

DE L'ÂGE DU CAPITAINE A L'ÂGE DU BERGER

**Quel contrôle de la validité
d'un énoncé de problème
au CE2 ?**

par Rémi BRISSIAUD

Pour étudier la résolution des problèmes arithmétiques à l'école primaire, certains chercheurs ont confronté les enfants avec des problèmes insolubles. Une étude célèbre, intitulée « Quel est l'âge du capitaine ? » concernait des élèves de CE-CM, et a été menée par des enseignants de l'IREM de Grenoble (1980). Une autre, qui s'adressait à des enfants plus jeunes (cours préparatoire), est l'œuvre de psychologues de l'Université de Louvain. Dans les deux cas les enfants ne se montrent guère performants mais, et c'est ce qui nous intéresse ici, les interprétations qui sont faites de ces mauvais résultats sont très différentes : dans un cas (CE-CM), c'est l'enseignement qui est mis en cause, alors que dans l'autre cas, l'explication avancée est que les enfants de CP ont encore peu de connaissances concernant la structure d'un énoncé de problème bien formé.

Après avoir confronté ces deux interprétations, nous décrivons une expérience dont les résultats amènent à reconsidérer l'interprétation faite au niveau du cours élémentaire.

I. - INTRODUCTION

La tâche où des enfants sont confrontés à un problème insoluble, n'a guère été étudiée jusqu'à présent. De plus, deux études récentes qui utilisent cette tâche, conduisent leurs auteurs à des conclusions très différentes, qu'il est intéressant de confronter.

1) **L'utilisation d'un problème insoluble par De Corte et Verschaffel (1983) :**

Ces auteurs travaillent à la mise au point d'un modèle informatique qui permette de simuler la résolution des problèmes « additifs » par les élèves. Leurs travaux se situent donc dans la lignée de ceux de Riley et al. (1982), ou encore Escarabajal et al. (1983)

Cependant, leur modèle présente la particularité que les progrès des élèves sont décrits comme résultant d'une double évolution : si, comme dans les autres modèles évoqués ci-dessus, les élèves progressent parce qu'ils disposent de schémas interprétatifs de l'énoncé de plus en plus nombreux et complexes, dans le modèle de De Corte et al, leurs progrès résultent également de l'évolution d'un schéma beaucoup plus général, qui rend compte des connaissances qu'a l'élève sur le genre « problème à énoncé ». Ces auteurs appellent ce schéma le « Word Problem Schema » (WPS).

C'est pour justifier cette proposition, que ces auteurs utilisent une épreuve où les enfants sont confrontés au problème insoluble suivant :

« Pierre avait des pommes ; il a donné 4 pommes à Anne ; combien de pommes a-t-il maintenant ? ».

Sur 31 élèves de début de CP, il n'y en a que 5 qui expriment une surprise à l'écoute de l'énoncé, et un seul qui déclare le problème insoluble et qui explicite ce que serait un énoncé bien formé.

Plus de la moitié des enfants se donnent un nombre de jetons ou de doigts quelconque, ils en retirent 4, comptent ce qui reste et annoncent le résultat de ce comptage comme solution. Suivant le nombre d'éléments de l'ensemble de départ, ils proposent donc 0, 1, 2, 3 ou plus, comme solution. Quand on les interroge pour savoir s'ils ne trouvent pas qu'il y a quelque chose de bizarre dans cet énoncé, ils n'ont rien remarqué et ils considèrent qu'il n'y a pas d'autre solution possible que celle qu'ils ont proposée.

Ces enfants ne savent donc pas qu'un énoncé bien formé contient toutes les données (numériques et relationnelles) qui rendent la réponse nécessaire. Quand il manque une donnée numérique pour résoudre le problème, ils pallient ce manque en se la donnant de façon

arbitraire. On comprend donc l'interprétation de De Corte et al. selon laquelle les faibles performances à cette épreuve montrent le peu de connaissance de ces élèves débutants sur ce qu'est un énoncé bien formé. C'est ce type de connaissances qu'ils proposent de représenter dans le WPS, et ils invitent les chercheurs à étudier le développement de ce WPS.

2) Les travaux de l'IREM de Grenoble (1980) :

« Dans un troupeau, il y a 75 moutons et 5 chiens ; quel est l'âge du berger ? »

Les enseignants de l'IREM de Grenoble ont proposé des énoncés de ce type à des élèves de l'école élémentaire en **situation de classe** : 75 % des élèves de cours élémentaire (CE1 et CE2), ainsi que 20 % des élèves du cours moyen ont donné une réponse numérique, sans émettre la moindre réserve.

Ces résultats, qui ont connu un véritable succès médiatique, ont souvent été utilisés pour mettre en cause l'enseignement des mathématiques tel qu'il se pratique dans les classes (Baruk 84, Bassis 84, Douady 85). L'argumentation employée repose sur la certitude qu'un enfant « dans son état normal » percevrait immédiatement l'absurdité du problème. C'est ainsi que Douady (85), après avoir rappelé les résultats précédents, pose l'alternative suivante : « Cela signifie-t-il que les élèves sont « illogiques » ou que le système d'enseignement lui-même est stupide au point de leur apprendre à répondre de façon stéréotypée à n'importe quoi ? ». Et, comme elle rejette la possibilité que les élèves soient « illogiques », elle choisit le second terme :

« Le reproche que l'on fait ici aux élèves est de ne s'être pas posé le problème de la pertinence des données au regard de la question posée. Malheureusement cette question n'est pas dans le contrat ».

Il y a donc bien l'affirmation implicite que si les élèves s'étaient posé le problème de la pertinence des données en regard de la question posée, ils auraient immédiatement découvert que le problème présenté est insoluble.

Peut-on en être si certain ? Tout enfant de CE2 « dans son état normal » rirait-il de bon cœur devant l'évidente stupidité de la question posée, ou bien alors cette évidence serait-elle plus tardive qu'il n'y paraît ?

Les travaux de De Corte et al. ont montré qu'au début de CP, les enfants n'ont que très peu de connaissances sur ce qu'est un énoncé bien formé. Il n'est pas question, à ce moment de la scolarité, d'invoquer une quelconque responsabilité de l'enseignement, puisqu'il n'y a pas encore eu d'enseignement. Par la suite, on peut penser que ces connaissances se développent avec la

pratique de la résolution de problème, mais que les difficultés constatées au CE2 résultent pour partie, du fait que les enfants ne savent pas encore bien contrôler la validité d'un énoncé de problème tel que celui-là (à cause d'un « WPS insuffisamment développé »). C'est pour tester cette hypothèse que l'expérience ci-dessous a été montée.

II. - DESCRIPTION DE L'EXPÉRIENCE

Les enseignants de Grenoble ont utilisé plusieurs énoncés dont la caractéristique commune est que la question porte toujours sur l'âge d'un personnage. Nous avons choisi de confronter les enfants avec le problème du berger, présenté ci-dessus. Pourquoi celui-ci plutôt qu'un autre ? Considérons par exemple l'énoncé suivant :

« Il y a 7 rangées de 4 tables dans la classe. Quel est l'âge de la maîtresse ? »

Il est clair que pour contrôler la validité de cet énoncé, les enfants seraient amenés à considérer la solution numérique $7 \times 4 = 28$. Or, en fin de CE2, la maîtrise du sens de la multiplication n'est pas encore assurée pour beaucoup d'enfants (Audigier et al., 1979). Nous risquons alors que des enfants produisent la solution « la maîtresse a 28 ans » parce que cette valeur numérique est plausible, mais dans des conditions où la « stupidité » de l'énoncé ne leur soit guère accessible, parce qu'ils sont incapables d'interpréter ce que représente 28 relativement aux tables de la classe.

Avec l'énoncé choisi, « Dans un troupeau, il y a 75 moutons et 5 chiens ; quel est l'âge du berger ? », nous sommes certains que, sauf circonstances exceptionnelles (qui seront contrôlées), tous les enfants de CE2 savent que 80 représente le nombre d'animaux (Audigier et al 1979).

Le choix de cet énoncé correspond donc à la volonté de se placer dans des conditions où d'éventuelles difficultés dans la maîtrise du sens des opérations arithmétiques, ne puissent pas faire obstacle à la prise de conscience de l'« absurdité » de l'énoncé.

Toujours dans le but de favoriser cette prise de conscience, on ne demandait pas aux enfants de résoudre le problème, mais d'évaluer cet énoncé, de dire ce qu'ils en pensaient et, pour rendre plus crédible cette situation, nous avons créé un contexte où l'énoncé n'est plus assumé par un adulte mais est censé avoir été produit par un autre enfant. C'est ainsi que l'expérimentateur a été présenté aux élèves comme une personne désirant écrire un livre de problèmes arithmétiques, qui va leur demander des idées d'énoncés de problèmes, qui sollicitera leur avis concernant certains énoncés de problèmes

et qui enregistrera l'entretien au magnétophone pour ne pas oublier leurs conseils. Au début de l'entretien, les enfants étaient invités à produire des énoncés satisfaisant à différentes contraintes, avant que l'expérimentateur leur propose d'évaluer la validité de l'énoncé sur l'âge du berger. Cet énoncé était présenté comme ayant été inventé par un enfant d'une autre classe lors d'un entretien : il n'était donc pas assumé par un adulte.

La population était composée de 23 enfants de l'école de la Sébille à Cergy (95), scolarisés dans une même classe de CE2. L'expérimentateur a rencontré chaque enfant en entretien individuel en milieu d'année scolaire (mois de mars). D'après les résultats de l'IREM de Grenoble, ce moment de la scolarité semblait propice pour observer une gamme étendue de comportements.

Au début de l'entretien, l'expérimentateur demandait aux enfants de lui dicter un énoncé de problème, d'abord sans aucune contrainte puis avec diverses contraintes (un énoncé où on parle de 12 enfants et 57 billes... etc). L'expérimentateur écrivait les énoncés sous la dictée des sujets et, après chaque énoncé, l'enfant devait résoudre le problème qu'il avait inventé (pour éviter les dérives ludiques où les sujets essaient d'inventer un problème le plus difficile possible et perdent ainsi le contrôle de leur énoncé).

Pour présenter la tâche qui nous intéresse ici, l'expérimentateur dit à l'enfant : « Dans une autre classe, j'ai demandé à un enfant de faire un problème où on parle de 75 moutons et 5 chiens ; je vais t'écrire le problème que l'enfant a inventé, et tu me diras ce que tu penses de son problème ».

L'expérimentateur écrit alors l'énoncé suivant, tout en l'oralisant : « Dans un troupeau, il y a 75 moutons et 5 chiens ; quel est l'âge du berger ? »

Puis l'expérimentateur repose la question : « Alors, qu'est-ce que tu penses du problème inventé par cet enfant ? »

Quand l'élève dit que cet énoncé est bien, l'expérimentateur poursuit ainsi : « Toi tu penses qu'il est bien son énoncé de problème ? »

Ce n'est qu'au cas où l'enfant réitère son jugement précédent que l'expérimentateur lui demande de résoudre le problème.

En fin d'entretien :

— si l'enfant n'a soulevé aucune objection et a résolu le problème, l'expérimentateur relit l'énoncé et la solution proposée et demande à l'enfant si ça le satisfait ;

— si l'enfant a signalé une difficulté, en guise de bilan final, l'expérimentateur questionne : « Est-ce que je peux lui dire qu'il est bien son énoncé, à cet enfant ? » ou

encore : « Cet énoncé, est-ce que tu crois que je peux le mettre dans le livre ? ».

III. - RÉSULTATS

1) Une classification des protocoles

Sur les 23 élèves de l'échantillon, 20 d'entre eux montrent qu'ils perçoivent une difficulté dans le traitement de cet énoncé, les 3 autres ne font aucune allusion à une quelconque difficulté (nous les classerons dans le groupe E).

Les 20 protocoles restants peuvent être classés selon deux critères qui, a priori, permettent de hiérarchiser les performances des enfants dans cette tâche : la rapidité dans la prise de conscience de la difficulté, et le jugement final porté sur l'énoncé de problème.

— **Le premier critère** différencie les élèves qui perçoivent **immédiatement** une difficulté de traitement liée à l'énoncé, de ceux chez qui cette prise de conscience est plus tardive. En effet, il faut se rappeler que l'expérimentateur écrit l'énoncé en même temps qu'il l'oralise. L'enfant prend donc connaissance de cet énoncé au rythme plutôt lent de l'écriture, et certains enfants réagissent par un rire ou une exclamation, alors que le mot âge vient à peine d'être écrit et prononcé. Par exemple :

Pal : (Immédiatement, avant que l'expérimentateur ait eu le temps de lui demander ce qu'elle pense du problème). Quel est l'âge du berger ? Ah ah, mais il ne le dit pas l'âge du berger !

Ou encore :

Won : Ah moi je sais pas ! Ah moi j'arrive pas à faire ça !

— **Le second critère** différencie les élèves qui concluent par un rejet de la validité de l'énoncé de ceux qui, malgré la prise de conscience d'une difficulté de traitement, ne concluent pas par un rejet final.

On obtient le tableau d'effectifs suivant :

Remarque sur une difficulté de traitement	Immédiate	Oui, mais pas immédiate	Aucune
Fin de l'entretien			
Rejet de validité	9 groupe A	6 groupe B	
Pas de rejet de validité ...	1 groupe C	4 groupe D	3 groupe E

Remarquons que la formulation que nous avons adoptée, en disant qu'il n'y a « pas de rejet » de l'énoncé, est intentionnellement construite sur une double négation : dans le cas des groupes C et D, le fait qu'un enfant ne rejette pas l'énoncé, ne signifie pas qu'il en accepte la validité. C'est plutôt le doute qui est dominant, comme on le voit dans le protocole de Tha (groupe D) :

Exp : Alors, qu'est-ce que tu penses du problème inventé par cet enfant ?

Tha : Il est bien.

Exp : Toi tu penses qu'il est bien son énoncé de problème ?

Tha : Oui, j'arrive pas à calculer (30 secondes de silence).

Exp : Oui, pourquoi tu n'arrives pas à calculer ?

Tha : Parce qu'on sait pas s'il les a eus quand il est né. (15 secondes de silence).

Exp : Alors, tu penses qu'il est bien l'énoncé de problème de cet enfant ?

Tha : Oui, mais c'est dur (15 secondes de silence), 80 ans peut-être !

Exp : Alors si un berger a 75 moutons et 5 chiens, on fait 75 plus 5 et on trouve son âge.

Tha : Peut-être.

Exp : Ce problème, est-ce que je peux le mettre dans un livre ? D'après toi ?

Tha : Oui (dubitatif).

C'est seulement chez les élèves du groupe E, que l'absence de rejet de cet énoncé peut être interprétée comme une acceptation de sa validité, du fait qu'à aucun moment, ces élèves n'explicitent une quelconque difficulté de traitement liée à l'énoncé.

Un premier résultat s'impose donc : dans des conditions où la confrontation avec un problème insoluble ne constitue pas un piège, le rejet de la validité de l'énoncé n'est immédiat que chez une minorité d'élèves (groupe A). Chez les autres, soit ce rejet doit faire l'objet d'une élaboration plutôt longue (groupe B), soit il n'intervient pas parce que le doute subsiste (groupes C et D), ou encore il n'intervient pas parce que l'élève semble ne pas avoir perçu la moindre difficulté (groupe E). L'analyse des protocoles permet de préciser ces résultats.

2) L'interprétation de cette classification

Nous analyserons d'abord les protocoles des groupes A, B, C, et D, en examinant successivement les deux critères utilisés pour la classification : la rapidité avec laquelle un élève détecte une difficulté de traitement, et le fait qu'il élabore ou non une décision de rejet de la validité de l'énoncé. Enfin, nous examinerons à part les protocoles des élèves du groupe E.

2-1. La détection d'une difficulté de traitement (groupes A, B, C, et D) :

Conformément au modèle de Gombert et Fayol (86), on peut penser que c'est en procédant à des comparaisons que les enfants détectent une difficulté de traitement. Pour décrire ce processus, nous utiliserons le vocabulaire utilisé par ces auteurs, en distinguant le but que l'énoncé assigne à l'élève (ici il faut chercher l'âge du berger), et le moyen d'atteindre ce but que pratiquement tous les élèves des groupes B et D envisagent de façon explicite, et les élèves des groupes A et C de façon implicite : ajouter moutons et chiens.

On peut distinguer alors deux niveaux de performance :

— les élèves les plus performants (groupe A, essentiellement) testent l'**adéquation de ce moyen** en anticipant le résultat de l'ajout de moutons et de chiens (ça donnera des animaux), et en comparant ce résultat **anticipé**, au but poursuivi (déterminer l'âge du berger) ;

— les élèves les moins performants calculent **effectivement** 75 + 5 et testent l'**adéquation du résultat** en comparant la donnée produite par ce calcul avec le but poursuivi : c'est à ce moment que la formulation « le berger a 80 ans » permet souvent de détecter l'anomalie.

Considérons, par exemple, le protocole de Béo (groupe B), qui commence par affirmer que le problème est bien :

Exp : Alors, qu'est-ce que tu en penses du problème inventé par cet enfant ?

Beo : Il est bien.

Exp : Toi tu penses qu'il est bien son énoncé de problème ?

Beo : Oui (15 secondes de silence). On ne peut pas savoir l'âge.

Expo : Ah oui ?

Beo : Ben, on peut pas faire... Est-ce qu'on peut faire 75 plus 5 ?

Exp : Qu'est-ce que tu en penses ?

Beo : Ben ça sera « En tout il y a 80 animaux », on peut pas savoir l'âge du berger.

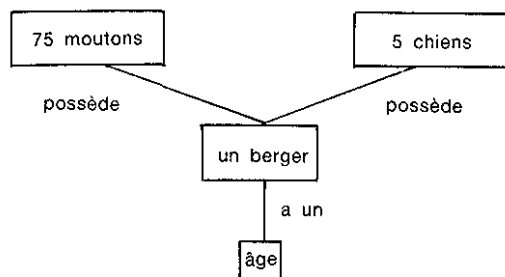
Exp : Alors est-ce qu'il est bien le problème qu'a inventé l'enfant ?

Beo : Il y a quelque chose qui ne va pas.

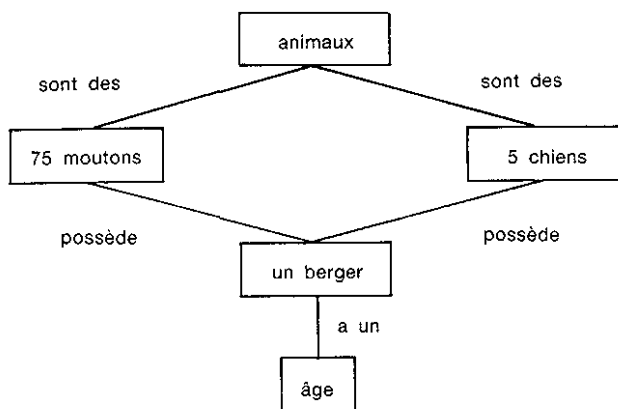
Exp : Alors, qu'est-ce que je dois lui dire à cet enfant ?

Beo : Et bien, qu'on peut pas savoir l'âge du berger.

Cet élève construit d'abord une représentation sémantique de cet énoncé qui peut être symbolisée ainsi :



Ce n'est qu'après avoir envisagé le calcul de $75 + 5$ que cette représentation se complète en :



Il affirme alors l'impossibilité de résoudre un tel problème. Ce protocole peut être opposé à celui de Pal (qui est le seul élève du groupe A à avoir envisagé la solution numérique 80 de manière explicite, mais en la mettant à la charge de l'auteur de l'énoncé) :

Pal : (Immédiatement, avant que l'expérimentateur ait eu le temps de lui demander ce qu'elle pense du problème). Quel est l'âge du berger ? Ah ah, mais il ne le dit pas l'âge du berger !

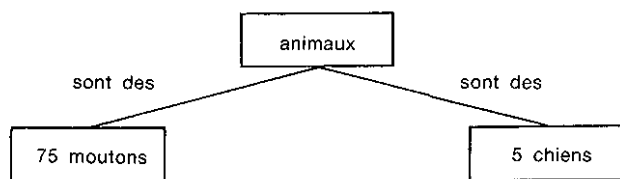
Exp : Il a fait ce problème là cet enfant, qu'est-ce que tu en penses ?

Pal : Moi je dirais plutôt « Combien y a-t-il d'animaux ? ». Ah, je crois bien qu'il croit que c'est $75 + 5 = 80$. Il ne t'a pas dit ce qu'il fallait faire ?

Exp : Non, je n'ai pas su quoi lui dire ! Qu'est-ce que j'aurai dû lui dire d'après toi ?

Pal : Il faudrait lui demander si le berger a 80 ans parce que si ça se trouve, il a acheté un mouton chaque an jusqu'à 75 ans et après, à partir de 76, il achetait un chien.

On peut penser que lorsque l'expérimentateur écrit le début de l'énoncé, Pal construit directement le réseau sémantique suivant :



Cet élève a alors anticipé un but compatible avec les données (calculer le nombre d'animaux), ce qui explique sa réaction immédiate au mot âge, car il connaissait la question avant qu'elle ne soit posée. Il ne procède effectivement au calcul $75 + 5$, que dans le second temps.

Le protocole de Cor (groupe B), que nous reproduisons ci-dessous, constitue également une bonne illustration du fait que le test de l'adéquation d'un moyen et celui de l'adéquation du résultat, sont 2 modes de contrôle de la résolution du problème du berger, susceptibles de faire prendre conscience d'une difficulté. Cet élève répond très rapidement et semble oraliser tout ce qu'elle pense :

Cor : Eh bien pour le savoir, il faut faire 75 plus 5 je crois. De toute façon on n'a pas dit l'âge du berger, on n'en parle pas du berger, alors on sait pas quel âge il a de toute façon. On n'a qu'à faire 75 plus 5, en tout cas il est vieux.

Exp : $75 + 5 =$ (en l'écrivant).

Cor : Eh bien ça va faire 80.

Exp : Alors ?

Cor : Eh bien on écrit il a 80... Eh bien je crois que son truc il est impossible parce que y'a le berger, on n'en parle pas du berger là-dedans, alors on ne peut pas faire le problème.

Cor commence donc par dire qu'il faut calculer $75 + 5$, puis elle émet un doute sur le fait que ça donnera l'âge du berger (elle teste l'adéquation de ce moyen, mais ça ne lui permet pas de rejeter la validité de l'énoncé), enfin elle calcule effectivement $75 + 5$ et, en testant l'adéquation du résultat grâce à la formulation « 80 ans », fonde sa conviction qu'il faut rejeter cet énoncé. En cas de doute persistant après un test d'adéquation d'un moyen, les enfants procèdent donc au calcul effectif.

2-2. L'élaboration éventuelle d'une décision de rejet (groupes A, B, C, et D) :

Chez les élèves des groupes A et B, la détection d'une difficulté leur permet d'élaborer une décision de rejet de la validité de l'énoncé : **la difficulté est interprétée comme une anomalie de l'énoncé**. Ce n'est pas toujours immédiat : Zid (groupe B), par exemple, hésite longtemps, il dit que le problème est difficile, avant d'affirmer « il est faux ce problème ». Mais pourquoi les élèves des groupes C et D n'élaborent-ils pas une telle décision ?

Considérons d'abord le protocole de Won, l'unique sujet du groupe C :

Won : (immédiatement) Ah moi je sais pas ! Ah moi j'arrive pas à faire ça (30 secondes de silence).

Exp : L'enfant qui a fait ce problème, qu'est-ce que je dois lui dire ?

Won : C'est bien, c'est que moi j'arrive pas à le faire.

Exp : Pourquoi t'arrives pas à le faire ?

Won : Je sais pas quel âge a le berger (15 secondes de silence, il calcule mentalement).

Exp : Tu fais des opérations dans la tête ?

Won : Oui.

Exp : Dis moi, je vais te les écrire (1 minute de silence).

Exp : Alors, le problème de l'enfant, il est bien ?

Won : Oui mais moi je sais pas.

Dès que la question sur l'âge du berger a été posée, et tout au long de l'entretien, cet enfant n'a pas cessé de s'attribuer la difficulté rencontrée : le problème est bien, s'il y a une difficulté, c'est parce que lui ne sait pas le faire. Jamais il n'interprète la difficulté qu'il rencontre comme pouvant provenir d'une anomalie de l'énoncé.

Ce protocole conduit à penser que l'élaboration d'une décision de rejet dépend d'un facteur de personnalité qui traduirait la plus ou moins grande inclinaison d'un sujet, lorsqu'il est confronté à une difficulté, à interpréter la difficulté comme le signe de son incompetence, plutôt que de remettre en cause la tâche elle-même.

Chez certains élèves du groupe D l'absence d'élaboration d'une décision de rejet semble devoir être attribuée à un manque de connaissance de « la règle du jeu » sous-jacente à un problème arithmétique. Ces enfants perçoivent une difficulté, et ils l'interprètent dans une certaine mesure comme une anomalie de l'énoncé, en disant qu'on ne sait pas « s'il les a eus quand il est né », ou encore « on ne sait pas l'âge du chien », mais ce faisant, ils soupçonnent qu'il pourrait exister un scénario tel que le berger ait 80 ans, et ils semblent en conclure que $75 + 5$ donne peut-être l'âge attendu (voir plus haut le protocole de Tha).

Ils ont un comportement qui rappelle celui des élèves de cours préparatoire, qui se donnaient une donnée numérique manquante pour pouvoir résoudre le problème. Dans le problème utilisé par De Corte, il manquait une donnée numérique, alors qu'ici ce sont des données relationnelles qui manquent, mais dans les deux cas, les enfants suppléent cette absence : en se donnant une donnée numérique quelconque dans un cas, en évoquant une vague scénario dans l'autre (« il les a eus quand il est né »).

L'interprétation selon laquelle l'élaboration d'une décision de rejet, dépend des connaissances concernant

la « règle du jeu » sous-jacente à un énoncé, peut être appuyée par le fait que certains élèves du groupe A montrent, à travers les formulations qu'ils emploient, de bonnes connaissances dans ce domaine.

C'est le cas, par exemple, de Jol (groupe A), qui dit qu'il s'agit d'« un problème qu'on peut faire par hasard » et, ce faisant, explicite pratiquement la règle de formation d'un énoncé de problème : un énoncé bien formé doit contenir toutes les données (numériques et relationnelles) qui rendent la solution nécessaire. C'est également celui de Duc (groupe A), qui dit qu'« on peut pas trouver l'âge du berger, à moins qu'on donne un autre renseignement : « l'âge du berger est le nombre d'animaux. Ce faisant, cet enfant semble considérer un nouvel énoncé qui serait : « Dans un troupeau, il y a 75 moutons et 5 chiens. L'âge du berger est le nombre d'animaux. Quel est l'âge du berger ? ». Or, on peut distinguer deux façons de compléter l'énoncé initial pour former un nouvel énoncé qui soit valide :

— soit on précise la situation décrite dans l'énoncé : c'est ce que fait Pal (groupe A), en disant que le berger a acquis un mouton chaque année durant ses 75 premières années, et un chien les 5 suivantes ;

— soit, comme Duc, on utilise la spécificité des règles de communication qui régissent les énoncés de problèmes, en ajoutant seulement : « l'âge du berger est le nombre d'animaux ». L'énoncé produit est plutôt bizarre (on pourrait le qualifier de « scolaire »), mais il permet de communiquer et c'est une solution particulièrement économique ! On peut penser que l'adoption de cette solution nécessite une bonne connaissance de la « règle du jeu » sous-jacente à l'activité de résolution du problème.

2-3. Les élèves qui n'explicitent aucune difficulté de traitement liée à cet énoncé (groupe E) :

C'est le cas de Yeb, par exemple :

Exp : Alors, qu'est-ce que tu en penses du problème inventé par cet enfant ?

Yeb : Il est bien.

Exp : Toi tu penses qu'il est bien son énoncé de problème ?

Yeb : Oui.

Exp : Tu essaies de le résoudre ?

Yeb : 75 plus 5... ou on multiplie... bon on va mettre « + », 75 plus 5 égal...

Exp : 80.

Yeb : Le berger a 80 ans.

Exp : Je te relis (l'expérimentateur relit l'énoncé ainsi que la solution proposée)... alors il est bien le problème qu'a inventé l'enfant ?

Yeb : Oui.

Exp : J'avais envie de le mettre dans un livre, cet énoncé, tu crois que je peux ?

Yeb : Moi je sais pas ! oui si tu veux.

Dans ces protocoles le choix de l'opération semble dépendre d'indices extérieurs au contenu sémantique de l'énoncé. C'est ainsi que les deux autres élèves de ce groupe choisissent « le « $\times$ » parce que le « $+$ » c'est trop facile ». Seule la pertinence du résultat numérique obtenu est éventuellement considérée : dans le protocole ci-dessus, on peut penser que c'est elle qui motive le choix de l'addition.

De même, dans les deux autres protocoles, c'est au moment de rédiger « la phrase solution » qu'un problème de pertinence de la solution se pose (ces élèves ont obtenu $75 \times 5 = 375$) : l'un dicte à l'expérimentateur : « le berger a 375... d'âge », pour ne pas écrire 375 ans, et l'autre « l'âge du berger est de 370 ».

La pratique pédagogique courante, qui consiste à exiger des enfants qu'ils rédigent une phrase solution, ne conduit pas ces élèves à exercer un contrôle sur la validité du résultat parce qu'ils ont un comportement d'évitement : plutôt que de remettre en cause le résultat numérique trouvé, ils préfèrent changer de formulation dans l'expression de la réponse. On a l'impression que pour ces enfants, il suffit que les traces finales laissées sur le cahier ressemblent à celles d'une résolution de problème, pour qu'ils estiment avoir fait leur travail d'écolier : il s'agit, avant toute autre considération, de préserver la forme de l'échange maître-élève.

IV. - CONCLUSIONS

1) Quelle description de l'activité des enfants dans la tâche qui consiste à contrôler la validité d'un énoncé de problème ?

Il nous faut considérer à part les 3 élèves du groupe E qui, d'une certaine manière, ne se confrontent pas à la tâche qui leur est proposée. Concernant les 20 élèves qui remarquent une difficulté de traitement liée à cet énoncé, leurs performances dans le contrôle de sa validité ne sont pas du tout identiques. Le processus d'exécution de cette tâche, chez ces élèves, peut être décrit ainsi :

— grâce au contrôle que l'enfant exerce sur la résolution du problème proposé (le problème du berger), il détecte une difficulté. Nous avons mis en évidence deux niveaux de performances, suivant que la détection de cette difficulté provient du test de l'adéquation d'un moyen, ou du test de l'adéquation du résultat ;

— suite à cette détection, l'élève élabore une décision : soit il remet en cause la validité de l'énoncé, soit il se déclare incompetent, soit il sort des contraintes du problème pour accepter malgré tout la solution « 80 ans ».

Si l'énoncé était plus complexe, l'élève pourrait également envisager un autre moyen de résoudre ce problème, ce qui le ramènerait au début du processus. Mais le cas du problème étudié ne se prête guère à cette éventualité (les résultats à la tâche de production d'énoncés permettent de comprendre pourquoi le calcul de la somme $75 + 5$ est le seul moyen que les élèves envisagent ; le lecteur est invité à se reporter au rapport de recherche de la RCP **Résolution de Problèmes** de l'INRP, à paraître).

Le type de décision qui est prise après la découverte d'une difficulté semble dépendre de 2 facteurs :

— des connaissances de l'élève sur la structure d'un énoncé valide (sur les « règles du jeu » sous-jacentes à cette activité) ;

— d'un facteur de personnalité qui traduit la plus ou moins grande inclinaison d'un sujet, lorsqu'il est confronté à une difficulté, à interpréter la difficulté comme le signe de son incompetence, plutôt que de remettre en cause la tâche elle-même.

D'une manière générale, la difficulté de cette tâche a donc été sous-estimée : pour réussir, la prise de conscience d'une difficulté ne suffit pas, elle doit aussi être suivie d'une décision de rejet de la validité de l'énoncé. Dans les conditions qui ont été celle de notre expérience, il serait donc inexact de dire que les enfants qui échouent ne se sont pas posé le problème de la pertinence des données en regard de la question posée : les élèves du groupe D se sont tous posé ce problème, mais ils ne rejettent pas de façon claire la validité de l'énoncé. L'unique élève du groupe C échoue, bien qu'il ait immédiatement perçu la difficulté. C'est dans la phase d'élaboration d'une décision de rejet, que ces élèves échouent. Quant aux élèves du groupe B, si certains réussissent dès qu'ils cherchent à résoudre le problème, chez d'autres le rejet de la validité de l'énoncé est l'objet d'une élaboration plutôt longue, dont on perçoit les traces dans les protocoles.

2) Une autre interprétation des résultats de l'IREM de Grenoble :

2-1. L'interprétation alarmiste des résultats de l'IREM de Grenoble repose sur une vision trop optimiste des compétences (*) des enfants :

Commentant les résultats de l'IREM de Grenoble, S. Baruk (85) s'écrie : « ...au lieu du formidable éclat de rire général... qui aurait dû accueillir ces énoncés immédiate-

ment recevables comme insensés... on obtient ça : un refus poli d'un peu plus d'un élève sur 10 au cours élémentaire... », et elle parle de l'« effroi ressenti devant l'aliénation d'enfants qui ne sont pas des aliénés ».

Or, dans un contexte où la confrontation avec un problème insoluble ne constituait pas un piège, et alors que tous les enfants qui ont participé aux entretiens se montraient très coopératifs avec l'expérimentateur dans son projet d'écrire un livre, l'« absurdité » du problème n'a été immédiatement évidente que pour moins de la moitié des enfants (groupe A). Il faut bien se rendre à l'évidence : même en se plaçant dans les conditions les plus favorables, pour une majorité d'enfant de CE2, la plaisanterie sur l'âge du capitaine ne peut pas encore fonctionner. Pratiquement tous les enfants remarquent bien une difficulté liée au traitement de cet énoncé, mais l'élaboration d'une décision de rejet est beaucoup moins facile que ne le pensaient les commentateurs des résultats de Grenoble.

2-2. L'interprétation alarmiste des résultats de l'IREM de Grenoble repose sur une vision trop pessimiste des performances des enfants :

Dans les conditions de notre expérimentation, sur les 14 enfants qui ne perçoivent pas immédiatement l'anomalie de cet énoncé, il n'y en a que 3 chez qui le choix d'une opération arithmétique ne résulte pas d'une représentation sémantique de l'énoncé, et qui ont le comportement aliéné que S. Baruk attribue à l'ensemble des enfants qui échouent (choisir au hasard une opération, pourvu qu'elle donne un résultat plausible).

Faut-il penser que dans les conditions qui étaient celles de Grenoble, les enfants ont adopté en plus grand nombre ce comportement aliéné ? En fait, les résultats obtenus s'expliquent très bien sans attribuer ce comportement aux élèves. Rappelons d'abord que dans les conditions de notre expérimentation, certains enfants (groupes C et D) ne rejettent pas la validité de l'énoncé et qu'il ne faut pas en déduire qu'ils n'ont rien remarqué. Quand les enseignants, comme à Grenoble, proposent des problèmes insolubles *en situation de classe*, et que les enfants font une réponse numérique, la conclusion selon laquelle ils n'ont rien remarqué est encore moins autorisée :

— dans cette circonstance, la **résolution du problème** est censée être évaluée par l'enseignant ; aussi les enfants que cet énoncé plongeait dans une certaine perplexité ont certainement préféré « tenter » une réponse plutôt que de ne rien mettre. On les comprend volontiers dans la mesure où tout au long de leur scolarité antérieure, la « page blanche » a toujours été interprétée comme significative d'une absence de savoir-faire ;

— et ceci d'autant plus volontiers que dans la situation de « piège » ainsi créée, de nombreux enfants auront interprété la difficulté rencontrée comme le signe de leur incompétence, plutôt que de remettre en cause la validité d'un énoncé provenant d'un adulte qui d'ordinaire ne propose pas une tâche impossible. Ces enfants se trouvaient donc dans une situation très propice à « tenter » une réponse numérique.

On pourra objecter que les enseignants de Grenoble ont complété chaque énoncé par la question : « que penses-tu de ce problème ? » et que les enfants avaient ainsi la possibilité de ne pas rendre une page blanche. Mais comment être sûr que les enfants qui ont perçu une anomalie, ont effectivement répondu à cette question, alors que nous avons vu qu'il est très difficile pour les enfants de formuler oralement la difficulté qu'ils rencontrent, et que par écrit, cela présente pour beaucoup d'enfants du cours élémentaire, des difficultés supplémentaires.

2-3. Quelle interprétation ?

Il peut sembler paradoxal de soutenir que l'interprétation alarmiste des résultats de Grenoble repose tout à la fois sur une vision trop optimiste des compétences des enfants et sur une vision trop pessimiste de leurs performances.

Le paradoxe n'est qu'apparent si on considère que le contrôle de la validité d'un problème insoluble, n'est pas une tâche simple car, pour réussir, l'élève ne doit pas seulement détecter une difficulté liée au traitement de l'énoncé, il doit, de plus, élaborer une décision de rejet. **Les commentateurs des résultats de Grenoble ont sous-estimé la capacité des enfants à déceler une difficulté liée au traitement de l'énoncé, mais ils ont surestimé leur capacité à élaborer une décision de rejet de sa validité.**

Les très faibles performances qu'on observe quand le problème est proposé par écrit, dans des conditions ordinaires de classe, sont significatives du fait que les enfants élaborent difficilement une décision de rejet, et du fait que le type de décision que prend l'élève à ce moment, est extrêmement sensible aux conditions de passation.

Enfin, on comprend mieux par quel mécanisme une certaine utilisation des résultats de Grenoble permet de dresser un réquisitoire implacable contre le système d'enseignement. Pour obtenir cet effet, il suffit d'attribuer de très faibles performances aux enfants dans une tâche où ils sont supposés avoir de *grandes compétences*, tout en désignant le système d'enseignement comme responsable de l'écart observé. Une plus grande prudence aurait sûrement été préférable.

3) Quelles pratiques pédagogiques avec les élèves qui ne se confrontent pas aux problèmes qu'on leur propose ?

Bien sûr, on pourrait se réjouir qu'il n'y ait « que 3 élèves » qui n'aient pas utilisé une représentation sémantique de l'énoncé pour procéder au choix de l'opération arithmétique, mais il faut insister sur le fait que leur comportement, lors de cette activité, est susceptible d'hypothéquer leurs progrès ultérieurs : ces enfants ne se confrontent guère aux problèmes qui leur sont posés, ils se contentent de reproduire la forme de la communication maître-élèves, une forme vidée de son contenu. Si le système d'enseignement ne doit pas se sentir responsable de tous les maux dont l'accablent certains commentateurs des résultats de l'IREM de Grenoble, il se doit d'offrir des perspectives de progrès à ces élèves qui n'en ont guère si rien de spécifique n'est prévu pour eux.

Il est probablement inutile, voire néfaste, de continuer à leur poser des problèmes en employant des énoncés classiques. L'étude que nous avons menée suggère que la résolution des problèmes dont l'énoncé est incomplet est une excellente activité : la réduction de l'écart entre les moyens dont on dispose à partir d'un énoncé, et un but à atteindre, par exemple, est l'occasion d'un calcul relationnel intéressant. De plus, cette activité permet de développer les connaissances des élèves sur ce qu'est un énoncé bien formé. Mais les résultats que nous avons obtenus suggèrent également que cette activité est com-

plexe. On peut penser que les élèves du groupe E ont besoin d'un travail spécifique préalable, visant à développer chez eux **un meilleur contrôle de l'usage du calcul numérique**.

Une solution nous semble résider dans les activités que décrivent Brousseau et Peres (1981) dans « Le cas Gaël » : ces auteurs utilisent des situations où les élèves peuvent s'appuyer sur des observables pour effectuer des comparaisons entre une anticipation et un résultat obtenu. Dans ces situations, le calcul numérique est **un outil permettant l'anticipation** et les enfants prennent conscience qu'ils ont intérêt à en **contrôler l'usage**, parce que cela leur permet de meilleures anticipations.

Rémi BRISSIAUD

Ecole Normale de Cergy
INRP, Paris

Notes

(*) Le mot « compétence » est utilisé dans son sens ordinaire de « capacité ».

Note. — Cette recherche a été menée dans le cadre de la RCP de l'INRP, **Résolution de problèmes en mathématiques et en physique**, dirigée par J. Colomb, directeur de programme, et J.F. Richard, professeur à l'université Paris VIII.

Bibliographie

- AUDIGIER M.N., COLOMB J. et al. (1979), **Enquête sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire**, Paris, INRP.
BARUK S. (1985), **L'âge du capitaine**, Paris, Seuil.
BASSIS O. (1984), **Mathématiques : les enfants prennent le pouvoir**, Paris, Nathan.
BROUSSEAU G., PEREZ J. (1981), **Le cas Gaël**, IREM de Bordeaux, document interne.
DE CORTE E., VERSCHAFFEL L. (1983), **Beginning first graders' initial representation of arithmetic word problems**, Paper presented at the annual meeting of American Educational Research Association, Montreal.
DOUADY A. (1984), Didactique des mathématiques, in **Encyclopaedia Universalis**, Vol 11, 885-889.
ESCARABAJAL M.C., KAYSER D., NGUYEN-XUAN A., POITRE-

NAUD S., RICHARD J.F. (1983), Compréhension et résolution de problèmes arithmétiques additifs, in **Les modes de raisonnement**, Actes du colloque de l'Association pour la Recherche Cognitive.

GOMBERT J.E., FAYOL M. (1986), Auto-contrôle par l'enfant de ses réalisations dans des tâches cognitives, in **Les problèmes de l'élève à l'école élémentaire**, Actes du colloque de Caen des 22 et 23 novembre 1985.

IREM de Grenoble (1980), Quel est l'âge du capitaine ?, **Bulletin de l'APMEP**, n° 323, 235-243.

RILEY N.S., GREENO J.G., HELLER J.I. (1983), Development of children's problem solving ability in arithmetic, in Ginsburg (Ed.), **The development of mathematical thinking**, New York, Academic Press.