clerc (2001) ne font aucune allusion à ce travail et Annot (2001) ne cite ni Verret ni bien sûr les travaux didactiques sur le temps dans une étude sur un phénomène annoncé par la théorie : la suspension du temps produite par le tutorat. Verret lui-même, qui s'est servi de cette construction comme en passant, semble en avoir oublié jusqu'à l'invention (Terrisse et Léziart, 1997). Il semble que la notion de traduction (Latour, 1991), qui traite en particulier de la transposition des savoirs dans les institutions professionnelles, occupe avec plus de vivacité la même niche écologique car elle est portée par une école sociologique dont c'est un concept-clé – fondant le principe relativiste sur les analyses « relationnistes » de traductions observées. Ce succès vient aussi sans doute de ce qu'on considère alors « sans intention didactique » les institutions traductrices : les professions. Cela rassure les professions, pour qui il n'y a donc jamais rien à apprendre vraiment (Delbos et Jorion, 1984, 1990), rien surtout qui nécessiterait le ridicule du retour à l'école de professionnels installés.

Le cours de Chevillard en juillet 1980 à la Première École d'Été de didactique des mathématiques s'appuie sur une pratique permanente des mathématiciens qui s'intéressent à l'enseignement (Lebesgue, 1931 ; Choquet, 1955 ; Revuz, 1976 ; Glaeser, 1981 ; Rogalski, 1991 et 1999 ; Robert, 1992 ; Kahane, 1996 ; Arzac, 1999) dont il reprend l'exigence épistémologique et affirme l'insuffisance didactique. Il a déjà montré qu'il ne suffit pas de

réfléchir à ces questions d'une manière informée par des connaissances épistémologiques solides, il faut prendre les faits d'enseignement comme les objets d'une science et pour cela une rupture épistémologique est indispensable. Cependant, les techniques de mise en œuvre de la théorie, qui diminuent le coût de son usage en prenant en charge la rupture épistémologique dont elle est porteuse, ne viendront que très lentement. Sans doute, en 1980, plusieurs travaux conduits à Marseille ont porté sur des phénomènes liés à la transposition des mathématiques (voir par exemple Chevallard, 1978). Cette notion n'y était pas toujours explicitement au travail, mais le cours a cependant été accompagné d'une série de travaux pratiques, relatifs aux processus de transposition. L'ensemble constituait un « enseignement de haut niveau » mais le texte publié en 1985 répond bien sûr aux contraintes de tout enseignement que décrit justement la théorie. L'exposé ne permet pas de retrouver les questions qui ont rendu la théorie nécessaire, comme le remarque Kahane (1994) : « En prenant la définition comme base, on peut marcher d'un pas sûr et rapide, mais cela n'a rien à voir avec la marche de la découverte. Il en est de même en toute science : on ne peut enseigner la science qu'en trahissant la démarche scientifique. C'est ce qu'on appelle la transposition didactique. On ne peut pas y renoncer (qui recommanderait de ne pas dire aux enfants que la Terre tourne autour du soleil ?). Mais, pour éviter que la science ne se transforme en dogme, il faut aller assez loin pour que la richesse de la théorie rejoigne l'expérience commune et la variété des connaissances partielles qui, historiquement, lui ont donné naissance. Il faut aussi que, sur des sujets bien choisis, les élèves aient l'occasion d'apprécier l'immense effort qui a abouti aux notions considérées aujourd'hui comme simples et fondamentales. » ; d'autant que la théorie est inaugurale et que le travail de *reprise des préconstruits* par lequel toute étude s'engage – les participants de l'École d'Été le mènent à l'occasion des travaux dirigés associés au cours – n'est pas proposé dans le texte de l'ouvrage publié en 1985.

Le cours, pourtant entièrement rédigé en juillet 1980, ne sera disponible que cinq ans plus tard, trois ans après qu'une étude détaillée de la transposition de la notion de distance a été rendue publique dans *Recherches en Didactique des Mathématiques* (Chevallard et Johsua, 1982). Pendant trois ans, seule cette étude – où le travail épistémologique est essentiel – peut faire référence. Cela va engager pour longtemps la manière dont la notion sera reçue, en l'isolant du corps de concepts qui lui sont associés et en lui faisant signer l'exigence minimale d'une analyse épistémologique des savoirs à *enseigner* pour conduire l'observation et l'analyse des savoirs *enseignés*. Cette étude démontre l'écart de la notion scolaire à la notion mathématique, elle ne met pas en avant le système des contraintes qui pèsent sur tout savoir enseigné. Dans ces conditions, les rapports à la notion de transposition de ceux qui ont d'emblée adopté le terme ne seront pas plus favorables au travail scientifique de la théorie que ceux de ses détracteurs, qui refusent le fait mis en évidence parce qu'il dénonce leurs prétentions à intervenir de manière volontariste sur le système d'enseignement. Leur mot d'ordre : inutile de comprendre les lois didactiques, il faut « mieux former les professeurs dans leur discipline ». Accepter ce mot d'ordre démontre aussitôt que eux – qui sont mieux formés puisqu'ils savent plus de mathématiques – seraient à l'évidence de meilleurs enseignants. Lorsqu'ils ne se paient pas de mots, les professeurs qu'ils ont formés savent d'expérience ce qu'on peut en penser.

En 1981, un premier texte vient pourtant démontrer que l'essentiel de la théorie est relatif aux *conditions d'existence* et aux *contraintes de fonction-*

nement des systèmes didactiques (Chevallard, 1981). Ce texte, intitulé *Pour la didactique*, engage le travail scientifique d'observation et d'expérimentation sur les systèmes didactiques promis dans le cours et c'est en ce sens que la théorie sera reprise en didactique de la physique par Johsua (1985). Mais *Pour la didactique*, qui est le compte rendu d'une première mise en œuvre de la théorie, ne trouve pas d'éditeur. Et pour sauvegarder la fragile rupture épistémologique qu'il a commencé d'introduire, Chevallard ne publiera pas dans des revues scientifiques d'autre description de son travail expérimental, de crainte qu'il ne soit considéré comme innovation : il le présentera cependant aux chercheurs (Chevallard et alii, 1984 ; 1987). Pendant presque dix ans il ne rendra donc compte des développements de la théorie que dans des interventions orales (Chevallard, 1982 ; 1986a ; 1989b) ou dans des articles à l'intention des professeurs, articles qui reprennent le contenu des stages de formation de l'IREM et où l'auteur montre comment il est possible de s'attaquer aux problèmes que les professeurs rencontrent (Chevallard, 1985 ; 1986b ; 1989a ; 1990 ; 1991b). Ainsi, jusqu'en 1988-1989, les chercheurs qui ont eu accès à l'unique article puis à l'unique ouvrage de Chevallard devront développer par eux-mêmes les moyens de produire des résultats de la théorie qui s'y propose et trouver, sans le secours de travaux ultérieurs de l'auteur, ce qu'il conservera par devers lui : matière à fonder aussi bien l'observation non prescriptive des enseignements effectifs (et les phénomènes relatifs au fonctionnement didactique qui sont observés) que l'ingénierie visant à produire certaines organisations de savoirs et à expérimenter leurs propriétés didactiques (enseignabilité, robustesse, justesse, pertinence). Notre premier mouvement consistera donc à décrire rapidement les dimensions théoriques dont l'accès a été rendu difficile par l'emblématisation du concept, avant de présenter les débats auxquels il a donné lieu et les usages qui en ont été faits. Les résistances qu'il a suscitées sont évoquées dans la préface de l'édition de 1985 mais surtout dans la postface de la réédition de 1991 et nous n'y reviendrons pas, d'autant qu'à cette date, la recherche de liens avec la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1986 ; 1999) a conduit Chevallard sur la voie de l'introduction des notions d'institution et de rapport institutionnel d'un sujet à un objet ; il propose alors la Théorie Anthropologique du Didactique, comme nous l'expliquons ci-dessous.

Une posture descriptive, spécifique d'une science du didactique

La notion didactique de transposition permet donc de caractériser l'attitude scientifique sur les questions d'enseignement : se déprendre de la naturalisation des objets et des attitudes communes (c'est l'objet du chapitre 2, pp. 41-43), et définir la rupture épistémologique qui permet de « s'arracher à l'illusion de la transparence » (p. 43) pour rendre visibles les créations et même, les *substitutions didactiques d'objets mathématiques*. Les objets enseignés se donnent en effet pour identiques aux « contenus de savoir ayant été désignés comme savoirs à enseigner » (p. 39), c'est pourquoi « l'analyse scientifique du système didactique suppose la vigilance à la transposition » (p. 45). Cette analyse dévoile ce qui était caché et devait le rester : *l'illusion de l'identité de l'objet de savoir et de l'objet d'enseignement est nécessaire au fonctionnement heureux des systèmes didactiques* ; nous en reparlerons au paragraphe 3.4, disons simplement ici que la possibilité de trouver un contrat didactique est à ce prix. Contrairement à ce qui est le cas général des discours sur le système d'enseignement, l'approche de Chevallard est donc absolument non prescriptive : de même que l'on ne porte pas de jugement

moral sur la courbure de l'espace, ou sur la combustion du gaz butane mélangé à l'oxygène et mis au contact d'une flamme, Chevallard ne porte pas de jugement sur le phénomène qu'il met en évidence. La première question ordinairement adressée à l'exposé de la théorie tient pourtant à l'aspect réactionnaire du constat selon lequel la transposition et son déni sont des *contraintes de fonctionnement* de tout système didactique.

Cela fait scandale (Raisky, 1996) et produit au sein de la noosphère du système d'enseignement des mathématiques (IREMs, APMEP, Concepteurs de programmes et producteurs de manuels) un clivage radical entre militants de la cause des réformes et tenants d'une approche scientifique non prescriptive. Les premiers n'iront pas plus loin que le titre dans le commentaire d'un ouvrage qui déclare d'emblée que « le roi est nu » ; les seconds devront souvent, pour accéder à la publicité de leur travail, renoncer à un usage explicite de la théorie. Ainsi, huit ans plus tard, un cours de la IV^e École d'Été intitulé « Un point de vue introductif à la didactique des mathématiques : du côté du savoir » essuiera un refus de publication : il reprenait les enseignements de la théorie de la transposition pour décrire l'histoire de la constitution d'une approche scientifique possible des phénomènes de l'enseignement des mathématiques – et des apprentissages que l'enseignement produit – en montrant comment, même aux chercheurs en didactique des mathématiques, le savoir enseigné avait longtemps paru identique au savoir à enseigner. Aujourd'hui encore, pour certains, le scandale est tel que le premier texte trouvé par le moteur de recherche GOOGLE sur la question est un pamphlet sans signature, fruit longuement mûri de l'effort d'un petit groupe d'opposants militants (2001) : le terme de transposition y figure plus souvent que dans toute publication didactique !

Assez rapidement et bien que la théorie de la transposition en rende compte simplement, l'illusion d'identité des objets d'enseignement aux objets de savoir sera plutôt attribuée au contrat didactique et à ses effets. Le concept de *rapport institutionnel à un objet* permet en effet (Chevallard & Jullien, 1989) de centrer l'attention sur l'institution qui produit l'illusion et de l'attribuer à l'assujettissement des sujets de l'institution : à leur entrée dans le contrat. Cela permet aussi de ne plus devoir dire explicitement que l'illusion est une nécessité fonctionnelle (Bessot & Mercier, 1991) qui engage tout sujet à la dénegation de la transposition et lui interdit de penser comme telles les créations didactiques d'objets d'enseignement. Lorsque Chevallard (1989b) propose trois déclinaisons du concept de *rapport au savoir* (*rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel*) au séminaire du laboratoire Leibniz, à Grenoble, il annonce qu'il s'agit là « [d'une] théorisation [qui] s'inscrit dans le prolongement de la théorie de la transposition didactique dont elle entend constituer, au vrai, tout à la fois un *élargissement* [...] et un *approfondissement* [...] ». Ce mouvement englobant ne surprendra que ceux qui [...] n'ont voulu voir dans la théorie [...] que l'étude d'un aspect du didactique [...] Il s'agit donc de *reformuler les termes primitifs de la théorie* ». Dès lors, en didactique des mathématiques, la transposition didactique n'est plus un abcès de fixation des débats théoriques : elle est devenue une question interne à la théorie des institutions didactiques, première version de la Théorie Anthropologique du Didactique. De plus, elle déclare dorénavant des liens fonctionnels avec la Théorie des Situations Didactiques : nous les présenterons dans la troisième partie de cette note.

C'est ainsi que, depuis 1989, en didactique des mathématiques, la notion de transposition va pouvoir travailler de manière silencieuse dans les travaux

que ne dirige pas Chevallard. On peut voir comment par exemple se situent les sept intervenants du séminaire 1997 du même laboratoire grenoblois : quatre d'entre eux travaillent sur des phénomènes pouvant relever de cette théorisation, puisqu'ils proposent l'étude d'objets à enseigner ou d'objets d'enseignement. Parmi eux, deux ne citent pas le phénomène : Henry (1997), bien que son premier paragraphe s'intitule « L'enseignement des probabilités au Lycée : questions épistémologiques et didactiques », et Bittar (1997), qui étudie « Les vecteurs dans l'enseignement secondaire ». Nul besoin de dire que dans ces cas, la question des contraintes sur le savoir que crée l'entrée d'un savoir dans un système didactique n'est abordée que relativement à l'organisation de l'exposé et que la seule question didactique étudiable est relative aux conséquences épistémologiques d'un programme d'enseignement donné. Le troisième intervenant (Le Thi, 1997) cite l'ouvrage sans nommer sinon en conclusion les phénomènes transpositifs qu'il observe, alors que son étude est conduite tout entière à l'aide de la Théorie Anthropologique du Didactique : « Étude du rapport à l'objet vecteur d'enseignants de première année de Lycée au Viet-Nam et en France ». Cela signifie que les deux organisations épistémologiques étudiées par ce chercheur ne sont pas considérées explicitement comme deux réalisations d'un même système de contraintes : comme il est courant en sciences, en régime normal, l'usage d'une théorie reconnue sert de garantie épistémologique suffisante. Le quatrième intervenant en revanche (Artaud, 1997) annonce dès l'introduction travailler dans le cadre de la théorie : « L'essentiel de la matière de cet exposé est issu d'une recherche [...] dont l'objet était d'étudier le début du processus de transposition didactique des mathématiques. » Sous la direction de Chevallard, l'auteur montre comment la légitimité d'un savoir mathématique se fonde d'abord sur celle des praticiens utilisant des techniques mathématiques reconnues, qui peuvent légitimement déclarer que leur pratique les fait experts des mathématiques et aptes à les présenter à des élèves. C'est donc une étude de l'écologie sociale d'un enseignement. Pour introduire une comparaison qui ne vaut qu'en première approche, nous dirions qu'on y comprend que le cas des mathématiques au dix-septième siècle n'est guère différent de celui des faits religieux de nos jours, qui peuvent appartenir au professeur de français (étude des textes fondateurs), d'histoire (étude des guerres), de sciences sociales (étude des sociétés), de philosophie (religion et éthique) ou à un professeur de religion qui est lui-même autorité religieuse. Nous retrouvons encore, par exemple dans le cas du français (avec les débats DFLM/DFLE) mais aussi dans ceux de la technologie ou des sciences de l'ingénieur, ce type de questions relatives à ce qui se nomme, dans la Théorie Anthropologique du Didactique, *l'écologie sociale des savoirs d'enseignement*. Ces questions ne peuvent être évitées et elles sont parfois attaquées par d'autres voies dans d'autres didactiques : nous ne citerons ici que Martinand (1984), dont les travaux sur ces questions sont bien connus.

L'analyse de la transposition au fondement de l'analyse de l'enseignement

Après la création didactique d'objets (chapitre 1, pp. 40-41) et l'illusion fonctionnelle de l'identité du savoir enseigné avec les savoirs d'enseignement (chapitre 3, pp. 45-48), la déclaration théorique qui pose le plus de problèmes aux chercheurs est celle de *mise en texte du savoir*. Cependant, cette notion intervient après que la question des objets à enseigner ait été posée (chapitre 4). Les objets susceptibles d'enseignement sont toujours des objets de savoir, comme le rappelle Johsua (1996) mais ces objets ne sont pas les seuls objets

présents dans l'activité didactique. Il faut considérer aussi d'une part, les notions-outils de l'activité (objets paramathématiques : paramètres, équations, démonstrations, calculs, etc.) qui sont *préconstruites* et introduites par monstration (Wittgenstein, 1976 ; Pêcheux, 1975, pp. 85-93) comme le montre l'étude de Tonnelie (1979) pour la notion de polynôme. Il faut considérer encore d'autre part, des compétences ou capacités (objets protomathématiques : reconnaître une expression de degré deux relevant d'une factorisation simple, savoir qu'un calcul n'est pas terminé, etc.). Les objets protomathématiques se construisent dans la pratique et ne peuvent vivre que comme *pratiques*, dans des situations où elles peuvent être analysées comme des comportements attendus qui vont de soi parce qu'ils sont appelés par la situation. Ces objets et leur mise en œuvre appartiennent au *milieu* de l'action des élèves (Brousseau, 1999) : tout se passe comme s'il n'y avait là *rien à savoir* (et rien à enseigner sinon à apprendre) mais seulement à *faire ce qu'il faut* (Delbos et Jorion, 1984).

L'identification de cette dimension pratique permet de comprendre que la description des objets d'enseignement n'épuise pas l'activité d'étude que l'enseignement permet. L'épaisseur de pratiques et de significations due à l'ensemble des objets coprésents avec les objets de savoir explicitement construits et enseignés permet de dire que le savoir enseigné est *organisé comme un texte* et de parler de *texte du savoir*. Le texte du savoir enseigné n'est donc pas écrit dans les ouvrages où le savoir s'expose mais *il appartient aux systèmes didactiques eux-mêmes*. Il est à la fois *construit, montré et pratiqué*, dans un parcours que le professeur dirige comme s'il donnait une lecture. Le temps didactique est le temps officiel de ce parcours rythmé par la progression à la surface du texte, il est donc l'effet de l'illusion de l'identité de la suite des objets du savoir enseigné avec les savoirs d'enseignement, ce qui fait du temps didactique une illusion fonctionnelle des institutions didactiques.

La nécessité de la mise en texte des matières d'enseignement vaut pour tout système didactique moderne, parce qu'elle est l'effet de la programmation des enseignements. Mais un programme d'enseignement ne programme pas les apprentissages que l'épaisseur pratique du texte du savoir (en objets para et protomathématiques) rend possibles, selon un temps propre à chaque élève qu'il est possible d'observer (Mercier, 1992). Les objets de la pratique qui les supporte appartiennent à ce que les didacticiens des mathématiques nomment *le milieu* des situations didactiques.

Le régime didactique interne des savoirs (désyncrétisation et dépersonnalisation) est alors, comme le régime externe (programmabilité des acquisitions, publicité du savoir et contrôle social des apprentissages), l'expression de cette illusion qui donne la surface du texte pour son contenu. Là se trouvent les clés de la théorie du temps didactique. Ce phénomène, malgré qu'on en ait, accélère l'obsolescence de toute matière enseignée encore vive parce qu'il la transforme en discipline scolaire, en savoir moribond. Sans doute, les enseignements scientifiques – ce qui s'enseigne – ont pu sembler être par nature indemnes de ces effets parce que l'entrée dans une science suppose l'étude des résultats écrits de l'activité des scientifiques et parce que la « manière de bien conduire sa raison » pour produire des connaissances assurées ressemble si fortement à la manière d'étudier (Chevallard et Mercier, 1987 ; Mercier, 1996 ; Mercier, 2001) : tout un chacun peut être victime de l'illusion fonctionnelle de l'identité du procès d'apprentissage, du procès d'enseignement, et du procès de production des savoirs.

Nous n'irons pas plus loin dans l'exposé de la théorie, dont les trois derniers chapitres développent les idées initialement présentées, sinon pour rappeler que la dernière conséquence étudiée par Chevallard tient à la nécessité d'un apprentissage par *après coup et reconstruction* faisant accéder des objets de la pratique proto ou paramathématique au statut d'objet de savoir : il semble que ce point soit toujours forços et que les travaux actuels sur l'observation des élèves commencent seulement à l'identifier (Mercier, 1995a ; 1999 ; Matheron, 2001). Les systèmes didactiques ont donc ce que l'on peut nommer, à l'image de ce qui se fait en physique, *des lois ou principes qui décrivent leurs contraintes de fonctionnement* et définissent leurs variations théoriquement possibles : toute réalisation didactique compose avec les principes didactiques qui expriment les relations entre les objets (variables) du système et selon les valeurs qu'elle procure à ces variables, l'activité des professeurs et des élèves les conduit à produire tel ou tel texte du savoir. Deux principes didactiques sont identifiés dès 1980 : premièrement, le professeur garantit la production du texte du savoir, il est responsable de la *chronogénèse* ; deuxièmement, le professeur partage cette production avec les élèves pour qu'ils puissent se l'approprier, il organise la *topogénèse* et les élèves occupent la place qui leur est faite. Leur profit tient au rapport personnel au texte du savoir qui leur est ainsi proposé. Le troisième principe est relatif à l'organisation des situations où se joue l'activité des élèves (l'étude).

En effet, comme le remarque Perrin-Glorian (1999), l'organisation des situations d'étude est envisagée dans la théorie de la transposition sous les auspices de la notion de *préconstruction* (Chevallard, 1985, 8.18 et 8.19) mais elle a été identifiée de longue date par Brousseau (1978 ; 1986 ; 1999 p. 3) comme la nécessaire *construction du milieu des situations didactiques*. Elle sera décrite par Robert et son équipe (Robert et Tenaud, 1989 ; Robert et Robinet, 1996) comme la « dimension méta » dans le discours du professeur. Cette multiplication des termes et des références qu'ils appellent donnera l'occasion d'un débat fort vif de Robert et Robinet (1998) avec Sarrazy (1997) qui affirme que les difficultés des élèves relèvent de dimensions épistémologiques liées aux éléments nécessairement préconstruits de la situation et que le discours métacognitif du professeur ne saurait les prendre en charge : « l'essentiel de ce qui se joue dans la relation didactique ne peut être dit » affirme-t-il, mais il faut – à la suite de Brousseau – en étudier les conditions d'émergence. Enfin, Margolinas (1994 ; 1999) a proposé une technique permettant l'analyse conjointe des milieux de l'activité des élèves et du professeur. Cependant, dans la mesure où ces situations sont données par contrat et où l'activité des élèves mobilise des objets proto et paradisciplinaires, la production d'un milieu implique au plus près l'activité des élèves. Dans la théorie de la transposition, la *mésogénèse* (Chevallard, 1992 ; Sensevy Mercier et Schubauer-Leoni, 2000) suppose la participation des élèves à l'activité d'enseignement (Mercier, 1999b). C'est ainsi que l'analyse des systèmes didactiques conduite dans le cadre de la théorie de la transposition est fondée sur une analyse a priori des objets d'enseignement qui permettra d'apprécier leur mise en texte, laquelle est analysée comme produit de l'activité du professeur qui dirige l'étude et de l'activité des élèves qui étudient (Mercier et Salin, 1988 ; Mercier, 1999a). La progression dans le texte rythme pour les acteurs l'avancée du *temps didactique*, notion que nous n'avons pas développé ici (Chevallard, 1986d ; Chevallard et Mercier, 1987 ; Mercier, 1992 ; 1995a ; 1997 ; 1999). On peut considérer alors que les systèmes de contraintes que nomment les trois principes énoncés ci-dessus conditionnent les organisations mathématiques et l'analyse dynamique de l'évolution des corps de savoir enseignés. L'étude de ces questions est

d'ailleurs l'objet des derniers développements de la théorie de la transposition didactique en mathématiques (Bolea *et alii*, 1999 ; 2001).

Cependant, une telle *théorie des systèmes didactiques* ne sera pas mobilisée dans son entier par tous les chercheurs qui étudient des phénomènes de transposition didactique : on ne mobilise jamais que la part d'une théorie utile à la résolution d'un problème. Beaucoup de chercheurs s'empareront du concept sans le système théorique dont il n'est que la partie la plus visible. C'est que le mot même de transposition didactique, emblème des efforts pour constituer une approche scientifique nouvelle des systèmes didactiques, est devenu le moyen pour les chercheurs qui s'engagent dans un tel projet de déclarer leur appartenance au champ des didacticiens. La théorisation des systèmes didactiques que propose Chevallard permet en effet de poser d'emblée la question de la nécessité d'un travail sur les matières d'enseignement spécifié par l'enjeu didactique, c'est-à-dire d'une didactique pour chaque discipline. Il semble donc, par exemple, que cela suffise à conduire une étude épistémologique spécifiée par la volonté de proposer un objet d'enseignement.

Deux questions pratiques posées à la théorie : Quelles sont les conditions d'attaque des obstacles épistémologiques ? Quels types d'organisation des pratiques expérimentales peut-on imaginer ?

Au-delà des mathématiques, la notion de transposition est d'emblée mise au travail en didactique de la physique, grâce à la diffusion rapide des résultats et des théories permise par le GRECO *Didactique des connaissances scientifiques* où travaillent ensemble psychologues du développement, didacticiens des mathématiques et didacticiens des sciences expérimentales. Johsua (1985) s'engage ainsi dans l'étude « du contraint et du possible dans un enseignement de l'électrocinétique ». Il recherche la possibilité d'enseigner une connaissance dont l'épistémologie soit donnée. Cela le conduit rapidement de l'étude des conceptions spontanées des élèves à l'observation des effets d'un enseignement expérimental puis à un pessimisme instruit de l'identification des contraintes fonctionnelles qui régissent les systèmes didactiques (Johsua, 1994). Selon cet auteur, les didacticiens de la physique ont observé en effet combien l'enseignement traditionnel de la discipline correspondait à une épistémologie positiviste, qui conduit à un rapport inadéquat aux activités expérimentales (Johsua M.A. et Johsua S., 1989) ; mais dans leur premier mouvement ils n'y ont pas vu l'effet des contraintes didactiques que révèle la théorie de la transposition.

Sans doute, le rapport à l'expérimental est-il spécifique des sciences de la nature, qui doivent être construites dans un mouvement de modélisation et de mise à l'épreuve des modèles (Hulin, 1988 ; Tiberghien, 1989a). Mais cela étant, note Johsua (1996), les professeurs engagés avec leurs élèves dans l'étude de questions de physique sont amenés à prendre des décisions dont les effets sont décrits par la théorie de la transposition et relèvent à l'évidence du même système de contraintes. *Dans le cas fréquent où les élèves n'ont pas une expérience préalable du domaine de connaissance – c'est-à-dire, un système cohérent de préconstruits dont la pertinence puisse être mise à l'épreuve – on ne peut enseigner que des abstractions.* C'est trop souvent le cas en mathématiques mais, que ce soit dans le cas de l'électricité de l'astronomie ou du magnétisme, nul n'accède naturellement à ces domaines (Johsua et Dupin, 1992) et comme en mathématiques, il est donc nécessaire

que l'école elle-même assure la formation d'un premier rapport aux domaines de réalité que les sciences étudient.

Cette dimension des recherches en didactique est essentielle, car elle montre à quel point les rapports sociaux aux objets de science sont dépendants de la culture scolaire élémentaire. Celle-ci est le produit d'un état de l'épistémologie tel qu'il est porté par le système d'enseignement, sachant que ce dernier forme aussi les manières socialement reconnues d'étudier les sciences. La complexité des phénomènes impliqués (que les versions ultérieures de la théorie anthropologique du didactique visent à prendre en charge plus précisément) est à l'origine des apories des usages de la notion d'ingénierie lorsqu'elle est considérée comme moyen de promouvoir des pratiques innovantes. Cela conduit de nombreux chercheurs à prendre en compte les phénomènes transpositifs qui contraignent l'action enseignante, pour se déprendre de ce que Robert (2001) appelle « l'illusion de la transparence des pratiques d'enseignement ».

Sans doute, les obstacles de la connaissance première de certains phénomènes physiques sont-ils particulièrement résistants parce qu'ils sont fondés sur les pratiques quotidiennes et les techniques d'une culture, tandis qu'en mathématiques les pratiques scolaires sont souvent premières. C'est pourquoi les connaissances premières qui font obstacle doivent être connues par qui cherche à améliorer l'enseignement, et de nombreux didacticiens de la physique travaillent sur les conceptions et représentations – culturelles, scolaires ou spontanées – des enfants, suivant une voie proche de la psychologie du développement (Viennot, 1978 ; 1993 ; Saltiel, 1978 ; Weil-Barais, 1993 ; Dumas-Carré et Weil-Barais, 1998). Car *on ne peut enseigner sans tenir compte du premier rapport des élèves aux objets d'un domaine qui a pu les conduire à développer un système d'interprétations stable.*

Les travaux conduits d'abord sous la direction de Guy Brousseau ont identifié, en mathématiques, objet d'enseignement par objet d'enseignement, de tels phénomènes. On trouve ainsi des études pour l'école maternelle (Pérès, 1984) et élémentaire (Brousseau, 1980 ; 1981 ; Ratsimba-Rajohn, 1982 ; Orus-Baguena, 1992 ; Berthelot et Salin, 1992). Ceux-là ne font pas appel à la théorie de la transposition parce qu'ils cherchent, selon Brousseau, *les conditions d'enseignabilité d'un savoir décrit par ses propriétés relatives au type de problèmes qu'il permet de résoudre et que la situation didactique reproduit artificiellement.* Dans une ligne proche, mais sous le nom d'*ingénierie didactique* qui dénote une volonté d'efficacité, on trouve des travaux sur les nombres réels (Douady, 1980), l'informatique (Rouchier, 1991), la géométrie (Robert et Tenaud, 1989 ; Perrin-Glorian, 1990 ; Laborde et Capponi, 1994) ou l'analyse au Lycée (Robert, 1983 ; Schneider, 1991 ; Bloch, 2000).

Les didacticiens de la physique posent ainsi des questions semblables à celles des didacticiens des mathématiques travaillant dans le cadre de leur discipline-cible : leurs résultats semblent *des principes cognitifs du didactique* et ce sont aussi des principes de l'épistémologie bachelardienne. On peut ainsi remarquer que l'évolution des questions de recherche, initialement épistémologiques et cognitives, a conduit certains didacticiens de la physique à la production de scénarios d'enseignement et à l'observation de leur mise en œuvre. Ils ont alors identifié les phénomènes relatifs à la mise en texte du savoir puis, ils ont repris la dimension didactique de la théorie de la transposition en s'interrogeant sur le milieu des situations d'enseignement (Johsua, 2000) et certains ont mis au travail ce concept avec celui de situation, pour éprouver la dialectique situation/milieu qui est au cœur de la Théorie des Situations

Didactiques (Tiberghien, 2000). Car, en physique comme en mathématiques, *on ne peut changer par une expérience la manière dont un élève pense que si l'expérience répond à une question préalable de cet élève et si elle peut provoquer chez lui une surprise relative à son système de pensée même* (Brousseau, 1981 ; Tiberghien, 1989b ; Ratsimba-Rajohn, 1992 ; Mercier, 1992 ; Castela, 1995 ; Schneider, 2001 ; Lai, 2001). Pour autant, nombre des chercheurs se satisfont d'attribuer les phénomènes didactiques à un système conceptuel non spécifique du didactique – relié ici à la psychologie du développement, là à l'histoire, ailleurs à l'épistémologie de la discipline cible, c'est-à-dire à des spécifications singulières qui peuvent toujours sembler convoquées *ad hoc*.

Les didacticiens de la physique et les didacticiens des mathématiques sont conduits à chercher *la cohérence et la généralité d'un double système théorique* qui leur paraît incontournable (Johsua, 2002 ; Caillot, 2002). C'est, semble-t-il, ce que montre aussi une des voies des travaux sur la transposition conduits en didactique du français ou en didactique des Activités Physiques et Sportives qui sont exposés dans ce numéro. Aussi, une ambition de cette note est de présenter le plus largement possible des outils théoriques sûrs, en donnant les références des travaux originaux et les questions qui ont conduit à les produire. On remarquera enfin que, dans les sciences expérimentales comme en mathématiques, les travaux qui annoncent explicitement vouloir étudier la transposition d'éléments de savoir déclarés sont nombreux : par exemple, pour les dernières années il est possible de trouver trente thèses et ouvrages relatifs à tel objet. Hélas dans la mesure où il n'existe pas à ce jour d'institution de validation commune d'une didactique à l'autre, ces travaux ne peuvent avoir pour objet le développement de la théorie : ils engagent son usage, dans un but de compréhension des phénomènes épistémologiques observés.

EMBLÈME OU SAVOIR EFFICACE : LES PREMIERS TRAVAUX SUR LA TRANSPPOSITION EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

Le débat, en mathématiques

Au-delà du petit cercle des professeurs qui, à l'IREM d'Aix-Marseille, travaillent déjà sur ces questions avec Chevallard, l'équipe genevoise de didactique des mathématiques a la première mis en œuvre certains éléments de la nouvelle théorie : c'est qu'elle procède à des observations quotidiennes, dans des classes genevoises de mathématiques de première année primaire. Conne (1981) a déjà donné le nom de transposition aux accommodements des moyens d'enseignement produits dans le cours de la relation didactique que le maître entretient avec les élèves. À la deuxième École d'Été, Mercier (1982) montre dans un séminaire comment la première contrainte qui produit, en classe, le processus de transposition tient à l'avancée dans le texte du savoir qui définit le temps propre des systèmes didactiques. Il démontre ce phénomène à partir d'observations (Chevallard, 1981) de la grande sensibilité des élèves au temps que produit le professeur. Sur ces bases, Conne (1985) développe les premières analyses didactiques de l'activité d'enseignement en identifiant diverses techniques enseignantes de gestion du temps didactique, qui seront nommées plus tard les techniques *chronogénétiques*.

Mais le fait que la théorisation soit radicalement non normative, qu'elle déclare que la transposition se produit toujours et qu'elle se produit quoi qu'en pense le professeur et à son insu, et le fait qu'elle affirme que l'illusion de la transparence des objets de savoir est un phénomène fonctionnel des systèmes d'enseignement, cela scandalise certains mathématiciens engagés dans la réforme de l'enseignement : on trouve bien des humains que l'idée que leur personne soit structurée autour d'un inconscient scandalise absolument, parce que leur humanité est fondée sur l'affirmation de la conscience de leurs actes, condition *sine qua non* de leur sentiment moral et de leur sens des responsabilités. Ainsi Glaeser (2000), bien qu'il n'ait jamais pu mettre expérimentalement en défaut la théorie et ses conséquences attendues, publie sans autre difficulté les cours du DEA de didactique des mathématiques qu'il a professés à Strasbourg trente ans durant, sans que jamais la question de la transposition n'y soit posée ; la commission Inter IREM sur l'enseignement des mathématiques à l'université, composée presque uniquement de chercheurs en didactique reconnus, publie l'état de ses travaux sans même un mot sur les phénomènes de transposition dont l'université pourrait être le lieu ; Robert (1983 et 1992) n'utilise pas plus la notion dans l'étude des questions d'enseignement de mathématiques universitaires que son étudiant Hache (2001) qui analyse selon des canons psychosociologiques les conceptions des enseignants relatives aux objets d'enseignement. De là à tenter d'observer sans modélisation l'enseignant en classe tout en affirmant approcher ainsi l'ensemble des dimensions de la complexité de son métier, il n'y a qu'un pas que Robert (2001) franchirait volontiers semble-t-il, déniait l'impossibilité, fonctionnelle pour l'enseignant, d'être conscient de la transposition tout en faisant une place de principe à l'inconscient du professeur, au sens freudien.

Cependant, comme nous l'avons déjà signalé, Chevallard s'étant vu refuser l'édition de *Pour la Didactique*, les travaux sur les dimensions didactiques de la transposition se trouvent impubliables faute de textes de références, et les travaux de l'équipe que Chevallard a réunis à l'IREM d'Aix-Marseille seront édités soit dans la revue *Petit x*, où des didacticiens écrivent à l'intention des professeurs de Collège, soit par cet IREM, devenu éditeur en 1987. Ce sont donc ces recherches, peu connues, que nous allons présenter maintenant.

Mise en œuvre : sur l'enseignement de l'algèbre et de la géométrie, au collège

Les travaux sur l'enseignement de l'algèbre qui ont été conduits en 1983, 1984 et 1985 à l'IREM d'Aix-Marseille ont permis d'abord une vérification expérimentale de certains attendus de la théorie de la transposition, en particulier sur les questions de *la gestion temporelle d'un texte du savoir* mais encore sur la possibilité, sous les contraintes institutionnelles identifiées, d'un enseignement permettant aux élèves de *participer à la chronogenèse* en produisant une part notable des résultats mathématiques de leur plan d'études à l'occasion des *activités* que les instructions officielles imposent aux professeurs, qui trouvent qu'elles leur font perdre du temps. Pour que des expériences destinées à produire des observables ne puissent être pillées par des innovateurs en mal de nouveauté, les montages expérimentaux correspondants ne sont pas publics.

Cet enseignement, proposé ici comme moyen d'observer des phénomènes que la théorie anticipe mais dont la fréquence d'apparition *in situ* est trop rare, n'est viable qu'à deux conditions. D'abord, à la condition que le professeur

déroge absolument à l'usage, qui l'engage à commenter les consignes lorsque les élèves rencontrent une trop forte incertitude sur l'action qu'il leur propose. Car l'inquiétude importante qui s'ensuit pour lui conduit le professeur isolé à ralentir le mouvement en s'engageant dans des explications, ce qui rend impossible l'enseignement du programme. Ensuite, à la condition que le professeur déroge absolument à l'usage, qui l'engage à adapter sur le champ les exercices aux réactions de ses élèves. Cela prive les élèves de l'occasion de produire par eux-mêmes une part importante des résultats à retenir. Le professeur qui ne tient pas ces deux exigences empêche les élèves de former par eux-mêmes certaines connaissances qui correspondent à des objets para et protomathématiques. Ce professeur ne peut donc jamais observer d'expérience telle que l'organisation particulière du cours rende une progression rapide efficace, en raison d'une solidarité plus forte que d'ordinaire entre les tâches d'étude successives auxquelles il engage les élèves ; entre ses mains, le cours expérimental devient rapidement contre-productif.

Sur ces travaux, on trouve donc seulement les résumés des présentations à la Troisième École d'Été et dans la revue genevoise *Interactions Didactiques* n° 7, un extrait du texte d'enseignement (chapitre III, première période) les commentaires associés de Chevallard (1984) et une analyse de Conne (1985) sur l'organisation du temps. Les travaux ultérieurs de Chevallard ne s'appuieront plus sur une ingénierie didactique et cet auteur n'a jamais publié à l'adresse des chercheurs que les acquis théoriques des recherches qu'il conduit ou qu'il dirige. Il s'en explique en particulier lors du colloque où se fait le bilan des travaux du GRECO Didactique et acquisition des connaissances scientifiques (Chevallard, 1987). Cependant, ces acquis sont importants puisque leur part relevant de l'étude des mathématiques scolaires permet de fonder un projet d'enseignement et de tracer un curriculum possible : cela conduit à une série de quatre articles pour un total de 118 pages de *Petit x*, sur l'état du savoir d'enseignement de l'algèbre après la réforme dite « des mathématiques modernes » et les contre-réformes récentes (Chevallard, 1985), sur le problème de la recherche d'une organisation curriculaire permettant de retrouver un mouvement de mathématisation et la notion de modélisation (Chevallard, 1989a), sur les systèmes de nombres et leur étude comme lieu de problématisation des pratiques algébriques à enseigner (Chevallard, 1990) et enfin, sur la dimension expérimentale de l'activité mathématique dans le cas du travail algébrique (Chevallard, 1991b). Ces articles ne sont pas écrits pour des chercheurs mais ils sont adressés aux professeurs, et ils situent explicitement les études conduites dans le cadre d'une théorie du didactique, pour résoudre les problèmes pratiques que cette théorie permet de poser. C'est le sens de l'adresse à l'Association de Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (Chevallard, 1986b) qui montre que la connaissance des lois de fonctionnement du système d'enseignement permet l'invention dans l'espace ouvert par le programme, considéré comme plan d'études et tracé régulateur. Dans le même temps, des études plus ciblées conduisent à des DEA dont la synthèse se trouve dans Chevallard (1989d).

L'un des résultats essentiels de ces expérimentations relève cette fois d'une meilleure connaissance des systèmes didactiques et de leurs contraintes de fonctionnement, ce qui a donné lieu à des travaux complémentaires. Il en est ainsi des fonctions des temps de l'évaluation dans la gestion – par le professeur mais aussi par les élèves – de la progression collective dans l'étude (Chevallard, 1986c ; Chevallard et Feldmann, 1986). En quelques mots : le cours expérimental d'algèbre, expérimenté en 1983-1985,

n'a pu être professé plus de deux semaines d'affilée qu'après que le professeur ait proposé aux élèves un « devoir sur table » réalisé en classe en temps limité et noté. Les règles auxquelles ces devoirs ont dû se plier pour être considérés comme satisfaisants par le professeur et les élèves sont les suivantes : les tâches proposées devaient être reconnues comme relevant du type de tâches étudié (les élèves devaient pouvoir y montrer localement la qualité de leur connaissance telle qu'ils l'avaient éprouvée lors des exercices), les résultats ne devaient pas être trop dispersés mais rester centrés sur la moyenne (le professeur devait pouvoir montrer aux élèves qu'il est possible à une part importante d'entre eux de réaliser les tâches demandées). Enfin, sur l'ensemble des épreuves d'un trimestre, les résultats d'un élève devaient être suffisamment irréguliers pour que la moyenne trimestrielle de la classe se resserre encore (ce qui montre aux élèves, au professeur aux parents et à l'administration, une classe homogène où un élève peut trouver à progresser « lorsqu'il travaille »). Ces propriétés sont à mettre en rapport avec un problème théorique difficile : comment comprendre l'efficacité de l'enseignement alors que le temps didactique qui le caractérise n'est pas le temps des apprentissages, qui sont, quelle que soit la matière d'enseignement, improgrammables ? L'évaluation – telle que décrite ici – est apparemment le moyen principal de régulation à long terme des systèmes didactiques modernes. Ce résultat est le premier indice de la solidarité forte entre l'organisation didactique et l'organisation disciplinaire d'un enseignement, qui conduira Chevallard (1994b ; 1998) Assude (1996) et Artaud (1998) à proposer l'étude de l'*écologie didactique* de certaines organisations mathématiques, retrouvant ainsi quelques uns des problèmes majeurs posés par la Théorie des Situations Didactiques.

En géométrie, les résultats sont moins importants, l'équipe de l'IREM a en effet été interrompue dans ce projet par la mise en place de l'IUFM d'Aix-Marseille, qui a mobilisé tous ses membres dans la tâche exigeante de la formation initiale puis continue des professeurs. Les premiers travaux en direction d'un curriculum ont cependant été publiés eux aussi dans *Petit x*, (Chevallard et Jullien, 1991 puis Mercier et Tonnelle 1992 et 1993), mais ils sont restés d'autant plus aisément sans suite qu'ils avaient permis d'identifier les prémisses d'un mouvement qui a commencé au Collège et dont de nombreux observateurs reconnaissent aujourd'hui l'existence : « l'implosion du curriculum mathématique » (Chevallard, 1989c).

Les liens avec d'autres didactiques, des théories psychologiques, la théorie des situations didactiques

Cependant, le succès rapide de la notion de transposition à l'extérieur de la communauté des didacticiens des mathématiques de langue française n'est pas sans effets sur la manière dont la notion est reçue en mathématiques. Dans de nombreuses disciplines cibles, la notion sert en effet d'emblème dans la constitution d'une problématique didactique fondée sur un travail relatif aux matières d'enseignement, par effet de contraste avec les problématiques pédagogiques existantes. C'est ainsi que Arzac *et alii* (1989 ; 1994) publient un « cours du troisième cycle en didactique des mathématiques, de la physique et de la biologie de Lyon et Grenoble », puis les résultats du travail d'une équipe de didacticiens de diverses disciplines scientifiques du GR Didactique. Ces textes montrent à quel point il est parfois nécessaire que le fonctionnement d'une institution demeure caché pour que

l'institution puisse vivre normalement. Ainsi, on ne peut trouver plus éclatante démonstration d'un usage emblématique du phénomène de transposition que celle de Hulin (1983) concluant, à partir du regard qu'il porte sur l'enseignement de la physique au collège que, la physique étant fondée sur des pratiques mathématiques, on ne peut l'enseigner à ce niveau de la scolarité. L'autorité de Hulin, directeur du Palais de la Découverte, rend ainsi presque impossible l'observation sereine de la transposition, en physique, et en particulier l'observation des pratiques expérimentales effectives et de leurs rapports au cours : ce dont rend compte le texte de Tiberghien (1989a). Le travail de Develay (1989) publié dans le même ouvrage pose des questions du même genre en faisant peser sur l'enseignement de la biologie des exigences presque aussi insurmontables, qui relèvent de la recherche d'une absolue transparence du savoir.

La volonté sociale de transmettre malgré tout, dans l'enseignement obligatoire, un rapport normé aux artefacts et aux pratiques techniques fondées sur les sciences conduit Martinand (1982 et 1986) à remplacer la référence à un savoir savant par une référence à ces *pratiques sociales* – auxquelles il serait plus commode d'obtenir une distance acceptable. Dans un mouvement dont l'analyse pourrait relever de la théorie sociologique de la traduction, Martinand redouble ainsi la dénégation des phénomènes transpositifs (qui ne sont pas le produit de la référence mais celui du système d'enseignement) dans le moment même où il produit un outil d'étude de ces phénomènes ; du coup, il permet la survie au collège, sous le nom nouveau de technologie, d'une forme de rapport aux sciences.

La question des conditions sous lesquelles un corps de pratiques est considéré comme constitutive d'un savoir (Johsua, 1998) et celle du type de pratiques sociales qui peuvent légitimer un objet d'enseignement (Chevallard, 1992a), sont des questions que la théorie de la transposition prend en charge dans sa version remaniée comme Théorie Anthropologique du Didactique, ainsi que le montre Perrenoud (1998) en sociologue, en reprenant l'opposition savoirs/pratiques à l'aide de la notion de compétence. Mais on comprend que, dorénavant, les observateurs de l'enseignement des mathématiques fassent preuve d'une grande prudence dans la rédaction et la publication de leurs conclusions sur les phénomènes qu'ils mettent en évidence lorsqu'ils observent un enseignement sur le vif : il s'agit, dirions-nous, d'une prudence fondée sur le respect des professeurs, qu'il serait irresponsable de déstabiliser en détruisant leurs conditions de travail comme ce fut le cas pour l'observation par Hulin de la physique au collège. C'est à peu près dans le même temps que Tavinot (1993) propose une technique descriptive proche de la description écologique, fondée sur la mise en graphe des systèmes d'objets qui sont proposés comme moyens d'enseignement de la symétrie orthogonale. Elle interroge en parallèle trois systèmes d'observables : les activités effectives en classe, les représentations des professeurs relatives aux objets pris dans ces activités et les propositions des ouvrages d'enseignement, afin d'explorer l'une des contraintes identifiables de la transposition qui pourrait être ce que Brousseau nomme « l'épistémologie spontanée des professeurs » et de voir s'il y a dans la formation des professeurs, comme le pensent les mathématiciens que la notion scandalise (et qui ramènent tout problème didactique au manque de formation des professeurs), un moyen d'intervention efficace sur les systèmes d'enseignement. Elle attribue les représentations des professeurs à une psychologie de la connaissance mathématique mais elle y voit aussi l'effet d'une position professionnelle : le professeur ne peut renoncer à professer le

cours, il ne peut limiter réellement son intervention à l'organisation de l'activité des élèves ! Elle observe comment les injonctions de la COPREM (Commission Permanente de Réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques), pour leur part relative à l'organisation de l'enseignement, conduisent à des comportements incohérents, parce que ces injonctions supposent un travail transpositif bien plus profond que celui que proposent les ouvrages scolaires. Par exemple, elles nécessiteraient la redéfinition du corps de savoirs désigné sous le terme de « symétrie orthogonale ». Ainsi, la nécessité, pour étudier les phénomènes transpositifs, de lier l'analyse des organisations mathématiques à celle des manières d'enseigner – les organisations didactiques – se fait jour au travers du dispositif pratique d'observation qu'est le « système de protocoles » de cette recherche.

Le questionnement conduit par l'équipe de didactique des mathématiques de Genève part de l'épistémologie génétique pour interroger à la fois les situations expérimentales proposées par Piaget – dans leur prétention à donner accès aux connaissances des enfants – et les situations didactiques – dans leur prétention à provoquer la transformation des connaissances des élèves. Ces chercheurs étudient « les conditions de la production de savoirs dont on pourrait garantir la connaissance ». Leur premier mouvement les conduit à considérer que les savoirs enseignés ne relèvent pas des catégories descriptives de la psychologie (Schubauer-Leoni et Perret-Clermont 1980) mais surtout, ils partent de l'idée que l'observateur n'accède à la connaissance du sujet observé que par la production d'une situation – ce qui suppose qu'il mobilise des savoirs – et par l'interprétation des comportements du sujet observé en situation – ce qui ne peut se faire indépendamment de ce que l'observateur sait de ses propres connaissances dans cette situation. Ainsi le savoir de l'observateur est-il nécessairement modèle des connaissances dont la description est recherchée, mais il ne modélise jamais la connaissance que par un procès de *transposition expérimentale* dont l'expérimentateur n'est pas libre de se défaire : les résultats des travaux de psychologie expérimentale appartiennent donc au régime des savoirs dans ces institutions, ils doivent être répliqués pour être interprétés de nouveau dans le cadre didactique. C'est l'objet principal des travaux de l'équipe depuis Brun (1979) et Perret-Clermont et coll. (1982) jusqu'à Brun (1996).

Ils observent donc les apprentissages scolaires en les rapportant aux situations d'enseignement effectives : c'est l'enjeu de la thèse de Conne (1982) qui a été présentée plus haut. La reprise de la problématique initiale de l'équipe, mise en rapport avec le travail de Rouchier (1991), conduit Conne (1992) à proposer une distinction solidement reconstruite entre *connaître*, qui nomme le rapport du sujet à la situation avec laquelle il interagit, et *savoir*, qui nomme les moyens que possède un sujet pour intervenir sur une situation. Il met la distinction proposée au travail en direction de la didactique des mathématiques et montre comme en miroir qu'un jeu semblable se produit entre *un savoir* (au sens qu'il a défini de moyen de contrôle et de transformation d'une situation) et *un savoir institué*, qui appartient à une culture et qui n'est pas un outil cognitif mais *un objet* social. En reprenant par ce bout la question de l'enseignement ou plutôt, de l'intention d'enseigner, Conne retrouve à la fois une description de l'effet de toute transposition didactique – qui vise la connaissance de l'organisation sociale qu'est une discipline par le moyen de la production de savoirs relatifs à des situations scolaires – et une démonstration du phénomène qu'il avait observé pour sa thèse : l'activité des élèves participe efficacement à la production de savoirs et produit donc

des effets de transposition didactique qu'il faut observer, avec lesquels le professeur compose nécessairement et qu'un projet d'enseignement ne peut négliger ou ignorer.

La notion de rapport institutionnel à un savoir et la première refonte de la théorie

C'est finalement sept ans après le cours de 1980 que Chevallard et Mercier (1987) publieront, par l'entremise de l'IREM d'Aix-Marseille, une étude sur la genèse historique des systèmes d'enseignement *modernes*, ceux dont le fonctionnement produit du temps didactique, après que Chevallard (1986a) a proposé une présentation de l'état de son travail tellement synthétique qu'elle ne peut être lue qu'aujourd'hui, à la lumière des recherches qui ont suivi et dont elle constitue le programme. La thèse de Rajoson (1988) correspond donc au premier travail expérimental qui enregistre une avancée décisive de la théorie. Elle propose en effet à la fois une technique de description des *organisations mathématiques* savantes, noosphériennes ou scolaires qui permet de les comparer, et des résultats sur les *conditions d'existence stable* d'une organisation mathématique donnée dans un des trois types d'institution – savante, noosphérienne, scolaire. Sous la direction de Chevallard elle développe à cet effet, à partir d'une métaphore écologique – en particulier, avec la notion de relation trophique entre problèmes et théorèmes – un système de descripteurs des rapports entre objets mathématiques qui devient un élément essentiel de la théorie. En étudiant la disparition de certains objets d'enseignement dont la présentation noosphérienne avait pourtant séduit plus d'un professeur, elle montre en effet que la mise en texte du savoir ne réussit que si elle peut s'appuyer sur les liens solides de plusieurs organisations mathématiques en une organisation large, forte et bien maîtrisée par les professeurs. Il faut y voir, conclut-elle, un effet en retour de ce que l'apprentissage n'est pas linéaire mais se fait principalement par après-coup et que les professeurs ne peuvent assurer les conditions d'apprentissage de savoirs qui ne nourriraient pas l'étude de nouveaux problèmes.

Dans sa note pour l'Habilitation à Diriger des Recherches, Chevallard (1989c, pp. 35-48) reprend le travail sous-jacent et montre comment le passage d'une référence implicite aux théories de la complexité – que l'on peut voir à l'œuvre par exemple dans l'idée d'étudier comment, pour les acteurs, les objets familiers sont transparents – à l'usage explicite d'une théorie écologique qui travaille la complexité des phénomènes du vivant permet d'ouvrir la champ d'un questionnement clairement anthropologique, « science dont les institutions sont les écosystèmes ». Dans ces conditions, l'analyse de la transposition didactique consiste en l'analyse des flux et des équilibres de savoir dans les différentes institutions que sont la sphère de production des savoirs, ses sphères d'utilisation, et le système d'enseignement – dont la noosphère est l'*écotone*, la marge qui reçoit des immigrants venus des deux côtés, une zone de transition. Les diverses organisations de savoirs sont ici les espèces, dont la notion écologique de *niche* permet de comprendre la présence ou l'absence en un écosystème donné. Par ce moyen, l'analyse de la transposition montre sa spécificité en regard des analyses épistémologiques et dorénavant, il faudra rechercher les travaux mathématiques sur la transposition à l'aide du mot-clé *écologie mathématique (de tel objet dans telle institution)*.

Cette avancée permet le développement d'un nombre important de travaux, dont nous rendons compte dans la quatrième partie de cette note. C'est

à ce moment de développement que les débats auxquels la théorisation a donné lieu sont repris par Arzac (1992), qui enregistre les ouvertures que les développements nouveaux permettent. Il montre d'abord que l'analyse de la transposition ouvre les études épistémologiques aux cas des institutions d'usage et d'enseignement des mathématiques mais aussi, et la chose est plus nouvelle, au cas de ces institutions intermédiaires que sont les noosphères dont le rapport aux savoirs est réduit, justement, à leur transposition. L'ensemble selon lui, justifie la qualification *Anthropologique* de la théorie dans sa forme nouvelle, d'où il pose que la théorie ne doit pas être considérée comme spécifique des mathématiques. Dans le même numéro de *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Chevallard (1992a) propose un texte programmatique : « Concepts fondamentaux de la didactique, perspectives apportées par une approche anthropologique » qui reprend son cours à la VI^e École d'été de didactique des mathématiques. Enfin, la parution de l'ouvrage collectif pluridisciplinaire (Arsac et alii, 1994) où sont démontrés des usages de la théorie jusque dans les questions de didactique professionnelle (Rogalski et Samurçay, 1994) permet à Chevallard (1994b) de faire le point sur la question.

PROBLÈMES ET TECHNIQUES DE L'ANALYSE DE LA TRANSPOSITION POUR L'OBSERVATION DES MATHÉMATIQUES ET DE LEUR ÉTUDE DANS LES CLASSES ORDINAIRES

Usages mathématiques actuels : l'approche écologique des organisations mathématiques

Le programme est vaste, mais on peut voir dorénavant des travaux extérieurs à l'équipe de Chevallard annoncer leurs emprunts au corps théorique proposé. Ainsi, Briand (1993 ; 1999), montre, sous la direction de Brousseau à Bordeaux, un dysfonctionnement de la transposition didactique dans le cas d'un problème d'enseignement à l'école maternelle : le mesurage des collections. Le problème vient de ce que l'*énumération* des collections suppose, dans le cas qui nous intéresse, une opération matérielle que les mathématiques ne décrivent pas et que, de ce fait, cette opération n'est pas objet d'apprentissage. La combinatoire ne modélise pas le mouvement du doigt qui parcourt une collection et de ce fait l'ordonne complètement, ni les problèmes techniques de réalisation complète de l'ordre lorsque les objets de la collection ne sont pas conservés tout au long de l'opération (pour compter les participants à une manifestation, il faudrait faire passer les manifestants dans un tourniquet !). Pourtant, on peut observer que les élèves rencontrent de tels problèmes : faute de l'existence sociale du savoir correspondant, ils les affrontent seuls. Sur la même classe de questions – les grandeurs et leur manipulation dans le travail sur les aires – Perrin-Glorian (1990) expose un problème du curriculum actuel sur la mesure en montrant combien il est difficile de faire exister des pratiques sur les grandeurs que sont les aires sans pour autant entrer dans le calcul de leur mesure par le produit de longueurs (on peut compter les carreaux d'un carrelage pour connaître l'aire d'une pièce, mais ce procédé n'est pas spontané).

Ce cas n'est pas réservé aux premières années de l'enseignement. Birebent (1997) rencontre ce problème à propos des systèmes de nombres que suppose l'emploi de la calculatrice pour les exercices traditionnels de

« simplification d'expressions numériques » – cependant, il n'attribue pas la difficulté à une insuffisance de la transposition mais à un contrat didactique incertain. Ce n'est pas le cas de Balman (1998) qui repère un phénomène semblable autour d'un autre objet : le graphe, institutionnellement absent comme objet d'enseignement et pourtant largement présent dans les manuels et bien sûr dans les activités demandées aux élèves. Il poursuit ainsi l'enquête initiale plus large de Grenier (1995) sur les savoirs combinatoires. Les questions qu'ils ouvrent ainsi sont relatives d'abord, à la gestion de ce type d'objets par les enseignants et ensuite, au moment où il devient pertinent de les sortir du monde du silence pour en faire des objets d'enseignement et les rendre institutionnellement sensibles. Ce sont les questions qu'ouvrent Grenier et Payan (1998) à propos des démarches combinatoires, en particulier de celles qui sont relatives à la preuve dans un certain nombre d'exercices scolaires tout au long du curriculum et qui supposeraient l'existence institutionnelle d'un premier mouvement de modélisation géométrique ou graphique de ces problèmes, permettant la production de preuves par le travail d'un premier modèle. On remarquera que la liste des exemples proposés comprend les nombres polygonaux, dont le cas se trouve traité complètement par Bolea et alii (2001), dans la même perspective.

Mercier (1995b) montre qu'il en va ainsi pour ce qu'il nomme, avec Chevallard (1985b), l'algébrique, soit l'ensemble des manipulations de notations mathématiques par lesquelles les mathématiciens conduisent des calculs écrits. Matheron (1993) rencontre cette question à propos du théorème de Thalès, dont il a montré la progressive désensibilisation qui va de pair avec une maîtrise importante des situations d'usage du théorème avant même tout enseignement à son propos (Matheron, 1994). Castela (2000) identifie, sous le terme de *fonctionnement mathématique*, un corps de connaissances institutionnellement absentes à l'université mais indispensables pour la résolution des problèmes de géométrie élémentaire du type « oral de CAPES ». Et Maschietto (2001) pose des questions proches dans le cas de l'usage des représentations graphiques dans la résolution de problèmes d'analyse à l'université, car elle montre que les fonctionnalités de cet usage – qui jusque là appartenaient au discours professoral – deviennent brutalement des outils de travail sous la responsabilité de l'élève, dans un mouvement topogénétique incontrôlé. On peut penser que dans l'ensemble de ces travaux, les didacticiens identifient peu à peu le monde des objets protomathématiques dont l'immensité, à peine devinée, inquiète. Certains (Schubauer-Leoni, 1997) affirment que ce monde n'appartient peut-être déjà plus exclusivement aux problématiques didactiques – qui étudient les conditions de possibilité des apprentissages – mais aussi aux théories du sujet et des processus socio-cognitifs en contexte. C'est bien sur cette frontière que travaillent des chercheurs en didactique qui traitent de champs conceptuels (Fluckiger, 2000 ; Pierrisnard, 2002) : nous les rencontrons en étudiant la solidarité des écosystèmes mathématiques et des organisations didactiques, car le dialogue comparatiste est particulièrement prometteur en ces lieux. Nous verrons également que les travaux sur l'épistémologie des mathématiques scolaires cherchent parallèlement à démontrer que ces phénomènes sont l'effet d'un processus de mathématisation des connaissances mal maîtrisé (Bolea et alii, 2001), qui accélère l'obsolescence des savoirs enseignés et déstabilise le procès de leur renouvellement. C'est d'ailleurs en ce sens que Antibi et Brousseau (2000) parlent de la nécessité de produire, en particulier dans le cas de la démonstration, une certaine dé-transposition des connaissances scolaires.

« L'approche anthropologique » en didactique des mathématiques

L'enquête « anthropologique » sur le régime des organisations de savoir a nécessité des observations *ad hoc*, comme le montrent un certain nombre de travaux. L'étude de Michèle Artaud (1989), dans son DEA sur l'introduction d'enseignements de mathématiques dans le curriculum universitaire, est un essai d'écologie sociale des savoirs d'enseignement qui montre que les producteurs de savoir ne maîtrisent pas plus que les utilisateurs la légitimité des objets d'enseignement : la transposition est un phénomène qui engage les rapports de toute une société aux savoirs jugés dignes d'être enseignés. L'étude de Chevillard et Jullien (1989) sur l'enseignement des fractions au collège compare les institutions d'enseignement anglaise et française pour comprendre les mécanismes qui déterminent la pertinence sociale d'un objet et partant, les formes du savoir d'enseignement de celui-ci. Elle sera le point d'appui pour l'introduction de la notion de rapport institutionnel à un objet. Qui dit *rapport institutionnel* dit *rapports personnels* dépendants de ce dernier et cette distinction permet pour la première fois de décrire certaines questions posées par les phénomènes d'échec scolaire (Chevillard, 1989) et surtout, d'envisager, dans le cadre de la Théorie Anthropologique du Didactique qui s'inaugure ici, l'approche des institutions par l'observation des sujets institutionnels. C'est ce que réalise Mercier (1992 ; 1994) en rapportant des *épisodes biographiques* d'élèves relatifs à l'étude des mathématiques aux conditions de l'institution qui organisa cette étude (leur classe actuelle mais aussi leurs classes antérieures) afin de décrire le système d'enseignement qu'ils ont parcouru comme l'écosystème des savoirs algébriques qu'il leur a été possible, en ce lieu, d'apprendre. Ce faisant, il rencontre des questions posées par la Théorie des Situations Didactiques, qui les aborde inversement en cherchant les conditions nécessaires à un apprentissage visé, et il forge la notion d'*adidacticité* à partir de celle de *situation adidactique* de cette théorie pour décrire les propriétés biographiques observées d'un épisode didactique, pour un élève. Il montre ainsi comment le curriculum algébrique peut être interprété différemment par divers élèves, et comment ces derniers construisent progressivement des *dispositions* particulières à l'étude des mathématiques qui semblent bientôt leurs qualités psychologiques mais sont ici considérées bien plutôt comme des habitus intellectuels.

Dans sa thèse, Artaud (1993 ; 1994) observe les membres d'une institution de recherche en finance où les besoins en mathématiques sont importants sans que cette matière y soit étudiée de manière scolaire. Elle poursuit en observant comment les besoins en mathématiques ont été satisfaits d'une manière collectivement reconnue par un curriculum « moyen » fondé sur « la méthode graphique » de manipulation des relations, qui préservait l'identité épistémologique de l'économie. Mais ces mathématiques-là sont aujourd'hui insuffisantes et deviennent un obstacle à la production de savoirs économiques nouveaux. Pateyron (1995) observe des phénomènes semblables dans l'enseignement professionnel et elle a montré que lors d'une séance de Travaux Pratiques de huit heures, les techniciens ne sortaient pratiquement jamais des organisations de savoir spécifiques de leur territoire, défini par le système des objets qu'ils manipulent plutôt que par les théories physiques, quand bien même ils ne trouveraient pas de réponse à leur problème dans ce cadre de pensée. De même, Coppé (1995) engage l'observation des procédures de vérification conduites lors des devoirs surveillés par des élèves de première scientifique pour mieux identifier la dimension privée du rapport de ces élèves aux objets mathématiques et leurs manières de se préparer à

rendre public leur travail. Elle observe ainsi les moyens de contrôle de leur activité dont ils disposent et rencontre trois niveaux fortement liés : les mathématiques explicitement enseignées, des objets contractuellement pertinents qui semblent protomathématiques comme les cas particuliers d'une figure, et des objets qui ne sont pas des objets de savoir comme la démonstration. Enfin, Bronner (1998) démontre un vide institutionnel relatif aux nombres réels en démontrant la grande variabilité des rapports des professeurs à ces questions, toujours selon la même technique d'étude des institutions par les propriétés de leurs sujets, ce qui caractérise la Théorie Anthropologique du Didactique. Chaachoua (1997), étudie, dans un aller retour entre observation d'élèves et analyse épistémologique, les formes de vie des problèmes de construction dans l'enseignement de la géométrie dans l'espace en comparant l'organisation liée au dessin papier-crayon à celle que propose le logiciel CABRI et l'on peut même rattacher les techniques de l'investigation comparative de Le Thi (1998) à cette méthode, bien que l'étude des rapports personnels y soit principalement statistique.

D'autres en revanche travaillent au plus près des techniques de l'approche institutionnelle proposée par Rajoson (1988), qui se fonde sur la description des relations entre questions et résultats dans un ensemble de savoirs. Ainsi, Assude (1992 et 1993) reprend pour sa part une question du curriculum au collège, et son étude aboutit à montrer le manque de la notion de fonction dans l'écologie nouvelle de la racine carrée, ce qui fragilise cet enseignement observé : l'inachèvement de la transposition didactique est semble-t-il un des motifs de l'implosion du curriculum du collège, identifiée quelque temps auparavant (Chevallard, 1992b). Ces travaux rencontrent ceux de Bronner (1997), qui s'interroge sur les systèmes de nombres enseignés au collège et sur l'absence d'un concept, l'idécimalité (comme l'on dit irrationnalité). Celui-ci permettrait de structurer le curriculum à l'articulation entre collège et lycée – entre dénombrement et mesure – en approchant les difficultés que pose la manipulation des divers systèmes de nombres par les techniques d'obtention de leur écriture décimale et l'observation des propriétés des suites illimitées, lorsque le nombre est idécimal. Praslon (2000) étudie pour sa part les continuités et ruptures dans la transition terminales/DEUG sciences, en comparant les environnements de la notion de dérivée grâce à une grille d'analyse multidimensionnelle qui fait aussi référence à Duval (1995) et Douady (1986). Les problèmes posés par les premiers travaux en ce sens conduiront ainsi à une refonte de certains termes primitifs de la Théorie Anthropologique du Didactique que nous présentons dans la section suivante.

La description des pratiques mathématiques comme praxéologies et des outils manipulés comme ostensifs

L'idée de rapport à un objet de savoir permet de décrire les diverses manières de savoir par les pratiques auxquelles elles donnent lieu et ainsi par exemple, de montrer la naissance d'un objet mathématique dans un texte ou dans une activité. Mais que manipule-t-on au cours de cette activité, quelles formes prend l'objet mathématique présenté d'abord par son nom ? La solution de cette question suppose que soient identifiées deux dimensions indissolublement jointes des objets mathématiques : sémiotique et instrumentale. Et de fait, si l'on considère avec Mauss (1936/1997) que toute technique matérielle et intellectuelle manipule des outils, on peut considérer que tout outil possède ces deux dimensions : observer même fugacement l'emploi d'un outil équivaut, pour l'observateur acculturé, observer l'accomplissement de la technique (acte

traditionnel et efficace) que l'outil supporte. C'est ainsi que Chevallard (1991c) propose de décrire systématiquement les objets mathématiques par leur matérialité. Ce sont d'abord très souvent des gestes (comme « compter sur ses doigts » : les doigts sont les outils) normalisés en techniques (appartenant à une culture : on ne compte pas sur ses doigts de la même manière des deux côtés de la Méditerranée) puis des gestes soutenus par des systèmes matériels (compter avec un abaque ou un boulier) enfin des objets principalement graphiques, mais aussi sonores (un français moderne ne peut pas réussir une multiplication de deux nombres de quatre et trois chiffres sans nommer à voix haute les produits partiels et sans marquer les retenues sur ses doigts). Ces objets matériels de la pratique mathématique sont des *ostensifs* que l'on manipule et qui donnent à voir ce que l'on pense afin de contrôler ce que l'on fait. Bosch, (1994) étudiera certains systèmes d'ostensifs dans le cas des calculs de proportionnalité, et montrera que les types de rapports aux objets de ce domaine se décrivent par des systèmes d'ostensifs et des concepts associés qu'elle nomme *non-ostensifs* parce qu'au sens propre, ils ne se manipulent pas sans être incarnés dans un système matériel (Bosch et Chevallard, 1999).

On trouve là un moyen d'une grande puissance pour décrire les activités mathématiques et bien que plusieurs autres modèles se proposent (Vergnaud, 1987 et 1990 ; Duval, 1995 et 2000 ; Godino et Batanero, 1994) pour rendre compte de phénomènes proches (Keskessa, 1994), des travaux nouveaux s'engagent à sa suite. Mais très vite, il s'avère nécessaire de classer les types de pratiques d'une institution où vivent des savoirs en séparant d'un côté les types de tâches à accomplir et les techniques disponibles à cet effet, et de l'autre les discours associés, technologique et théorique, qui servent soit à justifier les techniques lorsque l'on assiste à un moment du travail mathématique soit à les produire, dans un moment de mathématisation. En décrivant les organisations de savoir comme des *praxéologies* associant en systèmes plus ou moins équilibrés des éléments appartenant à ces quatre dimensions (tâche, technique, technologie, théorie), Chevallard (1992) propose ainsi une troisième version de la théorie, mieux dégagée de sa dimension métaphorique et dont la puissance provient de l'unification des moyens de répondre à plusieurs problèmes en un système conceptuel cohérent dont l'usage ne suppose plus le questionnement épistémologique. Les travaux actuels sur les phénomènes mathématiques liés à la transposition didactique s'appuient donc plus ou moins explicitement sur cette dernière version, dont les concepts sont à l'œuvre dans plusieurs articles de cette livraison. Ainsi, Assude (1996), puis Assude *et coll.* (1997) montrent comment le logiciel de tracé géométrique CABRI permet de travailler de nouveaux problèmes grâce à des procédés de construction comme le symétriseur qui dépassent la règle et le compas, et comment l'existence scolaire de tels problèmes suppose en outre que la manipulation du logiciel soit économique. Artaud (1998) met en forme le problème que pose l'usage de la notion de praxéologie pour la description des savoirs didactiques des professeurs et des élèves engagés dans l'étude des praxéologies mathématiques et Chevallard (1998 et 1999) reprend le problème pour décrire la suite des *types de tâches* qui forment nécessairement, selon lui, le parcours de toute étude de mathématiques : les moments de l'étude.

Les organisations didactiques : les gestes d'enseignement et les pratiques d'étude

Coulange (2000) étudie les contraintes et les espaces de liberté qu'ouvrent les programmes au passage arithmétique algèbre ; elle tente à cet effet

de décrire *a priori* le problème du professeur. Assude *et coll.* (2000) étudient les effets (sur l'activité mathématique des élèves) d'un dispositif d'encouragement à une pratique d'écriture quotidienne de textes mathématiques. Mais on doit surtout noter l'identification du problème posé, au collège et en France, par la manipulation des grandeurs dans les questions de proportionnalité et par l'introduction des grandeurs composées (Chevallard et Bosch, 2000 et 2001), parce que le phénomène que ces auteurs étudient n'a été d'abord observé qu'une fois, dans une classe, comme le motif de l'embarras d'un professeur dans la manipulation au tableau d'un changement d'unités. Cet embarras n'a pu faire sens que dans le cadre de la théorie, parce qu'il provient d'une *détresse technique* (dont l'analyse montre qu'elle est le produit d'un déficit technologique) : ce n'est pas le lieu de les décrire ici, mais le travail théorique de production et de validation de la technologie nécessaire est l'objet de la publication d'un travail transpositif dans la revue *Petit x*, à l'usage des professeurs. Nous retrouvons là les questions que posaient les débats d'un colloque épistolaire (Blanchard-Laville *et alii*, 1996) à une époque où ces chercheurs ne disposaient pas des moyens de poursuivre au delà de l'identification d'un point aveugle de la transposition et de la fonction des erreurs de calcul du professeur que les élèves, au fur et à mesure, corrigent. L'intérêt de l'avancée théorique de Bolea *et alii*, (2001) – qui développent le *programme épistémologique* de Gascon (1998) en montrant que le processus de mathématisation des techniques mathématiques scolaires est fondé sur un processus d'algébrisation de ces techniques par la production d'outils ostensifs nouveaux – tient justement à cette utilité pratique, et l'on peut considérer que la *didactique fondamentale* à laquelle les auteurs en appellent est le retour à la fonction sociale du travail de la noosphère : produire les mathématiques dont les professeurs ont besoin pour enseigner les mathématiques du programme. Ce faisant, ils se rapprochent des travaux anglo-saxons du groupe AMA : Advanced Mathematical Thinking (Tall, 1991 ; Sierpiska, 1994 ; Jaworski, 1994 ; Asiala *et coll.* 1996 ; Nardi, 1999).

Schneider (2001) étudie un projet d'enseignement des limites au Secondaire (AHA) pour décrire l'intrication de praxéologies mathématiques locales qui le constituent et elle montre que leur unification en une organisation globale suppose la gestion d'une forte mémoire didactique (Brousseau et Centeno, 1991) à long terme, que le professeur doit partager avec des élèves engagés dans une étude de deux ans : ils doivent donc développer, tout au long de la suite des exemples étudiés, une attitude réflexive orientée par la question initiale. Le projet ralentit donc fortement la chronogénèse si la topogénèse ne bouge pas. Mais comment agir pour déplacer les lignes du partage topogénétique ? Ce n'est plus seulement une question didactique spécifique de l'analyse mais c'est aussi une question générique dont la réponse montre que l'organisation mathématique proposée a des conditions de vie fort chères et, par conséquent, peu de chances de vivre durablement. C'est d'autant plus dommageable que le concept de limite, qui permet d'unifier un large champ de problèmes, mérite une étude scolaire approfondie. Les questions de Schneider renvoient au travail de Sensevy (1996 et 1998) qui reprend l'approche engagée dans *Pour la didactique* (Chevallard, 1981) afin de mettre en place une organisation didactique dans laquelle l'activité de l'élève serait chronogène. Il met donc à l'étude, dans sa classe de CM2, les fractions : mais il ne pose comme problèmes que certains de ceux que les élèves eux-mêmes formulent dans un *Journal des Fractions* personnel et il ne propose pas de solution en dehors de celles que, lors des séances de travail consacrées aux fractions, les élèves ont rédigées dans leur Journal. Ainsi, c'est l'organisation

didactique qui ouvre le champ à de nouvelles organisations mathématiques, dont l'analyse est cette fois ascendante puisqu'il devient nécessaire, pour conduire un tel enseignement « par les problèmes », que le professeur identifie les questions mathématiques à l'œuvre dans les problèmes des élèves et l'état de la mathématisation où ils sont rendus pour décider des résultats à instituer et des questions pertinentes à mettre à l'étude. Mais cela suppose que l'enseignement se libère du regard permanent sur la légitimité sociale ou savante immédiate des questions abordées : la noosphère doit faire son travail de protection et produire l'opacité nécessaire au fonctionnement heureux de la classe. Nous interprétons le *programme épistémologique* proposé par Gascon (1998) comme un travail didactique remplissant cette fonction noosphérique en donnant les moyens de consolider l'épistémologie de certaines organisations mathématiques scolaires.

Cependant, la question de la description des organisations didactiques n'est pas épuisée par l'identification de leurs lois de fonctionnement relatives à la chronogenèse, à la topogenèse et à la mésogenèse et par l'énoncé de la suite des moments de l'étude (c'est même en cela que l'on peut considérer l'ensemble des concepts correspondants comme formant une théorie : il permet de produire des questions nouvelles qui le dépassent). En particulier, un certain nombre de chercheurs poursuivent l'exploration des formes didactiques existantes afin de mieux comprendre les conditions d'équilibre auxquelles elles satisfont. C'est à cet effet qu'ils cherchent de nouveaux descripteurs du didactique et qu'ils s'engagent dans des travaux comparatistes. À la suite du « colloque épistolaire » (Blanchard-Laville *et alii*, 1996) le travail collectif dont rend compte l'ouvrage édité par Blanchard-Laville (1997) est sans doute le premier moment du développement explicite de techniques d'étude didactique des classes ordinaires liées à une Théorie Anthropologique du Didactique. Schubauer-Leoni et Leutenegger (1997a) y décrivent les questions d'épistémologie que pose le projet tandis que Mercier (1997b) y expose l'analyse ascendante de la transposition qui fonde les interprétations que les différents chercheurs en didactique font des rapports aux objets mathématiques observables (Salin, 1997 ; Schubauer-Leoni et Leutenegger, 1997b ; Sensevy, 1997), parce qu'elle permet d'identifier à la fois les *types de problèmes* que les acteurs sont susceptibles de rencontrer, les *systèmes d'objets* (ostensifs) qu'ils peuvent mobiliser pour l'étude de ces types de problèmes, et les *formes de leur rapport à ces objets* (Salin, 2002). L'analyse ascendante de la transposition – le premier temps de ce que Brousseau nomme l'analyse *a priori* (Mercier et Salin, 1988) – est alors la condition de l'identification et de l'interprétation d'épisodes didactiques dont le sens se rapporte à l'institution où ils se sont produits (Mercier, 1992 ; 1997b et 2002 ; Chevallard et Bosch, 2000 et 2001).

Par ailleurs, les techniques professorales de la manipulation publique des ostensifs sont étudiées par Matheron, (2000 et 2001) qui y identifie des moyens de produire une mémoire collective donnant aux élèves les appuis nécessaires à la mobilisation des pratiques attendues par la situation. Ces techniques d'enseignement sont donc mésogénétiques : elles permettent d'appeler aussi bien des objets mathématiques anciennement étudiés que les objets proto mathématiques associés, deux classes d'objets du milieu des situations. Ce faisant, il permet de rendre compte de la manière dont le texte du savoir peut acquérir pour les élèves une certaine épaisseur et supporter leurs apprentissages : soient qu'ils prennent une position haute et anticipent sur l'évolution des objets qu'ils fréquentent, soit qu'ils prennent une position d'attente et se rattrapent à l'occasion des reconstructions que le professeur

propose, en apprenant « par après-coup ». C'est ainsi – Matheron suit en cela Halbwachs (1925/1994) – que le savoir est produit comme mémoire collective d'une institution, appuyée sur les systèmes d'outils qui appellent les pratiques de ce savoir, les ostensifs.

CONCLUSION

Quelles sont les solidarités entre organisations disciplinaires et formes didactiques ?

Cette question est au fondement du travail didactique et c'est très précisément celle que travaille Brousseau (1980, 1981, 1986 et 1999) lorsqu'il cherche les conditions didactiques qui rendent possible l'apprentissage d'un savoir décrit *a priori* par ses caractères épistémologiques. Brousseau montre en effet que l'épistémologie associée à un savoir tient aux situations qui le nécessitent comme réponse à une classe de problèmes : ce qu'il nomme des « situations fondamentales ». La suite des situations adidactiques correspond alors à la suite des dimensions d'un savoir envisagé comme pratique relative à une situation fondamentale (Mercier, 1999a). Mais dans un enseignement ordinaire, on observe plutôt une suite d'épisodes dont l'adidacticité tient au fait qu'un élève au moins doit y faire face à son ignorance et peut le faire en mobilisant par après-coup des savoirs mathématiques ou protomathématiques pertinents. Mercier (1996) montre ainsi comment l'apprentissage peut être produit par la progression du temps didactique (ce qui résout un paradoxe de la théorie anthropologique), mais aussi comment l'enseignant n'a pas le contrôle des différents apprentissages que son enseignement produit. D'autres ont, dans la ligne ouverte par Brousseau, identifié certaines techniques didactiques et leurs effets : Ratsimba-Rajohn (1992) a montré comment la gestion des contradictions entre divers niveaux de connaissance était essentielle à la production de savoirs robustes ; Salin (1997 et 2002) travaille sur les techniques d'une forme didactique qui prévaut actuellement, l'ostension déguisée ; Fluckiger (2000) observe comment il est possible d'ouvrir à l'étude la reprise des connaissances d'un champ conceptuel en proposant aux élèves des problèmes dominants du champ.

Mais ces questions sont nouvelles dans le cadre proposé par la Théorie Anthropologique du Didactique, et les évolutions récentes de cette théorisation sont l'effet des problèmes nouveaux qu'elle se propose d'aborder en se développant à la rencontre de la Théorie des Situations Didactiques. Le programme de travail a été donné il y a plus de dix ans par Chevallard (1989) et les principes de réponse « pratique » ont été posés dans un ouvrage remarquable (Chevallard et alii, 1997) intitulé *Estudiar matematicas, el eslabon perdido entre ensenanza y aprentisatge*. Seulement, si Brousseau a effectivement expérimenté l'ensemble des situations associées aux situations fondamentales relatives aux mathématiques de l'école élémentaire, Bosch et alii proposent une forme *a priori* dont quelques éléments seulement ont été testés. C'est que leur question n'est plus, en fait, « est-il possible d'enseigner cette notion avec toutes les propriétés souhaitées ? » question dont la réponse se suffit d'un exemple, qui a été produit à l'École pour l'observation Jules Michelet, à Talence. La question est devenue : « Comment pourrait-on créer les conditions d'enseignement de cette notion dans un nombre significatif de classes et auprès d'un nombre significatif d'élèves par classe ? » et elle suppose à la fois

le développement du *programme épistémologique* (ou didactique fondamentale) et la connaissance des techniques d'étude disponibles dans la culture d'un groupe social donné. Remarquons au passage que le travail de la deuxième question a nécessairement un effet en retour sur la première. Tel est le sens des travaux qui cherchent à rendre compte du travail d'étude dans les classes ordinaires. Ce que nous appellerons donc *le programme didactique* (ou didactique comparée) a commencé à prendre corps bien avant qu'il ne soit désigné par ce nom. Sensevy, Mercier et Schubauer-Leoni se sont engagés en ce sens en attaquant la question par la description des techniques anthropologiques qui permettent au professeur de déployer son activité d'enseignement (Sensevy et coll., 2000) mais on peut considérer que Brousseau a, en décrivant les trois dialectiques de l'action de la formulation et de la validation qui ont abouti à la Théorie des Situations Didactiques, engagé ce même travail à propos des savoirs, dans le cas des mathématiques : son apport fondateur a ainsi produit ensemble les deux programmes que la Théorie Anthropologique engage à distinguer pour mieux en décrire l'articulation. Aujourd'hui, dans le cadre de la didactique comparée Schubauer-Leoni (1986, 1997 et 1998), Schubauer-Leoni et Leutenegger (1997a et 1997b) ; Mercier (1992, 1995c, 1997b et 1999b), Mercier et coll. (2001 et 2002) ; Raïsky et Caillot (1996) ; Johsua (1996, 1998, 2000 et 2002) ; Sensevy, (1996, 1997, 1998 et 2001), Salin (1997 et 2002) ; Amade-Escot (1998 et 2001) ; Canelas-Trevisi et coll. (1999) ; Leutenegger (1999 et 2000) ; et l'ensemble des auteurs de ce numéro de la *Revue Française de Pédagogie* étudient les propriétés de l'espace-temps didactique de chacun des points de vue des sujets des institutions didactiques, dans et par leurs effets sur les savoirs dont la vie peut y être observée. Ils le font en lien avec les théorisations existantes dans les diverses didactiques mais tout particulièrement – et quand bien même le terme serait devenu un emblème – en lien avec le système théorique développé autour du phénomène central dans la constitution du champ de recherches didactique : la transposition des savoirs en vue de leur étude, un phénomène générique dont l'étude suppose que chaque fois il soit spécifié pour que des phénomènes transpositifs propres à tel ou tel corps de savoirs puissent être construits en retour.

Nous terminerons cette note par l'énoncé du débat qui nous attend, parce que les lieux institutionnels de la recherche sur les programmes complémentaires *épistémologique* et *didactique* sont – surtout en mathématiques – pour l'un, les disciplines-cibles et pour l'autre, les sciences de l'éducation. Les didactiques appartiennent-elles, comme l'affirme Chevillard aujourd'hui (1992a), à des anthropologies des organisations de savoirs principalement situées – comme leur épistémologie ou leur histoire – dans les disciplines cibles et dans ces conditions, la dimension didactique des analyses ne risque-t-elle pas de devenir seconde, avec le retour de l'illusion de la transparence que la première théorisation situait à l'origine de la rupture épistémologique constitutive du champ ? Ou bien la place des didactiques est-elle en sciences de l'éducation – comme sciences des spécifications du didactique par les différents savoirs – ainsi que le demandent Bronckart et Plazaola-Giger (1998) mais dans ces conditions, le risque d'une plus faible dimension épistémologique des analyses peut conduire au retour vers le discours pédagogique prescriptif, quand bien même nous prendrions la position radicale de Sarrazy (2001).

On le voit, c'est bien la position prescriptive qui dans les deux cas signe l'écueil, et c'est une position comparatiste entre programmes qui permet de questionner chacun des types de problématique s'il devenait, ici ou là, hégé-

monique : mais de l'un des points de vue le comparatisme construit « une anthropologie des institutions à savoirs » dont les institutions didactiques sont un cas d'espèce et dans l'autre une « didactique comparée en sciences de l'éducation » dont les didactiques des disciplines cibles sont des spécifications. Les difficultés de la position à laquelle nous arrivons proviennent alors de la multiplicité des appartenances institutionnelles et des nombreux lieux de validation scientifique des travaux dans chacune des didactiques, car ces données ne facilitent pas l'émergence d'une communauté scientifique définissant un même champ de recherches. Une telle communauté est pourtant nécessaire au travail théorique comme à la validation des résultats : les systèmes d'enseignement des savoirs ne sont pas plus l'essentiel du champ des sciences de l'éducation que du champ des mathématiques, de la physique, ou de la littérature, de la sociologie de l'économie ou des psychologies, mais chacune des communautés universitaires et de recherche qui peut prétendre accéder à un aspect du domaine de réalité didactique doit envoyer ses membres intéressés apporter leur contribution à un collectif de pensée développant des règles de validation propres. Faute de ce lieu, les débats qu'ouvre la théorie de la transposition, et en particulier ses évolutions récentes, commencent seulement à prendre corps ; j'entends, les débats scientifiques internes au champ des didactiques (en voie de constitution en sciences de l'éducation mais encore en gestation en anthropologie), car le débat sur la scientificité d'un domaine de savoirs et sur l'intérêt d'une science du didactique – en particulier, une science de ce domaine de réalité qu'est le système d'enseignement – appartient au corps social tout entier.

Alain Mercier
INRP / CIRADE

NOTE

(1) Cette note de synthèse ne traite que du cas des mathématiques, mais elle est instruite des nombreuses reprises de la notion dans d'autres didactiques, qui permettent d'en dessiner plus nettement les conditions d'usage efficaces. Je remercie les chercheurs en didactique de différentes disciplines de mon laboratoire (CIRADE, EA 848), Jean-Paul

Bronckart, dont j'ai beaucoup appris en partageant avec lui un enseignement sur ce sujet à l'Université du Tessin, les auteurs de ce numéro, qui m'ont facilité l'accès aux débats sur la transposition développés dans les didactiques de leurs disciplines cibles, et les responsables du fonds documentaire de l'INRP.

BIBLIOGRAPHIE

- AMADE-ESCOT C. (1998). – **L'enseignant d'éducation physique et sportive dans les interactions didactiques. Itinéraire de recherche.** Note de synthèse pour l'Habilitation à diriger des recherches. Toulouse : Université Paul Sabatier.
- AMADE-ESCOT C., MARSENACH J. (1995). – **Didactique de l'éducation physique et sportive, questions théoriques et méthodologiques.** Grenoble ; Paris : La Pensée sauvage ; INRP.
- ANNOOT E. (2001). – Le tutorat ou « le temps suspendu ». **Revue des Sciences de l'Éducation**, XXVII.2, p. 383-402.
- ANTIBI A., BROUSSEAU G. (2000). – La dé-transposition de connaissances scolaires. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 20.1, p. 7-40.
- ARSAC G. et coll. (1989). – **La transposition didactique en mathématiques, en physique, en biologie.** Lyon : IREM de Lyon et LIRDDS.
- ARSAC G. (1992). – L'évolution d'une théorie en didactique : l'exemple de la transposition didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 12.1, p. 7-32.
- ARSAC G. et alii (eds.) (1994). – **La transposition didactique à l'épreuve.** Grenoble : La Pensée Sauvage.
- ARSAC G. (1999). – Variations et variables de la démonstration géométrique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 19.3, p. 357-390.
- ARTAUD M. (1993). – **La mathématisation en économie comme problème didactique, une étude exploratoire.** Thèse de l'université Aix-Marseille II.

- ARTAUD M. (1994). – Un nouveau terrain pour la didactique des mathématiques : la mathématisation en économie. *In* M. Artigue *et coll.*, **Vingt ans de didactique des mathématiques en France**. Grenoble : La Pensée Sauvage, p. 298-304.
- ARTAUD M. (1997). – La question de l'écologie des mathématiques dans l'enseignement secondaire. Enseignements d'une étude de didactique historique. **Séminaires 1997 Didactiques et technologie cognitives en mathématiques**. Grenoble : IMAG.
- ARTAUD M. (1998). – Introduction à l'approche écologique du didactique. L'écologie des organisations mathématiques et didactiques. **Actes de la IX^e Ecole d'été de didactique des mathématiques**. Caen : ARDM, p. 101-139.
- ARTIGUE M. (1990). – Epistémologie et didactique. **Recherches en didactique des mathématiques**, 10.2-3, p. 241-286.
- ARTIGUE M. (1996). – Réformes et contre-réformes dans l'enseignement de l'analyse au Lycée (1902-1994). *In* B. Belhoste *et coll.* (dir.), **Les sciences au Lycée. Un siècle de réformes des mathématiques et de la physique en France et à l'étranger**. Paris : INRP ; Vuibert.
- ASIALA *et coll.* (1996). – A Framework for Research and Curriculum Development *in* Undergraduate Mathematics Education. **Research in Collegiate Mathematics Education II**, p. 1-32.
- ASSUDE T. (1992). – **Un phénomène d'arrêt de la transposition didactique. Écologie de l'objet « racine carrée » et analyse du curriculum**. Thèse de l'université Joseph Fourier, Grenoble.
- ASSUDE T. (1993). – Écologie de l'objet « racine carrée » et analyse du curriculum. **Petit x**, n° 35, p. 43-58.
- ASSUDE T. (1996). De l'écologie et de l'économie d'un système didactique : une étude de cas. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 16.1, p. 47-70.
- ASSUDE T. *et coll.* (1997). – De l'économie et de l'écologie du travail avec le logiciel Cabri-Géomètre. **Petit x**, 44, p. 53-79.
- AUDIGIER F. (ed.) (1988). – **Actes du colloque Savoirs enseignés et savoirs savants**. Paris : INRP.
- BEHAJ A., ARSAC G. (1998). – La conception d'un cours d'algèbre linéaire. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 18.3, p. 333-370.
- BEITONE A., LEGARDEZ A. (1995). – Enseigner les sciences économiques : pour une approche didactique. **Revue Française de Pédagogie**, n° 112, p. 33-45.
- BERTHELOT R., SALIN M.-H. (1992). – **L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans l'enseignement obligatoire**. Thèse de l'université Bordeaux I.
- BESSOT A., MERCIER A. (1991). – La dynamique institutionnelle : chronogenèse et évolution du rapport institutionnel. Travaux Dirigés liés au cours d'Yves Chevallard, **Actes de la VI^e Ecole d'Été de didactique des mathématiques**, Rennes, I.M.R., et Nantes, I.R.E.S.T.E., p. 169-173.
- BIREBENT A. (1997). – Cohabitation entre le calcul numérique et la calculatrice, le point de vue du contrat didactique. **Petit x**, 44, p. 5-32.
- BITTAR M. (1997). – Les vecteurs dans l'enseignement secondaire. **Séminaires 1997 Didactiques et technologie cognitives en mathématiques**. Grenoble : IMAG.
- BLANCHARD-LAVILLE *et coll.* (dir.) (1996). – **Regards croisés sur le didactique : un colloque épistolaire**. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- BLANCHARD-LAVILLE (dir.) (1997). – **Variations sur une leçon de mathématiques à l'école élémentaire**. Paris : L'Harmattan.
- BLOCH I. (2000). – **L'enseignement de l'analyse à la charnière lycée/université : savoirs, connaissances et conditions de validation**. Thèse de l'Université Bordeaux I.
- BOLEA P., BOSCH M., GASCON J. (1999). – The rôle of algebraization in the study of a mathematical organization. *In* I. Schwank (ed.), **European Research in Mathematics Education**, I, II, p. 138-148.
- BOLEA P., BOSCH M., GASCON J. (2001). – La transposition didactica de organizaciones matematicas en proceso de algebraizacion : el caso de la proporcionalidad. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 21.3, p. 247-304.
- BOSCH M. (1994). – **La dimension ostensiva en la actividad matematica. El caso de la proporcionalidad**. Thèse de doctorat, Universitat Autònoma de Barcelone.
- BOSCH M., CHEVALLARD Y. (1999). – La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 19.1, p. 77-123.
- BRIAND J. (1993). – **L'énumération dans le mesurage des collections, un dysfonctionnement de la transposition didactique**. Thèse de l'université Bordeaux I.
- BRIAND J. (1999). – Contribution à la réorganisation des savoirs pré-numériques et numériques. Étude et réalisation d'une situation d'enseignement de l'énumération dans le domaine pré-numérique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 19.1, p. 41-76.
- BRONCKART J.-P., SCHNEUWLY B. (1991). – La didactique du Français langue maternelle : l'émergence d'une utopie indispensable. **Éducation et recherche**, 13.1, p. 8-26.
- BRONCKART J.-P., PLAZAOLA-GIGER I. (1998). – La transposition didactique – histoire et perspectives d'une problématique fondatrice. **Pratiques**, 97/98, p. 35-38.
- BRONNER A. (1997). – **Étude didactique des nombres réels, idécimalité et racine carrée**. Thèse de l'université Joseph Fourier, Grenoble.
- BRONNER A. (1998). – Les rapports d'enseignants de Troisième et de Seconde aux objets « nombre réel » et « racine carrée ». **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 17.3, p. 55-80.
- BROUSSEAU G. (1978). – L'observation des activités didactiques. **Revue Française de Pédagogie**, n° 45, p. 130-140.
- BROUSSEAU G. (1980). – Problèmes de l'enseignement des décimaux. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 1.1, p. 11-58.

- BROUSSEAU G. (1981). – Problèmes de didactique des décimaux. **Recherches en Didactique des mathématiques**, 2.1, p. 37-127.
- BROUSSEAU G. (1986). – Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 7.2, p. 33-115.
- BROUSSEAU G. (1999). – **Théorie des situations didactiques, en mathématiques**. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- BROUSSEAU G., CENTENO J. (1991). – Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 11.2/3, p. 167-210.
- BRUN J. (1979). – Pédagogie des mathématiques et psychologie, analyse de quelques rapports. **Cahiers de la section des sciences de l'éducation de l'Université de Genève**, n° 12, p. 1-24.
- BRUN J. (1996). – Evolution du rapport entre la psychologie du développement cognitif et la didactique des mathématiques. In J. Brun (dir.), **Didactique des mathématiques**. Lausanne : Delachaux et Niestlé, p. 19-43.
- CAILLOT M. (2002). – Des didactiques au didactique. In P. Venturini *et alii* (ed.), **Étude des pratiques effectives : l'approche des didactiques**. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- CANELAS-TREVISI et coll. (1999), L'objet enseigné : vers une méthodologie plurielle d'analyse des pratiques d'enseignement en classe. **Repères**, n° 20, p. 143-162.
- CASTELA C. (1995). – Apprendre avec et contre ses connaissances antérieures. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 15.1, p. 7-48.
- CASTELA C. (2000), Un objet de savoir spécifique en jeu dans la résolution de problèmes : le fonctionnement mathématique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 20.3, 331-380.
- CHATEL É. (dir.) (1995). – Transformation des savoirs en sciences économiques et sociales. **Revue française de pédagogie**, n° 112, p. 9-20.
- CHEVALLARD Y. (1978). – Sur la transposition didactique dans l'enseignement de la statistique. In **Didactique de la statistique** (chapitre 6). Notes internes, IREM d'Aix-Marseille et CNAM (Paris).
- CHEVALLARD Y. (1980). – **La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné**. Cours donné à la Première École d'Été de Didactique des Mathématiques, 7-13 juillet. Note interne, IREM d'Aix-Marseille.
- CHEVALLARD Y. (1981). – **Pour la didactique**. Note de travail, IREM d'Aix-Marseille.
- CHEVALLARD Y. (1982). – **Balisage d'un champ de recherche, l'algèbre dans l'enseignement du premier cycle**. Notes pour un cours, II^e Ecole d'Été de Didactique des Mathématiques, Olivet, juillet 1982.
- CHEVALLARD Y. (1984). – L'enseignement de l'algèbre en classe de Quatrième, séquence 3, sous-séquence 2, et commentaires à l'intention du professeur. In Y. Chevallard, F. Conne, **Jalons à propos d'algèbre**. Genève : Interactions didactiques.
- CHEVALLARD Y. (1985a). – **La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné**. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- CHEVALLARD Y. (1985b). – Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au Collège, Première partie, L'évolution de la transposition didactique. **Petit x**, n° 5, p. 51-94.
- CHEVALLARD Y. (1986a). – Esquisse d'une théorie formelle du didactique. In Laborde *et coll.* (ed.), **Actes du Colloque Franco-Allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique**. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- CHEVALLARD Y. (1986b). – Les programmes et la transposition didactique : illusions, contraintes et possibles. **Bulletin de l'APMEP**, n° 352, p. 32-50.
- CHEVALLARD Y. (1986c). – Vers une analyse didactique des faits d'évaluation. In J-M. De Ketele (ed.), **L'évaluation, approche descriptive ou prescriptive ?** Bruxelles : De Boeck, p. 31-59.
- CHEVALLARD Y. (1986d). – Sur la notion de temps didactique. Cours. **Recueil des textes et comptes rendus de la IV^e Ecole d'été de didactique des mathématiques**, 69-93, Paris, IREM et Université Paris 7.
- CHEVALLARD Y. (1987). – La dialectique entre études locales et théorisation : le cas de l'algèbre dans l'enseignement du second degré. In G. Vergnaud *et coll.*, **Didactique et acquisition des connaissances scientifiques**. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- CHEVALLARD Y. (1989a). – Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au Collège, Deuxième partie, La notion de modélisation. **Petit x**, 19, p. 43-75.
- CHEVALLARD Y. (1989b). – Le concept de rapport au savoir, rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel. **Actes du séminaire de didactique**. Grenoble : IMAG, p. 211-235.
- CHEVALLARD Y. (1989c). – **Aspects d'un travail de théorisation de la didactique des mathématiques. Étude du cas de l'algèbre élémentaire**. Note de synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches.
- CHEVALLARD Y. (1989d). – **Arithmétique, algèbre, modélisation**. Marseille : IREM d'Aix-Marseille.
- CHEVALLARD Y. (1990). – Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au Collège : voies d'attaque et problèmes didactiques. **Petit x**, 23, p. 5-38.
- CHEVALLARD Y. (1991a). – **La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné**. Edition augmentée. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- CHEVALLARD Y. (1991b). – Le caractère expérimental de l'activité mathématique. **Petit x**, n° 30, p. 5-15.
- CHEVALLARD Y. (1991c). – Dimension instrumentale, dimension sémiotique de l'activité mathématique. **Actes du Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique**, Grenoble, LSD2-IMAG, p. 103-117.
- CHEVALLARD Y. (1992a). – Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. **Recherches en didactique des mathématiques**, 12.1, p. 73-112.

- CHEVALLARD Y. (1992b). – Une réforme inaccomplie. **La gazette des mathématiciens**, n° 54, p. 17-21.
- CHEVALLARD Y. (1994a). – Nouveaux objets, nouveaux problèmes en didactique des mathématiques. *In* M. Artigue *et coll.*, **Vingt ans de didactique des mathématiques en France**. Grenoble : La Pensée Sauvage, p. 313-320.
- CHEVALLARD Y. (1994b). – Les processus de transposition didactique et leur théorisation. *In* Arsac *et alii* Eds., **La transposition didactique à l'épreuve**. Grenoble : La Pensée Sauvage, p. 83-122.
- CHEVALLARD Y. (1998). – Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. *In* R. Noirfalise (ed.), **Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques. Actes de l'université d'été**. Clermont-Ferrand : IREM.
- CHEVALLARD Y. (1999). – L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 19.2, p. 221-266.
- CHEVALLARD Y., JOHSUA M.-A. (1982). – Un exemple d'analyse de la transposition didactique : la notion de distance. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 3.2, p. 157-239.
- CHEVALLARD Y. *et alii* (1984). – L'enseignement de l'algèbre au Collège ; Problèmes d'ingénierie didactique dans l'enseignement des débuts de l'algèbre ; Le problème des problèmes « concrets » (cours et TDs). **Actes de la Troisième Ecole d'été de didactique des mathématiques**. Grenoble : IMAG.
- CHEVALLARD Y., FELDMAN S. (1986). – **Vers une analyse didactique de l'évaluation**. Marseille : IREM d'Aix-Marseille.
- CHEVALLARD Y., MERCIER A. (1987). – **Sur la formation historique du temps didactique**. Marseille : IREM d'Aix-Marseille.
- CHEVALLARD Y., JULLIEN M. (1989a). – **Sur l'enseignement des fractions au Collège**. Marseille : IREM d'Aix-Marseille.
- CHEVALLARD Y., JULLIEN M. (1991). – Autour de l'enseignement de la géométrie au Collège, première partie, A. et B.. **Petit x**, n° 27, p. 41-76.
- CHEVALLARD Y., BOSCH M., GASCÓN J. (1997). – **Estudiar matemáticas. El eslabon perdido entre enseñanza y aprendizaje**. Barcelona : ICE y Horsori.
- CHEVALLARD Y., BOSCH M. (2000). – Les grandeurs en mathématiques au Collège : Partie I Une Atlantide oubliée. **Petit x**, n° 55, p. 5-32.
- CHEVALLARD Y., BOSCH M. (2001). – Les grandeurs en mathématiques au Collège : Partie II Mathématisations. **Petit x**, n° 59, p. 43-76.
- CHOQUET G. (1955). – Sur l'enseignement de la géométrie élémentaire. **L'enseignement des mathématiques**, I, p. 75-129. Neuchâtel : Delachaux et Niestlé.
- CONNE F. (1981). – **La transposition didactique à travers l'enseignement des mathématiques en première et deuxième année de l'école primaire**. Thèse, Université de Genève, (1986). Lausanne : Couturier-Noverraz.
- CONNE F. (1985). Commentaires, suivis de Un exemple de résolution de problèmes. *In* Y. Chevallard, F. Conne, **Jalons à propos d'algèbre**. Genève : Interactions didactiques.
- COULANGE L. (2000). – Evolution du passage arithmétique-algèbre dans les manuels et les programmes du XX^e siècle. Contraintes et espaces de liberté pour le professeur. **Petit x**, n° 57, p. 61-78.
- DELBOS G., JORION P. (1984, 1990). – **La transmission des savoirs**. Paris : Maison des sciences de l'homme.
- DEVELAY M. (1989). – A propos de la transposition didactique en sciences biologiques. *In* G. Arsac *et coll.*, **La transposition didactique en mathématiques, en physique, en biologie**. Lyon : IREM de Lyon et LIRDDS.
- DOUADY R. (1980). – Approche des nombres réels en situation d'apprentissage scolaire (enfants de 6 à 11 ans). **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 1.1., p. 77-112.
- DOUADY R. (1986). – Jeux de cadres et dialectique outil-objet. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 7.2, p. 5-31.
- DOUADY R., ARTIGUE M. (1986). – La didactique des mathématiques en France, émergence d'un champ scientifique. **Revue Française de Pédagogie**, n° 76, p. 69-88.
- DUMAS-CARRÉ, WEIL-BARAIS (Eds.) (1998). – **Tutelle et médiation dans l'éducation scientifique**. Berne : Peter Lang.
- DURKHEIM É. (1922 ; 1993). – **Education et sociologie**. Paris : PUF.
- DUVAL R. (1995). – **Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissage intellectuel**. Berne : Peter Lang.
- DUVAL R. (2000). – Écriture, raisonnement et découverte de la démonstration en mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 20.2, p. 135-170.
- FAVE-BONNET M.-F., CLERC F. (2001). – Des « Héritiers » aux « nouveaux » étudiants : 35 ans de recherches. **Revue française de pédagogie**, n° 136, p. 9-20.
- FLUCKIGER A. (2000). – **Genèse expérimentale d'une notion mathématique : la notion de division comme modèle des connaissances numériques**. Thèse de doctorat en sciences de l'éducation, Université de Genève.
- FORESTIER J., TIBERGHEN A., SABATIER P. (1995). – La transposition didactique, pivot d'une analyse de situation professionnelle utilisée comme situation d'enseignement. **Didaskalia**, n° 6, p. 72-98.
- FORQUIN J.-C. (1991). – Savoirs scolaires, contraintes didactiques et enjeux sociaux. **Sociologie et société**, III, 1, p. 25-39.
- GINESTIE J. (1999). – **Contribution à la constitution de faits didactiques en éducation technologique**. Note de synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches.
- GLAESER G. (1981). – Épistémologie des nombres relatifs. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 2.3, p. 303-346.

- GLAESER G. (2000). – **Une introduction à la didactique expérimentale des mathématiques**. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- GODINO J.-D., BATANERO M.-C. (1994). – Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 14.3, p. 325-356.
- GRENIER D. (1995). – Savoirs en jeu dans des problèmes de combinatoire. *In* G. Arsac *et coll.*, **Différents types de savoirs et leur articulation**. Grenoble : La Pensée Sauvage, p. 235-251.
- GRENIER D., PAYAN C. (1998). – Spécificités de la preuve et de la modélisation en mathématiques discrètes. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 18.1, p. 59-100.
- HACHE C. (2001). – L'univers mathématique proposé par le professeur en classe. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 21.1/2, p. 81-99.
- HALBWACHS M. (1925). – **Les cadres sociaux de la mémoire**. Réédition 1994. Paris : Albin Michel.
- HENRY M. (1997). – Les premiers apprentissages en géométrie et en probabilités, des processus de modélisation comparables. **Séminaires 1997 Didactiques et technologie cognitives en mathématiques**. Grenoble : IMAG.
- HULIN M. (1988). – Contribution aux travaux du groupe de réflexion sur l'enseignement scientifique des sociétés savantes et associations scientifiques. **Bulletin de la SFP**, n° 70, p. 22.
- HUSTI A. (1992). – Le temps, une variable de la demande pédagogique. **Temporalistes**, n° 21.
- INSPECTION (2002), <http://www.edunet.tn/ressources/resdisc/reseaumaths/Inspect/didac.htm>
- IREM de LORRAINE (2001). – La transposition didactique. *In* **Didactiques** (IREM de Lorraine).
- JAWORSKI B. (1994). – **Investigating Mathematics Teaching : a Constructivist Enquiry**. London : The Falmer Press.
- JOHSUA S. (1985). – **Contribution à la délimitation du contraint et le possible dans l'enseignement de la physique. Essai de didactique expérimentale**. Thèse d'État.
- JOHSUA S. (1990). – Les contraintes didactiques et l'appropriation du nouveau : un exemple en physique. **Interactions didactiques**, 12, p. 89-98.
- JOHSUA S. (1994). – Approche critique des finalités de l'enseignement des sciences physiques. **Skhôle**, n° 6, p. 89-104.
- JOHSUA S. (1996). – Le concept de transposition n'est-il propre qu'aux mathématiques ? *In* C. Raisy, M. Caillot (Eds.), **Au delà des didactiques, le didactique. Débats autour de concepts fédérateurs**. Paris, Bruxelles : De Boeck.
- JOHSUA S. (1998). – Des « savoirs » et de leur étude : vers un cadre de réflexion pour l'approche didactique. **L'année de la recherche en sciences de l'éducation 1999**. Paris : PUF.
- JOSHUA S. (2000). – L'enseignant comme directeur d'étude. **Revue Internationale d'éducation**, n° 25, p. 75-82.
- JOSHUA S. (2002). – Spécificités disciplinaires, spécificités didactiques : vers une didactique comparée. *In* P. Venturini *et alii*, (ed.), **Étude des pratiques effectives : l'approche des didactiques**. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- JOSHUA M.A., JOSHUA S. (1989). – Les fonctions didactiques de l'expérimental dans l'enseignement scientifique (1^{re} partie). **Recherches en Didactique des mathématiques**, 8.3, p. 231-266.
- JOSHUA M.A., JOSHUA S. (1989). – Les fonctions didactiques de l'expérimental dans l'enseignement scientifique (2^e partie). **Recherches en Didactique des mathématiques**, 9.1, p. 5-30.
- JOHSUA S., DUPIN J.-J. (1992). – Démarches de modélisation et interactions sociales en classe : un exemple en physique. *In* Garnier *et coll.*, Eds., **Après Vygotsky et Piaget**. Bruxelles : De Boeck, p. 69-84.
- JOHSUA S., DUPIN J.-J. (1993). – **Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques**, Collection Premier Cycle. Paris : Presses Universitaires de France, 422 p.
- KAHANE J.-P. (1994). – Mathématiques et formation. **Le Journal de Maths des élèves de l'école normale supérieure de Lyon**, 1.2.
- KAHANE J.-P. (1996). – Les mathématiques, hier et demain. *In* B. Belhoste *et coll.* (dir.), **Les sciences au Lycée. Un siècle de réformes des mathématiques et de la physique en France et à l'étranger**. Paris : INRP et Vuibert.
- KESKESSA B. (1994). – Preuve et plans de signification : une hypothèse. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 14.3, p. 357-392.
- LABORDE C., CAPPONI B (1994). – Cabri géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. **Recherches en didactique des mathématiques 14.1/2**, 167-209.
- LAI S. (2001), Obstacle épistémologique et transposition didactique en astronomie. *In* J.-L. Dorier Ed., **Actes de la XII^e Ecole d'été de didactique des mathématiques**, 12 p.
- LATOUR B. (1991). – Transférer les projets dans la réalité. *In* D. Chevallier (dir.), **Savoir faire et pouvoir transmettre**. Paris : Maison des Sciences de l'homme, p. 151-165.
- LEUTENEGGER F. (1999). – **Contribution à la théorisation d'une clinique pour le didactique. Trois études de cas en didactique des mathématiques**. Thèse de doctorat, Université de Genève.
- LEUTENEGGER F. (2000). – Construction d'une « clinique » pour le didactique. Une étude des phénomènes temporels de l'enseignement. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 20.2, p. 209-250.
- LEBESGUE H. (1931). – La mesure des grandeurs. **L'Enseignement Mathématique**, 31 à 35. Réédité en un volume, (1975). Paris : Blanchard.
- LE THI H.-C. (1997). – Etude du rapport à l'objet vecteur d'enseignants de première année de Lycée au Viet-Nam et en France. **Séminaires 1997 Didactiques et technologie cognitives en mathématiques**. Grenoble : IMAG.

- LE THI H.-C. (1998), Une étude institutionnelle sur l'enseignement des vecteurs au niveau secondaire au Viêt Nam et en France. **Petit x**, 46, 19-52.
- MARGOLINAS C. (1994). – Double analyse d'un épisode : cercle épistémologique et structuration du milieu. *In Artigue et coll.* Eds., **Vingt ans de didactique des mathématiques en France**. Grenoble : La Pensée Sauvage, p. 251-257.
- MARGOLINAS C. (1999). – Les pratiques de l'enseignant : une étude de didactique des mathématiques, recherche de synthèse et perspectives. *In Bailleul et coll.*, Eds., **Actes de la X^e Ecole d'été de didactique des mathématiques**. Orléans : ARDM, p. 10-33.
- MARSENACH J. et coll. (1991). – **Education physique et sportive, quel enseignement ?** Paris : INRP.
- MARTINAND J.-L. (1984). – La référence. et le possible dans les activités scientifiques scolaires. *In Recherches en didactique de la physique*, Actes du premier Atelier International. Paris : Ed. du CNRS, p. 7-24.
- MARTINAND J.-L. (1989). – Questions actuelles de la didactique des sciences. *In Giordan et coll.* (dir.), **Psychologie génétique et didactique des sciences**. Berne, Paris : Peter Lang.
- MASCHIETTO M. (2001). – Fonctionnalités des représentations graphiques dans la résolution de problèmes d'analyse à l'université. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 21.1/2, p. 123-156.
- MATHDI (2002). – <http://www.emis.de/MATH/DI>
- MATHERON Y. (1993). – Les répercussions des changements de programme entre 1964 et 1989 sur l'enseignement du théorème de Thalès. **Petit x**, n° 34, p. 59-86.
- MATHERON Y. (1994). – **De la proportionnalité vers le théorème de Thalès, point d'appui et évolution du rapport au savoir**. Mémoire de DEA de Sciences de l'Education, Université de Provence.
- MATHERON Y. (2000). – **Une étude didactique de la mémoire dans l'enseignement des mathématiques au Collège et au Lycée. Quelques exemples**. Thèse de l'Université de Provence.
- MATHERON Y. (2001). – Une modélisation pour l'étude didactique de la mémoire. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 21.3, p. 207-246.
- MAUSS M. (1936). – Les techniques du corps. **Journal de psychologie**, XXXII.3/4. *In* M. Mauss (1997), **Sociologie et anthropologie**. Paris : PUF, p. 365-386.
- MERCIER A. (1978). – **Les opérateurs-machine à l'Ecole élémentaire**. D.E.A., Université de Bordeaux.
- MERCIER A. (1982). – Le temps des systèmes didactiques. Séminaire, **Actes de la II^e Ecole d'été de Didactique des Mathématiques**, Orléans, IREM d'Orléans.
- MERCIER A. (1992). – **L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement. Un cas en calcul algébrique**. Thèse de l'Université Bordeaux I.
- MERCIER A. (1995a). – La biographie didactique d'un élève et les contraintes temporelles de l'enseignement. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 15.1, p. 97-142.
- MERCIER A. (1995b). – L'algébrique, une dimension fondatrice des pratiques mathématiques scolaires. *In* R. Noirfalise, M.-J. Perrin-Glorian (eds.), **Actes de la VIII^e Ecole d'été de didactique des mathématiques**. Clermont-Ferrand : IREM, p. 345-360.
- MERCIER A. (1995c). – Le traitement public d'éléments privés du rapport des élèves aux objets de savoir mathématiques. *In* G. Arsac et coll., **Différents types de savoirs et leur articulation**. Grenoble : La Pensée Sauvage, p. 34-79.
- MERCIER A. (1996). – La création d'ignorance, condition de l'apprentissage. **Revue des Sciences de l'Éducation**, XXII.2, p. 345-364.
- MERCIER A. (1997a). – Le milieu et la dimension adidactique des relations didactiques. *In* J. Brun et coll. (eds), **Analyse de protocoles entre didactique des mathématiques et psychologie cognitive**. Genève : Interactions Didactiques, p. 5-23.
- MERCIER A. (1997b). – La relation didactique et ses effets. 1. La transposition didactique. *In* C. Blanchard-Laville (ed.), **Variations sur une leçon de mathématiques à l'école élémentaire, l'écriture des grands nombres**. Paris : L'Harmattan.
- MERCIER A. (1999a). – **Sur l'espace temps didactique. Etudes du didactique, en sciences de l'éducation**. Note de synthèse pour l'Habilitation à diriger des recherches. Université de Provence.
- MERCIER A. (1999b). – La participation des élèves à l'enseignement. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 18.3, p. 279-310.
- MERCIER A. (2002). – L'observation du travail des élèves : quels en sont les objets élémentaires et comment peut-on les produire ? *In* P. Venturini et alii (ed.), **Étude des pratiques effectives : l'approche des didactiques**. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- MERCIER A. (2001). – Descartes : le temps de la construction du savoir. **L'Ouvert**, n° 104, p. 14-24.
- MERCIER A., SALIN M.-H. (1988). – L'analyse a priori, outil pour l'observation. Atelier, **Actes de l'Université d'été « Didactique et formation des maîtres à l'École Élémentaire »**. Bordeaux : IREM de Bordeaux, p. 203-244.
- MERCIER A., TONNELLE J. (1992). – Autour de l'enseignement de la géométrie au Collège, deuxième partie, C. Vers une étude rationnelle de l'espace et des objets de l'espace. **Petit x**, n° 29, p. 15-56.
- MERCIER A., TONNELLE J. (1993). – Autour de l'enseignement de la géométrie au Collège, troisième partie, D. Premières études de questions d'enseignement. **Petit x**, n° 33, p. 5-35.
- MERCIER A. et coll. (2001). – Conclusion : Des outils et techniques d'enseignement aux théories didactiques. *In* A. Mercier et alii, dir., **Le génie didactique. Usages et mésusages des théories de l'enseignement**. Bruxelles : De Boeck, p. 233-249.
- MERCIER A. et coll. (2002). – Routines et régulations dans les pratiques du professeur, le travail des mémoires. *In* J.-L. Dorier (ed.), **Actes de la XII^e Ecole d'été de didactique des mathématiques**, Grenoble : IMAG.

- MOSCONI N. (1990). – La femme savante. Figure de l'idéologie sexiste dans l'histoire de l'éducation. **Revue française de pédagogie**, n° 93, p. 27-40.
- NARDI E. (1999). – Towards a Calculus as an « arsenal of techniques » : cognitive and pedagogical issues. In T. Assude, B. Grugeon (eds.), **Actes du Séminaire National de didactique des mathématiques, année 2000**. Paris : ARDM et IREM Paris VII.
- ORUS-BAGUENA P. (1992). – **Le raisonnement des élèves dans la relation didactique : effets d'une initiation à l'analyse classificatoire dans la scolarité obligatoire**. Thèse de l'université Bordeaux I.
- PASCAL D. (1980). – **Le problème du zéro, l'économie de l'échec dans la classe et la production de l'erreur**. DEA, Universités de Bordeaux I et Aix-Marseille II.
- PATEYRON B. (1995). – La notion de territoire : analyse des savoirs mis en jeu au sein d'une activité de TP à caractère industriel. In G. Arsac et coll., **Différents types de savoirs et leur articulation**. Grenoble : La Pensée Sauvage, p. 34-79.
- PECHEUX M. (1975). – **Les vérités de La Palice**. Paris : Maspero.
- PERRENOUD P. (1998). – La transposition didactique à partir des pratiques : des savoirs aux compétences. **Revue des Sciences de l'Education**, XXIV.3, p. 487-514.
- PERES J. (1984). – **Utilisation d'une théorie des situations en vue de l'identification des phénomènes didactiques au cours d'une activité d'apprentissage scolaire. Construction d'un code de désignation d'objets à l'école maternelle**. Thèse. Université Bordeaux I.
- PERRET-CLERMONT A.-N., BRUN J., CONNE F., SCHUBAUER-LEONI M.-L. (1982). – Décontextualisation et recontextualisation du savoir dans l'enseignement des mathématiques à de jeunes élèves. **Interactions Didactiques 1**. Genève : FAPSE et Neuchâtel : Faculté des Lettres.
- PERRIN-GLORIAN M.-J. (1990). – L'aire et la mesure. **Petit x**, n° 24, p. 5-36.
- PERRIN-GLORIAN M.-J. (1990). – **Aires de surfaces planes et nombres décimaux. Questions didactiques liées aux élèves en difficultés aux niveaux CM2-6^e**. Thèse d'État.
- PERRIN-GLORIAN M.-J. (1999). – Problèmes d'articulation de cadres théoriques : l'exemple du concept de milieu. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 19.3, p. 279-322.
- PETITJEAN J. (ed.) (1998). – La transposition didactique en français. **Pratiques**, n° spécial, p. 97-98.
- PIERRISNARD, (2002). – **Conceptualisation des aspects temporels chez l'enfant en situation d'apprentissage scolaire**. Thèse de l'Université Paris V.
- PRASLON D. (2000). – Continuités et ruptures dans la transition Terminales / DEUG sciences en analyse, le cas de la notion de dérivée et son environnement. In T. Assude, B. Grugeon (eds.), **Actes du Séminaire National de didactique des mathématiques, année 2000**. Paris : ARDM et IREM Paris VII.
- PUBLIMATH (2002). – <http://publimath.irem.univ-mrs.fr/biblio>
- RAISKY C. (1996). – Doit-on en finir avec la transposition didactique ? In C. Raisky, M. Caillot (eds.), **Au-delà des didactiques, le didactique. Débats autour de concepts fédérateurs**. Paris, Bruxelles : De Boeck.
- RAISKY C., CAILLOT M. (eds.) (1996). – **Au-delà des didactiques, le didactique. Débats autour de concepts fédérateurs**. Paris, Bruxelles : De Boeck.
- RAJOSON L. (1988). – **Analyser la transposition didactique : quelques problèmes, concepts et méthodes de l'abord écologique**. Thèse de troisième cycle, Université d'Aix Marseille II.
- RATSIMBA-RAJOHN H. (1982). – Éléments d'étude de deux méthodes de mesure rationnelle. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 3.1, p. 65-113.
- RATSIMBA-RAJOHN H. (1992). – **Contribution à l'étude de la hiérarchie implicite. Application à l'analyse de la gestion didactique des phénomènes d'ostension et de contradictions**. Thèse de l'Université Rennes I.
- REVUZ A. (1976). – Stratégies pour une approche de Z. **Educational Studies in Mathematics**, n° 7, p. 113-120.
- ROBERT A. (1983). – L'acquisition de la notion de convergence des suites numériques dans l'enseignement supérieur. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 3.3, p. 305-341.
- ROBERT A. (1992). – Projets longs et ingénieries pour l'enseignement universitaire : questions de problématique et de méthodologie. Un exemple : un enseignement annuel de licence en formation continue. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 12.2-3, p. 181-220.
- ROBERT A. (2001). – Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 21.1/2, p. 57-80.
- ROBERT A., TENAUD I. (1989). – Une expérience d'enseignement de la géométrie en Terminale C. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 9.1, p. 31-70.
- ROBERT A., ROBINET J. (1996). – Prise en compte du méta en didactique des mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 16.2, p. 145-176.
- ROBERT A., ROBINET J. (1998). – Informations supplémentaires pour une lecture sans contresens de l'article de B. Sarrazy intitulé « Sens et situations : une mise en question des stratégies méta cognitives en mathématiques ». **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 18.1, p. 101-102.
- ROGALSKI M. (1991). – Un enseignement d'algèbre linéaire en DEUG A Première année. **Cahiers de didactique des mathématiques**, n° 11, Paris : IREM Paris VII.
- ROGALSKI M. (1999). – Analyse épistémologique et didactique de connaissances à enseigner au Lycée et à l'université : trois cours de la 9^e Ecole d'été de didactique des mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 18.2, p. 135-138.

- ROGALSKI J., SAMURCAY R. (1994). – Modélisation d'un « savoir de référence » et transposition didactique dans la formation de professionnels de haut niveau. *In* G. Arsac et coll. **La transposition didactique à l'épreuve**. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- ROUCHIER A. (1991). – **Étude de la conceptualisation dans le système didactique en mathématiques et informatique élémentaires : proportionnalité, structures itéro-récurrentes, institutionnalisation**. Thèse d'État.
- SALIN M.-H. (1997). Contraintes de la situation didactique et décisions de l'enseignante. *In* C. Blanchard-Laville (ed.), **Variations sur une leçon de mathématiques à l'école élémentaire, l'écriture des grands nombres**. Paris : L'Harmattan.
- SALIN M.-H. (2002). – Les pratiques ostensives dans l'enseignement des mathématiques comme objet d'analyse du travail du professeur. *In* P. Venturini et alii (ed.), **Étude des pratiques effectives : l'approche des didactiques**. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- SALTIEL É. (1978). – **Concepts cinématiques et raisonnements naturels : étude de la compréhension des changements de référentiels galiléens par les étudiants en sciences**. Thèse d'État, Université Paris VII.
- SARRAZY B. (1997). – Sens et situations : une mise en question de l'enseignement des stratégies métacognitives en mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 17.2, p. 135-166.
- SARRAZY B. (2001). – Didactique et enseignement des mathématiques. L'enjeu de leurs rapports pour la formation des professeurs. *In* Mercier et alii, (eds.), **Le génie didactique. Usages et mésusages des théories de l'enseignement**. Bruxelles : De Boeck Université.
- SCHNEIDER M. (1991). – Un obstacle épistémologique soulevé par des « découpages infinis » des surfaces et des solides. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 11.2/3, p. 241-294.
- SCHNEIDER M. (2001a). – Praxéologies didactiques et praxéologies mathématiques. A propos d'un enseignement des limites au secondaire. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 21.1/2, p. 7-56.
- SCHNEIDER M. (2001b). – Un exemple d'ingénierie didactique relative à l'analyse mathématique, passée au crible de concepts de la didactique. *In* Mercier et alii, (eds.), **Le génie didactique. Usages et mésusages des théories de l'enseignement**. Bruxelles : De Boeck Université.
- SCHNEIDER O. (1978). – **Le passage des équations numériques aux équations paramétriques en classe de Seconde**. DEA, Universités d'Aix-Marseille et de Bordeaux.
- SCHNEUWLY B. (1995). – De l'utilité de la « transposition didactique ». *In* J.-L. Chiss et alii, (dir.), **Didactique du français, état d'une discipline**. Paris : Nathan.
- SCHUBAUER-LEONI M.-L. (1986). – **Maître-élève-savoir : analyse psychosociale du jeu et des enjeux de la relation didactique**. Thèse de doctorat en sciences de l'éducation, Université de Genève.
- SCHUBAUER-LEONI M.-L. (1997). – Interactions didactiques et interactions sociales : quels phénomènes et quelles constructions conceptuelles ? **Skhôle**, n° 7.
- SCHUBAUER-LEONI M.-L. (1998, 2001). – Les sciences didactiques parmi les sciences de l'éducation. L'étude du projet scientifique de la didactique des mathématiques. *In* R. Hofstetter, B. Schneuwly (eds.), **Le pari des sciences de l'éducation**. Bruxelles : De Boeck.
- SCHUBAUER-LEONI M.-L., PERRET-CLERMONT A.-N. (1980). – Interactions sociales et représentations symboliques dans le cadre de problèmes additifs, quelques données expérimentales. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 1.3 ; p. 297-350.
- SCHUBAUER-LEONI M.-L., LEUTENEGGER F. (1997a). – Le travail de recherche sur la leçon, mise en perspective épistémologique. *In* C. Blanchard-Laville (ed.), **Variations sur une leçon de mathématiques à l'école élémentaire, l'écriture des grands nombres**. Paris : L'Harmattan.
- SCHUBAUER-LEONI M.-L., LEUTENEGGER F. (1997b). – L'enseignante, constructrice et gestionnaire de la séquence. *In* C. Blanchard-Laville Ed., **Variations sur une leçon de mathématiques à l'école élémentaire, l'écriture des grands nombres**. Paris : L'Harmattan.
- SCHUBAUER-LEONI M.-L. (1997c). – Entre théories du sujet et théories des conditions de possibilité du didactique : quel « cognitif » ? **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 17.1, p. 7-26.
- SENSEVY G. (1996). – Le temps didactique et la durée de l'élève. Etude d'un cas au Cours Moyen : le *Journal des fractions*. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 16.1, p. 7-46.
- SENSEVY G. (1997). – Désirs, institutions, savoirs. *In* C. Blanchard-Laville (ed.), **Variations sur une leçon de mathématiques à l'école élémentaire, l'écriture des grands nombres**. Paris : L'Harmattan.
- SENSEVY G. (1998). – **Institutions didactiques, étude et autonomie à l'école élémentaire**. Paris : PUF.
- SENSEVY G. (2001). – Modèles de l'action du professeur : nécessités, difficultés. *In* A. Mercier et alii, (dir.), **Le génie didactique. Usages et mésusages des théories de l'enseignement**. Bruxelles : De Boeck, p. 209-232.
- SENSEVY G., MERCIER A., SCHUBAUER-LEONI M.-L. (2000). – Vers un modèle de l'action didactique du professeur. A propos de la course à 20. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 20.3, p. 263-304.
- SIERPINSKA A. (1994). – **Understanding in mathematics**. London : The Falmer Press.
- SUDOC (2002). – <http://www.sudoc.abes.fr>
- SUE R. (1993). – La sociologie des temps sociaux, une voie de recherche en éducation. **Revue française de pédagogie**, n° 104, p. 61-72.
- TALL D. (1991). – **Advanced Mathematical Thinking**. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.
- TAVIGNOT P. (1993). – Analyse du processus de transposition didactique. Application à la symétrie orthogonale en sixième lors de la réforme de 1985. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 13.3, p. 257-294.

- TERRISSE A., LÉZIART Y. (1997). – L'émergence d'une notion : la transposition didactique. Entretiens avec Michel Verret. **Les sciences de l'éducation pour l'ère nouvelle**, n° 3, p. 5-25.
- TIBERGHIEU A. (1985). – Quelques éléments sur l'évolution de la recherche en didactique de la physique. **Revue française de pédagogie**, n° 72, p. 71-86.
- TIBERGHIEU A. (1989a). – Transposition didactique – cas de la physique. *In* G. Arsac *et coll.*, **La transposition didactique en mathématiques, en physique, en biologie**. Lyon : IREM de Lyon et LIRDD.
- TIBERGHIEU A. (1989b). – Difficultés dans l'apprentissage de la physique : la structuration du monde matériel en physique et dans la vie quotidienne. *In* N. Bednarz et C. Garnier (eds.), **Construction des savoirs**. Ottawa : CIRADE, Editions d'agence d'ARC, p. 228-239.
- TIBERGHIEU A. (2000). – Designing teaching situations in the secondary school. *In* R. Millar, J. Leach and J. Osborne (Eds.), **Improving science education : the contribution of research**. Buckingham UK : Open University Press, p. 27-47.
- TONNELLE J. (1979). – **Le monde clos de la factorisation au premier cycle**. DEA, Universités de Bordeaux I et d'Aix-Marseille II.
- VASQUEZ A. (1988). – Le modelage social du temps. L'institution scolaire et les élèves d'origine étrangère. *In* D. Mercure, A. Wallemacq (eds.), **Les temps sociaux**. Bruxelles : De Boeck.
- VECK B. (1989). – Un concept pour l'analyse didactique des objets d'enseignement en Français : la transposition. **Revue française de pédagogie**, n° 89, p. 47-54.
- VERGNAUD G. (1987). – Les fonctions de l'action et de la symbolisation dans la formation des connaissances chez l'enfant. *In* J. Piaget *et coll.* (eds.), **Psychologie**. Paris : Encyclopédie de la Pléiade, Gallimard, p. 821-844.
- VERGNAUD G. (1990). – La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 10.2/3, p. 133-170.
- VERRET M. (1975). – **Le temps des études**. Thèse d'état, Université de Paris V, Paris : Librairie Honoré Champion.
- VIENNOT L. (1978). – **Le raisonnement spontané en dynamique élémentaire**. Thèse d'État, Université Paris VII. (1979). Paris : Hermann.
- VIENNOT L. (1993). – Temps et causalité dans les raisonnements des étudiants. **Didaskalia**, n° 1, p. 13-27.
- WARFIELD V. (1996). – **Teaching Calculus by scientific debate as an application of Didactique**. Electronic issue www.math.washington.edu.
- WEIL-BARAI A. (1993). – **L'homme cognitif**. Paris : PUF.
- WITTGENSTEIN L. (1976). – **De la certitude**. Paris : Gallimard.

