

L'AUTOMATISATION DES CALCULS ÉLÉMENTAIRES À L'ÉCOLE

par Jean-Paul FISCHER

« La répétition et l'entraînement conduisent vraisemblablement le sujet à automatiser les procédures de traitement de l'information qu'il met en œuvre... Il y a là un champ d'investigations prometteur », écrit Claude Bonnet dans son Manuel pratique de psychophysique (Colin, 1986).

La psychopédagogie ne devrait pas rester à l'écart de ces investigations. En particulier, l'étude de l'apprentissage des calculs numériques élémentaires — les « tables » si l'on préfère — pourrait y trouver une source de renouveau.

Le présent article se veut une première exploration de ce champ prometteur.

INTRODUCTION

Le sujet abordé dans le présent article tire son importance du fait que la maîtrise des calculs numériques élémentaires reste une nécessité. Mieux, on peut soutenir que seule une automaticité — ou, en tout cas, un processus reproductif plutôt qu'un processus reconstructif — du rappel des faits numériques (number facts) conduira les élèves à estimer les ordres de grandeur et remarquer

certaines erreurs dans des résultats de plus en plus obtenus avec des calculatrices ou des micro-ordinateurs, c'est-à-dire à exercer un contrôle minimal. Rappelons en effet d'une part que l'une des caractéristiques des « bons » estimateurs est la maîtrise des faits numériques (Reys, Rybolt, Bestgen et Wyatt, 1982), d'autre part qu'une activation automatique est très économique dans la mesure où elle est non seulement rapide, mais aussi (cf. Posner, 1978) non-consciente, sans effort, et n'interfère pas avec une autre activité mentale en cours. Indépendamment de cet argument, on peut aussi souligner que Allardice et Ginsburg (1983) ont, dans un article de synthèse récent, abouti à la conclusion que si les enfants à difficultés en mathématiques sont essentiellement « normaux » d'un point de vue cognitif, ils souffrent peut-être cependant de difficultés particulières dans l'assimilation des faits numériques. Malgré cela, l'automaticité du calcul n'est pas, actuellement, un objectif très populaire dans l'enseignement élémentaire. Parfois même on valorise des procédures peu économiques. C'est ainsi que Ducorail (1978) suggère un apprentissage « plus intelligent » (que la mémorisation) du résultat de 8×7 : retrouver, plus ou moins rapidement ce résultat à partir de ce que l'on sait, par exemple $7 \times 2 = 14$; $14 + 14 = 28$; $28 + 28 = 56$, et commente : « Le temps que l'on croit perdre est "racheté" par la fiabilité », sans bien entendu (car il nous paraît impossible à trouver) donner le moindre argument empirique en faveur de cette dernière affirmation. Plus sérieusement, on peut considérer que l'automaticité ne devrait être qu'une conséquence obligée (by product : cf. Swart, 1985) de l'apprentissage conceptuel. Des expériences d'apprentissage comme celle de Shiffrin et Schneider (1977) suggèrent cependant que le nombre et la fréquence des exercices doivent être considérables pour arriver à une automaticité parfaite. Et donc on peut penser, qu'à l'école et pour les faits numériques, on n'y arrivera que par un travail régulier et systématique, et non par le hasard de quelques calculs non intentionnels et non contrôlés.

Le but de cet article est de présenter quelques résultats — et leurs interprétations — sur la connaissance et l'automaticité des faits numériques à la fin de l'école élémentaire, ainsi que la méthode que nous croyons (en partie) originale qui nous y a conduit. De plus, et de manière inquiétante, nous soutiendrons qu'une majorité d'enfants ne possède pas de technique efficace, immédiatement disponible, et suffisamment générale, pour franchir la dizaine dans les additions et soustractions élémentaires.

I. - MÉTHODES D'APPROCHE

La méthode générale utilisée est la mesure des Temps de Réaction, notés TR (ou TRu si nous nous

limitons aux réussites, i.e. aux réponses correctes dans un délai de 5 secondes) par la suite. Cette méthode est, d'un point de vue pratique, envisageable au niveau des classes grâce à l'outil informatique (micro-ordinateurs).

Pour ce qui concerne maintenant plus spécifiquement l'étude de l'automatisme, rappelons d'abord qu'une technique, aujourd'hui classique, consiste à attirer l'attention du sujet dans une direction non pertinente. Par exemple, pour vérifier si la perception d'une forme à partir de l'un de ses bords (shape-at-a-slant) est automatisée, Epstein et Lovitts (1985) « distraient » la moitié de leurs sujets en leur demandant de faire attention à la numérosité ; ensuite, ils comparent leurs performances à celles de l'autre moitié (qui traitait la forme). Dans le domaine du calcul, on peut procéder d'une manière analogue. Par exemple en comparant les pourcentages de réussites et les TR à $4 + 3 = 12$ et ceux à $4 \times 3 = 12$. Dans la première égalité, on propose en effet une réponse erronée qui est l'image de (4,3) par la multiplication, alors que dans la seconde aucune interférence (aussi évidente) entre addition et multiplication n'est présente. Si les pourcentages d'erreurs et les TR à la première égalité sont supérieurs à ceux enregistrés pour la seconde, on peut conclure à une automatisme, au moins partielle, de $4 \times 3 = 12$. Winkelman et Schmidt (1974) furent les premiers à étudier ainsi les calculs élémentaires. Et ils trouvèrent effectivement, en cas d'interférence entre addition et multiplication comme dans l'exemple ci-dessus, à la fois un accroissement des TR de l'ordre de 50 ms et plus d'erreurs. Mais ces auteurs n'ont pas essayé d'interpréter leur résultat dans le cadre d'une théorie de l'automatisme : ils y ont vu essentiellement la preuve de l'existence de composantes associatives dans les processus d'addition et de multiplication et, en conséquence, la non validité des modèles basés exclusivement sur des calculs internes.

Cette technique d'investigation présente cependant un inconvénient : en cas d'utilisation systématique, on risque d'induire des stratégies de méfiance chez les sujets et, par là-même, de baisser les TR et pourcentages d'erreurs aux égalités justes. De plus, une méthode consistant à essayer d'induire les élèves quasi-systématiquement en erreur, ne ferait certainement pas l'unanimité parmi les enseignants. En conséquence, nous (Fischer, 1985) avons mis au point une autre méthode. Elle consiste à présenter les égalités à juger dans deux modalités différentes. Mais avant d'entrer dans les détails de cette distinction entre modalités, il nous faut donner encore quelques précisions sur la méthode générale.

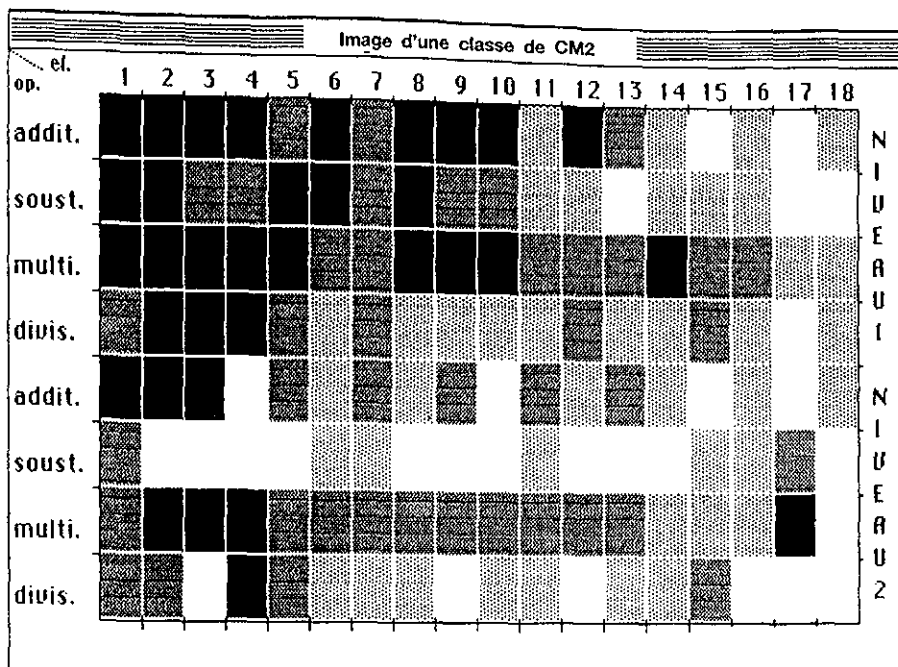
Les élèves doivent répondre Juste ou Faux, en appuyant sur la touche J ou F, suivant que l'égalité présentée est correcte ou non, le plus rapidement — mais correctement avant tout — possible : il s'agit donc d'une tâche de **vérification** et non de production. Le logiciel

enregistre l'exactitude et le TR de chaque élève à chacune des égalités dans un fichier. Le traitement du fichier complet de la classe peut alors conduire à une « image de la classe » comme celle ci-après. Pour produire cette image, nous avons proposé 40 égalités — 20 correctes et 20 incorrectes, qualifiées respectivement de positives et négatives par la suite — par exemple $2 + 2 = 5$, $6 : 3 = 2$, $3 \times 5 = 25$, $11 - 8 = 4$, $16 : 4 = 4$, etc. (on peut retrouver la liste des 40 égalités en page 9) aux 18 élèves d'un CM2 (Cours Moyen, deuxième année) en fin d'année scolaire. En procédant de même avec 9 autres classes de CM2 (au dernier trimestre également), et en fusionnant les fichiers des 10 classes, nous sommes en possession d'un ensemble de données (produites par 210 élèves) qui peut être soumis à toutes sortes de traitements : moyennes et variances des TR ou TRu, pourcentages de réussites, comparaisons (des modalités, des sexes, des heures de passation...)...

Maintenant nous pouvons préciser les deux modalités : REGroupement et Non-REGroupement. Dans la modalité REG les opérations de même nature (addition, soustraction, multiplication, division) sont regroupées : 10 additions ($2 + 2 = 5$, $9 + 7 = 15$...), puis 10 soustractions ($11 - 8 = 4$, $5 - 3 = 2$...), puis 10 multiplications ($3 \times 5 = 25$, $6 \times 7 = 32$...), et enfin 10 divisions ($6 : 3 = 2$, $16 : 4 = 4$...), et les enfants sont prévenus avant chaque bloc de 10 opérations de la nature de l'opération qui va suivre. Dans la modalité NREG par contre les opérations sont mélangées : une addition ($2 + 2 = 5$), puis une division ($6 : 3 = 2$), puis une multiplication ($3 \times 5 = 25$), puis une soustraction ($11 - 8 = 4$), puis une division ($16 : 4 = 4$), etc., et les enfants ne sont pas prévenus de la nature de l'opération qui va suivre. L'hypothèse naturelle — en tout cas dans le cadre d'un modèle de traitement arithmétique de nature fondamentalement sérielle (comme celui d'Ashcraft, 1982) — est que dans la modalité NREG il s'ajoute un temps supplémentaire : le temps de décodage du signe opératoire (+, -, $\times$ ou :), un temps implicitement postulé par le modèle proposé récemment par McCloskey, Caramazza et Basili (1985). Si une telle hypothèse ne devait pas se confirmer, il se pourrait que l'on soit en présence d'un traitement de nature plutôt parallèle.

II. - QUELQUES RÉSULTATS ET PREMIERS COMMENTAIRES

2.1. Image d'une Classe. Le résultat le plus net qui apparaît, au niveau collectif, sur l'image ci-après, est la ligne « désertique » des soustractions de niveau 2, c'est-à-dire avec franchissement de la dizaine. Ce phénomène se retrouve presque aussi nettement sur les 9 autres images dont nous disposons. Nous le commenterons plus



Légende : Noir → TRu ≤ 1,5 s ; Gris foncé → TRu ≤ 1,8 s (et TRu > 1,5 s) ;
Gris clair → TRu ≤ 5 s (et TRu > 1,8 s) ; Blanc → Echec (erreur ou non-réponse dans le délai de 5 s).

Précisons aussi que le TRu représenté dans une case du tableau est en fait la moyenne des 4 meilleures (sur 5) performances de l'élève à l'opération et au niveau concernés (un échec correspond donc à au moins 2 erreurs ou non-réponses).

Tableau des TRu (en ms) et Pourcentages d'Echecs

Egalité	TRu	% Echecs	Egalité	TRu	% Echecs
$5 \times 2 = 10$	1 395	6,7	$5 - 3 = 2$	2 008	14,3
$2 \times 3 = 6$	1 458	3,8	$81 : 9 = 9$	2 018	7,6
$8 + 8 = 16$	1 461	2,9	$6 : 3 = 2$	2 018	21,9
$1 + 3 = 4$	1 472	13,3	$3 \times 5 = 25$	2 021	9,0
$2 + 2 = 5$	1 479	4,8	$6 \times 7 = 32$	2 158	21,0
$5 + 4 = 9$	1 584	4,3	$7 - 4 = 2$	2 172	9,0
$7 \times 7 = 49$	1 603	8,1	$9 \times 6 = 55$	2 220	7,1
$8 \times 2 = 16$	1 654	10,5	$12 : 3 = 5$	2 248	10,5
$4 - 1 = 3$	1 672	11,4	$48 : 6 = 7$	2 318	20,5
$12 - 6 = 6$	1 756	5,7	$14 : 7 = 3$	2 356	18,1
$4 - 2 = 2$	1 798	8,1	$6 + 7 = 13$	2 368	18,6
$2 + 3 = 6$	1 859	11,9	$8 + 9 = 18$	2 449	17,6
$6 \times 8 = 48$	1 865	6,2	$72 : 8 = 9$	2 536	21,9
$4 \times 3 = 13$	1 900	4,3	$9 - 5 = 3$	2 550	17,1
$6 + 5 = 11$	1 907	9,5	$16 - 7 = 9$	2 570	44,8
$4 \times 4 = 18$	1 966	9,5	$11 - 8 = 4$	2 608	26,2
$16 : 4 = 4$	1 966	21,9	$42 : 6 = 9$	2 637	21,0
$15 : 5 = 3$	1 987	14,8	$9 + 7 = 15$	2 695	40,5
$4 + 3 = 6$	1 990	8,6	$11 - 3 = 9$	2 711	45,7
$10 : 2 = 4$	1 992	7,1	$14 - 5 = 8$	2 863	27,6

loin, mais voudrions à cet endroit encore souligner l'intérêt de telles images comme outil d'évaluation : non seulement elles permettent un diagnostic collectif rapide et facile, comme par exemple celui que nous venons de faire, mais aussi, au niveau individuel, elles permettent de diagnostiquer, par exemple et ici, une certaine sûreté s'accompagnant toutefois d'une assez grande lenteur chez l'élève 11, des insuffisances généralisées chez les élèves 17 et 18...

2.2. Comparaison des inégalités

Sur le tableau ci-dessus, il apparaît que :

- les soustractions de niveau 2, exceptée $12 - 6 = 6$, se retrouvent aux dernières places et atteignent des pourcentages d'échecs impressionnants si l'on tient compte du fait qu'en répondant au hasard on a une chance sur deux de réussir : ceci confirme l'observation des images ;

- ce sont surtout des égalités négatives (resp. positives) qui arrivent en queue (resp. tête). Ceci nous a incité à distinguer, aussi bien pour les TRu que pour les % d'échecs, 6 classes ordonnées regroupant la première les égalités pour lesquelles le TRu moyen (resp. le % d'échecs) est $\leq 1\,500$ ms (resp. 5 %), la deuxième les égalités pour lesquelles le TRu moyen est $> 1\,500$ ms et $\leq 1\,750$ ms (resp. le % d'échecs est $> 5\%$ et $\leq 10\%$), etc. et à ventiler les égalités négatives puis positives dans ces 6 classes : nous pouvons alors vérifier avec le test de la somme des rangs (Leach, 1979) si la différence de répartition entre égalités négatives et positives est significative. Pour les TRu elle l'est ($p < .01$), mais pas pour les % d'échecs ($p > .10$) ;

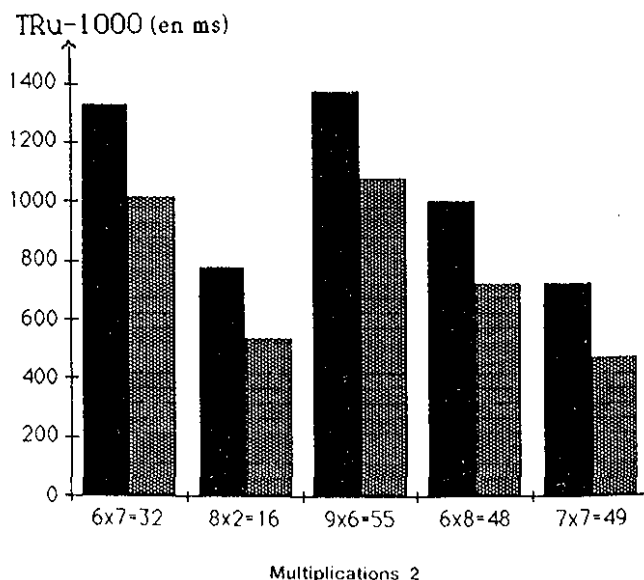
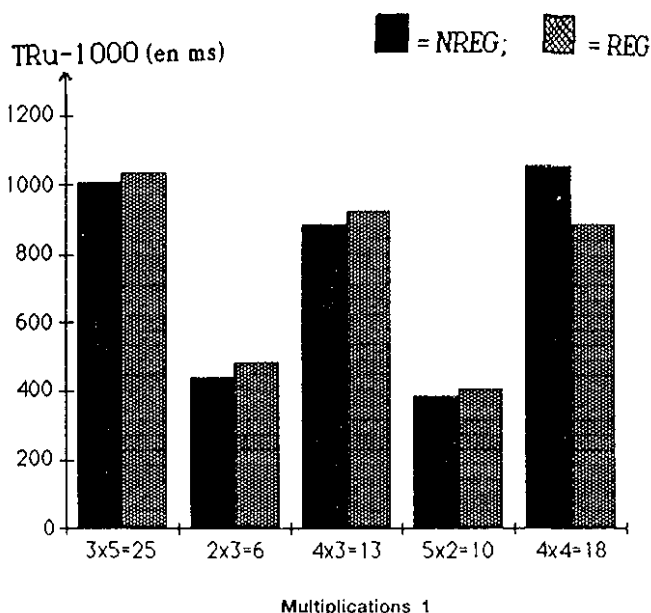
- les opérations inverses (resp. directes) — soustraction et division (resp. addition et multiplication) — se retrouvent assez nettement en queue (resp. tête). En procédant d'une manière analogue à celle ci-avant, nous trouvons également une différence statistiquement significative ($p < .01$), cette fois-ci aussi bien pour les TRu que pour les pourcentages d'échecs ; — enfin, les doubles — i.e. les égalités impliquant deux fois un même nombre — se situent avantagusement. En particulier $8 + 8 = 16$ et $12 - 6 = 6$ se distinguent très nettement des autres additions et soustractions de niveau 2. Et pour $4 \times 4 = 18$, qui ne semble pas suivre ce phénomène général, nous donnons une explication possible ci-après.

2.3. Comparaison des modalités.

Notre hypothèse « naturelle », inspirée par un modèle sériel de traitement, s'est assez bien vérifiée pour les calculs relativement complexes ($42 : 6 = 9$, $9 \times 6 = 54$...). Mais quelques calculs très simples (intuitivement les plus simples des opérations directes proposées : $2 + 2 = 5$, $1 + 3 = 4$, $3 \times 5 = 15$, $4 \times 3 = 12$, $2 \times 3 = 6$, $5 \times 2 = 10$) font très nettement exception. Nous proposons (voir ci-après), à

titre illustratif et parce que leur interprétation semble relativement aisée et intéressante, les histogrammes comparatifs obtenus pour les multiplications.

Histogrammes de comparaison de modalités



Ces histogrammes font apparaître :

— une faible supériorité (TRu moyen inférieur) de la modalité NREG pour 4 des 5 petites multiplications ;

— une supériorité fortement significative ($p < .01$ avec un test de la somme des rangs unilatéral) de la modalité REG pour chacune des 5 grandes multiplications ;

— que $4 \times 4 = 18$ constitue une exception à la non-supériorité de la modalité REG pour les petites multiplications. Cela peut s'expliquer par un effet d'interférence avec $4 + 4 = 8$. Un tel effet, qui illustre bien ce qui a été dit précédemment, s'exerce vraisemblablement beaucoup plus intensément dans la modalité NREG et met, par là-même, en évidence que $4 + 4 = 8$ est bien automatisée.

III. - AUTRES COMMENTAIRES ET INTERPRÉTATIONS

3.1. La non-différence entre modalités nous paraît un argument important en faveur d'une automaticité du calcul concerné. En effet, les histogrammes et commentaires ci-dessus montreraient que les petites multiplications sont bien automatisées, alors que les grandes ne le sont guère. Un tel résultat nous paraît en accord avec ce que l'on sait par ailleurs de la connaissance des ou de la table(s) de multiplication (voir par exemple Wheeler, 1941 ; ou Brousseau, 1973). En outre, le critère classique d'automaticité, à savoir un effet d'interférence, confirme que $2 \times 3 = 6$ est bien automatisée : l'égalité $2 + 3 = 6$ s'est avérée être l'addition de niveau 1 pour laquelle la supériorité des performances dans la modalité REG est la plus significative ($p < .001$). Si notre interprétation de la non-différence entre modalités est correcte, il nous faut alors souligner un résultat assez inattendu : $8 + 8 = 16$ donne lieu à un écart significatif ($p < .01$) des TRu ($\approx 0,15$ seconde) entre les modalités REG et NREG, et donc ne serait pas automatisée. Et pourtant, il s'agit de l'égalité la mieux réussie et de la troisième dans la hiérarchie des TRu moyens. D'un point de vue méthodologique, ceci confirmerait que la mesure des TR et l'étude de l'exactitude ne suffisent pas pour discriminer les calculs automatisés de ceux qui ne le sont pas.

3.2. La différence entre égalités positives et négatives ne mérite pas d'être commentée plus longtemps : l'expérience n'était pas en effet axée sur une telle comparaison et, en conséquence, on pourra toujours se demander si elle n'est pas due essentiellement à notre choix des égalités. Par contre, et bien que nous ne puissions pas l'exclure là non plus, une telle question semble moins pertinente pour ce qui concerne la **supériorité des opérations directes sur les opérations inverses** : nous avons en effet pris quelques précautions pour rendre les différentes opérations comparables. Par exemple, nous avons inclus

un et un seul double — les doubles sont connus pour être plus faciles — dans chaque opération de niveau donné. Néanmoins, il faut bien reconnaître que cette infériorité des opérations inverses d'une part n'est pas — compte tenu de leurs définitions mathématiques (usuelles) et de leurs modes d'apprentissage à l'école — vraiment étonnante, d'autre part qu'elle n'est en grande partie qu'une conséquence de ce qui nous paraît un constat plus important, à savoir la **faiblesse des soustractions** avec passage de la dizaine.

A propos de cette dernière, il est intéressant de souligner :

— qu'une différence sexuelle est apparue dans les deux soustractions — qui sont aussi les deux seules égalités pour lesquelles les réponses ne s'écartent pas significativement du hasard — les moins bien réussies : pour $11 - 3 = 9$, les performances des garçons sont significativement ($p < .05$) supérieures, et pour $16 - 7 = 9$ leurs réussites le sont (faiblement, $p < .10$) ;

— qu'elle semble remettre en question la hiérarchie ancienne, telle qu'elle a par exemple pu être établie par Ranschburg (rapporté dans Berger, 1926) au début de ce siècle, des opérations, à savoir par ordre de difficulté croissant : multiplication, addition, soustraction et division. Et cette observation prend un intérêt pédagogique certain si l'on rappelle que les programmes 1978 pour le CE (qui sont ceux auxquels les élèves de notre échantillon ont, en principe, été soumis) ont d'une part inversé (sans insister il est vrai) l'ordre d'introduction de la soustraction et de la multiplication, et, d'autre part suggéré de « calculer une différence par addition » (1).

3.3. Cette faiblesse des soustractions pourrait d'ailleurs elle-même en partie — mais en partie seulement, car $9 - 5 = 4$ est déjà difficile (lente et 17 % d'échecs) — provenir d'une autre difficulté plus générale : le **passage de la dizaine**.

Soulignons d'abord que le choix des additions de niveau 2 — toutes, sauf $9 + 7$, ont un résultat qui peut se déduire directement ($8 + 8$) ou à 1 près ($6 + 5$, $6 + 7$ et $8 + 9$) du double de l'un quelconque des deux termes de l'opération — risque de masquer quelque peu ce problème du passage de la dizaine. En effet, d'une part on sait que les calculs indirects en « passant » par un double de l'un des deux termes sont très prisés et peuvent être efficaces (illustration : Céd pour juger $6 + 7 = 13$, dit, à voix basse mais de manière audible, « sept et sept, quatorze : Juste ». Son TRu est 3 460 ms), d'autre part $9 + 7 = 16$ est très mal réussie : à partir des 59,5 % de réussites enregistrées, nous ne pouvons guère « garantir » que 19 % de réussites méritoires, tout se passant comme si les autres 81 % étaient des réponses au hasard (dont 40,5 % sont correctes et 40,5 % incorrectes).

D'où provient cette difficulté du passage de la dizaine ? Bien observée par les psychologues — par exemple, Svenson et Hedenborg (1979) ont dû éliminer les soustractions avec passage de la dizaine de leur analyse régressive car elles s'écartaient trop nettement des droites qui s'ajustaient fort bien au restant des résultats — et par les pédagogues « anciens », il semble que depuis 1970, le passage de la dizaine ne soit plus enseigné systématiquement. Et un examen rapide des manuels très récents pour les élèves de CP — le niveau où il est certainement le plus facile d'arriver à « donner » aux enfants des algorithmes d'additions mentales efficaces (car on n'est pas « concurrencé » par des algorithmes moins efficaces déjà bien enracinés) — montre qu'il en est toujours ainsi. En effet, si la plupart des manuels examinés (Audigier et al., 1985 ; Eiller et al., 1984 ; Gorlier et Perrot, 1985 ; Jardy et al., 1985 ; Thévenet, 1981) accordent bien une petite place à la recherche du complément à 10, en revanche, le passage classique de la dizaine, tel qu'il est par exemple présenté dans Müller et Wittmann (1977) qui en ont fait un thème didactique exemplaire, n'est que très accessoirement — sauf peut-être par Thévenet (1981) qui présente 4 passages de la dizaine et 4 de la vingtaine — traité. Ainsi, Jardy et al. (1985, guide pédagogique) ne le suggèrent qu'en approfondissement et sur un seul exemple, et Eiller et al. (1984, fichier de l'élève) ne présentent que deux exemples — $7 + 6$ et $8 + 5$ — en suggérant (livre du maître) qu'« il n'est pas sûr qu'il faille systématiser ce mode de calcul au cycle préparatoire ».

Bien entendu, on peut toujours penser, et Eiller et al. semblent le laisser sous-entendre, qu'un travail plus systématique sur le passage des dizaines sera proposé ultérieurement (au Cours Élémentaire) dans les collections dont les ouvrages cités ne sont souvent que le début. Observons d'ailleurs qu'un tel travail, en deuxième année d'école et conformément aux programmes bavarois, est décrit par Weinhold (1985). Néanmoins, il convient de remarquer que Leontiev (1959) a insisté sur le fait que de telles interventions dans le processus de formation des opérations mentales devraient arriver à leur heure car sinon le stade de formation concerné ne se développe pas (ou inadéquatement), et qu'en ce dernier cas il faut — pour « réparer » le mauvais départ — revenir au stade le plus primitif. On peut d'ailleurs se demander si une insuffisance initiale de l'orientation de l'apprentissage du passage de la dizaine ne conduit pas certains enfants à systématiser des procédures « encombrantes » [illustration : Cla, pour $9 + 7$, explique : « Je fais 9 plus 9, ça fait 18, moins 2, ça fait 15. Ah non (spontanément) : ça fait 16 » (2)] et, subséquemment, certains maîtres à diagnostiquer des « difficultés attentionnelles » en cas d'échec. Or, suggèrent Allardice et Ginsburg (1983) à qui nous venons déjà de faire quelques emprunts, ces dernières sont spé-

cifiquement liées à l'utilisation de procédures inutilement encombrantes — des procédures qui exigent une grande capacité attentionnelle — et ne sont nullement une caractéristique de l'enfant. Ces procédures encombrantes, avec la procédure spontanée de comptage (1 par 1) qui ne peut guère être achevée durant le délai de 5 secondes, suffisent à expliquer la faible performance à $9 + 7 = 15$.

Comme, en outre, on voit mal comment un passage classique de la dizaine, i.e. $9 + 7 = 9 + 1 + 6 = 10 + 6$, peut, pour $9 + 7$, échouer ou conduire à un TR de plus de 5 secondes, il est donc probable que, chez de nombreux élèves en fin d'école élémentaire, une telle procédure, rapide et correcte, n'est pas disponible ou, en tout cas, activée automatiquement. Là encore un exemple pris sur le vif illustre bien notre interprétation : Thi, à $9 + 7 = 15$, réfléchit et, au bout de quelques 3 secondes, se décide à appuyer (vraisemblablement au hasard) sur l'une des touches, en commentant : « Ben tant pis ! ».

IV. - CONCLUSIONS

4.1. Si nous voulons tirer une conclusion plus générale de certaines insuffisances des performances que nous avons mises en évidence, nous pouvons nous appuyer sur une réflexion de Resnick (1983). Après avoir rappelé que deux des grandes théories psychologiques de ce siècle — la Gestaltthéorie et la théorie de Piaget — ont toutes deux insisté sur les apprentissages structuraux et par compréhension aux dépens des habiletés procédurales, nous remarquons en effet que beaucoup d'éducateurs, inspirés par ces théories, ont activement argumenté contre toute sorte d'apprentissage procédural dans l'enseignement des mathématiques. Or, suggère Resnick, les habiletés procédurales ne sont nullement incompatibles avec — et peuvent même sous-tendre — la compréhension. En conséquence, **le rejet de l'apprentissage de procédures** de calcul mental comme le passage (classique) de la dizaine **ne semble guère**, sur le plan de la psychologie cognitive en tout cas, **justifié**.

4.2. Au-delà de ces insuffisances de performances, et des interprétations et explications que nous leur avons données, la méthode d'approche par les TR — ici appliquée sans problème majeur à tous les élèves des classes de l'échantillon — pourrait fournir **un critère opérationnel** (pour peu que l'on convienne d'un délai) de vérification, à l'un des objectifs des programmes récents (1985) pour l'école élémentaire. En effet, ces derniers parlent de la **mémorisation** des tables d'addition et de multiplication. Et la compréhension de ce terme ne va pas de soi. Nous en voulons pour preuve le fait que dans l'un (Gorlier et

Perrot, 1985) des manuels de CP examinés les auteurs ne parlent de mémorisation qu'à propos de sommes de la forme $10 + a = 1a$ ($a < 10$) et $b0 + a = ba$ ($b < 10$ et $a < 10$), des sommes dont nous pensons précisément qu'elles n'ont pas besoin d'être mémorisées (car leur reconstruction est quasi instantanée). Par contre, ce même manuel ne fait aucune place au passage de la dizaine, un passage dont nous avons montré qu'il n'atteint un certain niveau d'efficacité — fiable et rapide — que lorsque l'enfant peut s'appuyer sur des résultats (comme les doubles) ou des procédures (adéquates) bien mémorisés.

4.3. Mais notre recherche, par la distinction entre les deux modalités — opérations REGroupées et opérations Non-REGroupées, permet d'aller plus loin que ce simple

critère quantitatif : nous pensons avoir trouvé un critère (collectif) d'automatisme, à savoir la non-différence entre les deux modalités. En cas de non-différence on est en effet conduit à supposer que le traitement est de nature plutôt *parallèle* et, en conséquence, *qualitativement différent* du traitement plutôt *sériel* qui semble mis en œuvre lors des calculs qui se sont avérés plus difficiles dans la modalité NREG que dans la modalité REG. En conséquence, et en nous appuyant sur la théorie de Shiffrin et Schneider (1977), nous pouvons croire que nous avons bien, dans le premier cas, affaire à un processus automatisé.

Jean-Paul FISCHER
professeur, Ecole Normale,
Montigny-les-Metz

Notes

(1) En regardant les performances à $9 + 7 = 15$ on voit bien pourquoi, dans le cas de $16 - 7 = 9$, la technique de calcul de la différence par addition est inefficace. Et en regardant les performances à $12 - 6 = 6$ (bien que $6 + 6$ ne figure pas dans notre échantillon) on voit aussi que, pour cette égalité, elle a pu être très efficace. Mais la question, en dehors de tels cas extrêmes, est plus subtile : la grande différence de performances entre $5 + 4 = 9$ et $9 - 5 = 4$ peut suggérer que seule une mémorisation (sans recalcul) peut garantir une certaine efficacité. Au demeurant, on voit mal ce qui pourrait inciter un enfant à utiliser spontanément un « détour » par un autre calcul dont il est tout autant obligé de reconstruire le résultat.

(2) L'exemple que nous citons n'est que moyennement convaincant. Néanmoins, on peut remarquer qu'il nécessite déjà deux évaluations de différences (celle entre 9 et 7 et celle entre 18 et 2). D'où un risque d'erreur important. D'ailleurs une autre enfant, Sté, a, il nous semble, assez bien traduit la complexité d'une telle procédure : elle a dit qu'elle calcule 9 plus 9 et qu'alors « il faut encore enlever ». Précisons que Cla et Sté avaient toutes deux échoué en cours d'épreuve à $9 + 7 = 15$. Mais si l'on veut un exemple vraiment convaincant, on peut le trouver dans Allardice et Ginsburg (1983) : David, l'enfant cité, a calculé $8 + 4$ en passant par $8 + 8$, 16 et en comptant en arrière de 4 !

Références bibliographiques

- ALLARDICE B.S. et GINSBURG H.P. (1983). — Children's psychological difficulties in mathematics. In H.P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking*. New York : Academic Press.
- ASHCRAFT M.H. (1982). — The development of mental arithmetic : a chronometric approach. *Developmental Review*, 2, 213-236.
- AUDIGIER M.N., CLAVIÉ C., CLAVIER Y. et CLESSE C. (1985). — *Objectif calcul : Cours préparatoire*. Paris : Hatier.
- BERGER H. (1926). — Über Rechenstörungen bei Herderkrankungen des Grosshirns. *Archiv für Psychiatrie und Nervenkrankheiten*, 78, 238-263.
- BROUSSEAU G. (1973). — Notes sur l'apprentissage des opérations dans les naturels : la multiplication. In *Enseignement élémentaire des mathématiques (cahier n° 13)*. Bordeaux : IREM.
- DUORAIL J.C. (1978). — Apprentissage des mécanismes opératoires au CP et au CE. Bordeaux : IREM.

- EILLER R., GUYONNAUD M.T., RAVENEL S., MERTZ J. et RAVENEL R. (1984). — Math et calcul : CP (fichier de l'élève et livre du maître). Paris : Hachette.
- EPSTEIN W. et LOVITTS B.E. (1985). — Automatic and attentional components in perception of shape-at-a slant. *Journal of Experimental Psychology : Human Perception and Performance*, 11, 355-366.
- FISCHER J.P. (1985). — Mise au point d'un logiciel destiné à l'évaluation du degré d'automatisation des calculs numériques élémentaires (Rapport non publié d'un stage informatique & Enseignement). Nancy : IUT.
- GORLIER S. et PERROT G. (1985). — Math hebdo : CP. Paris : Hachette.
- JARDY J., JARDY J. et SOUMY J.G. (1985). — Vivre les mathématiques : CP (Fichier et guide pédagogique). Paris : Colin-Bourrelle.
- LEACH C. (1979). — Introduction to statistics : A nonparametric approach for the social sciences. New York : Wiley.

- LEONTIEV A.N. (1959). — Principles of mental development and the problem of intellectual backwardness. In B. & J. Simon (Eds), *Educational Psychology in the USSR*. London : Routledge & Kegan, 1963.
- McCLOSKEY M., CARAMAZZA A. et BASILI A. (1985). — Cognitive mechanisms in number processing and calculation : Evidence from dyscalculia. *Brain and Cognition*, 4, 171-196.
- MÜLLER G. et WITTMANN E. (1977). — Der Mathematikunterricht in der Primarstufe. Braunschweig : Vieweg.
- POSNER M.I. (1978). — Chronometric explorations of mind. Hillsdale : Erlbaum.
- RESNICK L.B. (1983). — A developmental theory of number understanding. In H.P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking*. New York : Academic Press.
- REYS R.E., RYBOLT J.F., BESTGEN B.J. et WYATT J.W. (1982). — Processes used by good computational estimators. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13, 183-201.
- SHIFFRIN R.M. et SCHNEIDER W. (1977). — Controlled and automatic human information processing : II. Perceptual learning, automatic attending, and a general theory. *Psychological Review*, 84, 127-190.
- SVENSON O. et HEDENBORG M.L. (1979). — Strategies used by children when solving simple subtractions. *Acta Psychologica*, 43, 477-489.
- SWART W.L. (1985). — Some findings on conceptual development of computational skills. *Arithmetic Teacher*, 32, 36-38.
- THÉVENET S. (1981). — Découvrir et calculer : math CP. Paris : Bordas.
- WEINHOLD B. (1985). — Wir überschreiten den Zehner im Zahlenraum bis 100. *Ehrenwirth Grundschrift Magazin*, n° 3, 17-18.
- WHEELER L.R. (1941). — A comparative study of the difficulty of learning the multiplication combinations. *Journal of Genetic Psychology*, 59, 189-206.
- WINKELMAN J.H. et SCHMIDT J. (1974). — Associative confusions in mental arithmetic. *Journal of Experimental Psychology*, 102, 734-736.