LE COMPTAGE ORAL
EN TANT QUE PRATIQUE VERBALE :
un rôle ambivalent dans le progrès des enfants

Rémi BRISSIAUD
IUFM de Versailles-Cergy
Université Paris 8 (Équipe « Cognition et activités finalisées »)

Résumé : Depuis 1986, les Instructions officielles préconisent à nouveau d'enseigner le comptage oral à l'école maternelle. Divers didacticiens des mathématiques considèrent que cette réhabilitation du comptage n'a pas fait l'objet d'un débat suffisant. Nous montrons dans cet article que ce débat peut également être mené en prenant comme point de départ une analyse du comptage oral en tant que pratique langagière.

Souvent, les jeunes enfants ne répètent pas le dernier mot de leur comptage pour répondre à une question du type « combien ? ». Les différentes interprétations de ce phénomène sont analysées et notamment celle qui soutient que l'apprentissage de la dénomination des quantités à partir d'un comptage oral se heurte à un obstacle linguistique. Certaines conditions favorisant le dépassement de cet obstacle linguistique sont recensées. Enfin, il est soutenu que cet obstacle peut être contourné parce que le comptage oral n'est pas la seule forme de comptage qu'un enseignant de petite ou moyenne section peut favoriser dans sa classe.

INTRODUCTION

Faut-il enseigner le comptage à l'école maternelle ? A partir de quel âge faut-il l'enseigner ? Et quel comptage faut-il enseigner ? Il s'agit là de questions que les pédagogues se posent depuis près de cent ans et qui, aujourd'hui encore, préoccupent toujours autant les didacticiens des mathématiques. Commençons par un bref historique des réponses apportées à la première de ces questions.

On dispose de nombreux textes qui montrent qu'entre 1945 et 1985, les pédagogues pensaient majoritairement qu'il convient d'**éviter que les élèves comptent unité par unité.** Ainsi, dans un ouvrage qui date de 1966, et qui est très représentatif de l'opinion pédagogique du moment, les auteurs jugent le comptage de la manière suivante :

« ... ce moyen commode n'est que mécanique. Et compter, ni décompter, n'est pas calculer. » (Fareng M. et Fareng G., 1966)

Le plus souvent, d'ailleurs, les « pédagogues anciens » (ceux d'avant la réforme de 1970) préconisaient l'usage des constellations et un enseignement direct du calcul, c'est-à-dire des décompositions des nombres :

« Ce n'est pas, nous semble-t-il, en remuant l'un après l'autre les quatre jetons d'une collection que l'enfant forme la notion de quatre et des décompositions. Ce serait plutôt, croyons-nous, en contemplant, à bonne distance, et d'une vue d'ensemble, simultanée, la constellation de 4 objets, que l'enfant sera illuminé par le nombre 4, qui est 2 + 2 et 3 + 1. » (Brachet, 1955).

Éviter le comptage unité par unité fut une obsession pour des générations de pédagogues pour lesquels l'opposition entre comptage et calcul n'était qu'un cas d'espèce de l'opposition plus générale entre l'**apprentissage par répétition** et l'**apprentissage par compréhension**.

La réforme de 1970, celle des « mathématiques modernes », et le vaste débat qui a suivi cette réforme, n'ont pas réhabilité le comptage, bien au contraire. En 1972, dans un article qui peut être considéré comme l'article « fondateur » de sa théorie des situations didactiques, Brousseau propose une progression où les enfants sont amenés à représenter des nombres sous forme additive (8 + 6, par exemple), « avant de savoir compter jusqu'à 14 ». En effet, pour écrire combien il y a d'éléments dans une collection de quatorze objets, un enfant de C.P. peut procéder de deux façons :

- soit il compte, ce qui aboutit au mot-nombre « quatorze », et il produit l'écriture correspondante « 14 »,
- mais s'il ne sait pas compter jusque là (et si le pédagogue ne souhaite pas lui apprendre dès ce moment), l'enfant peut utiliser une décomposition de la collection (une partie de 8 objets et une autre de 6, par exemple) et désigner la quantité par l'« écriture additive » « 8+6 » (s'il connaît chacun de ces nombres plus petits).

Une rupture se produit **avec les Instructions officielles de 1986** pour l'école maternelle. On pouvait y lire que l'enfant « apprend et récite la comptine numérique ». Seule une étude approfondie permettrait de comprendre un tel changement de position, mais il est certain que la diffusion des travaux d'une psychologue américaine, R. Gelman, a joué un rôle important dans cette évolution (le point de vue de cette psychologue sera présenté succinctement dans la suite de cet article). Cette réhabilitation du comptage s'est trouvée confirmée dans le texte ministériel du 9 mars 1995 qui fixe les programmes actuels de l'école maternelle. On peut y lire en effet (p. 19), que l'enseignant doit favoriser la « fixation et (l')extension de la comptine parlée » ainsi que le « dénombrement en utilisant la comptine ».

Cette réhabilitation fait-elle pour autant l'unanimité ? Non, loin s'en faut. Rappelons que, dès la parution des I.O. de 1986, nous appelions les pédagogues à la prudence dans un article intitulé « Compter à l'école maternelle ? Oui, mais... » (Brissiaud, 1989a). Plus récemment, Brousseau (1994, p. 109) juge sévèrement ce qu'il appelle une « contre-réforme » :

« ... on avait beaucoup diversifié les situations d'apprentissage des nombres au cours préparatoire dans les années 70-80 de façon à leur donner un sens plus correct et plus riche. Le comptage devait accompagner l'apprentissage mais non en être le guide et l'essence. On a vu revenir, comme une avalanche, l'apprentissage des nombres par le seul comptage... Je regrette que cette contre-réforme, due à des phénomènes d'obsolence et au rythme trop lent des progrès en didactique, se soit faite sans débat et ait balayé de la culture des enseignants des connaissances utiles et chèrement acquises. »

Dans cet article, nous essaierons de faire avancer le débat en abordant successivement les **3 thèmes** qui suivent.

1°) Nous ferons rapidement le point sur l'**état de ce débat en psychologie.** En effet, les travaux de Gelman datant de la fin des années 70 ont eu un rôle déclencheur dans ce que Brousseau appelle la « contre-réforme ». Il est évidemment intéressant de savoir que les termes du débat en psychologie ont beaucoup évolué depuis cette époque.

2°) Nous montrerons qu'une analyse du comptage **en tant que pratique langagière**, c'est-à-dire en adoptant un point de vue qui pourrait être celui d'un didacticien du français, invite également à une grande prudence dans son emploi en maternelle.

En fait, la critique menée aujourd'hui par certains didacticiens des mathématiques (Brissiaud, 1989b ; Briand, 1993 ; Brousseau, 1994) rejoint celle des pédagogues anciens. Pour l'essentiel, elle s'exprime de la manière suivante. Quantifier une collection nécessite d'en **énumérer** les unités. Il faut à la fois être exhaustif et éviter les répétitions. Or le comptage privilégie une seule forme d'énumération (une énumération de proche en proche, par « chaînage » des unités), alors qu'**une autre sorte d'énumération est possible**, par décomposition-recomposition, et que cette seconde sorte prépare mieux à l'addition et à la numération décimale.

Nous montrerons
a) que lorsqu'on analyse le comptage en tant que pratique langagière, la critique qu'on est amené à faire repose sur des éléments qui n'ont pas été pris en compte par un didacticien des mathématiques tel que Brousseau ;
b) que cette critique conduit à des conclusions qui vont dans le même sens que les siennes. Globalement, ces conclusions s'en trouvent donc renforcées. D'où la question qui sous-tend cet article : « L'analyse du comptage oral en tant pratique verbale en **souligne** le rôle ambivalent dans le progrès des enfants. »

3°) Nos questions de départ étaient les suivantes : faut-il enseigner le comptage à l'école maternelle ? A partir de quel âge faut-il l'enseigner ? Et quel comptage faut-il enseigner ? Nous réexaminerons ces questions à la lumière des analyses précédentes. Nous essaierons à la fois de donner **des indications sur des pratiques pédagogiques possibles** dès aujourd'hui à l'école maternelle, **mais aussi sur certaines recherches** qu'il serait intéressant de mener dans le futur.

1. LES TERMES DU DÉBAT, AUJOURD'HUI, EN PSYCHOLOGIE DES APPRENTISSAGES NUMÉRIQUES

Schaeffer, Eggleston et Scott (1974) ont, les premiers, mis en évidence un phénomène souvent commenté depuis : lorsqu'un enfant apprend à compter précocement, ses comptages ne lui permettent généralement pas de répondre à une question du type « combien y a-t-il de ...? ». Le dialogue suivant est très fréquent avec des enfants de 3/4 ans :

Adulte : *combien y a-t-il de jetons ?*
Enfant (en comptant les jetons) : *un, deux, trois, quatre.*
Adulte : *oui, alors combien y a-t-il de jetons ?*
Enfant (recompte les jetons) : *un, deux, trois, quatre.*
Adulte : *je suis d'accord, mais combien y a-t-il de jetons ?*
Enfant (recompte encore) : *un, deux, trois, quatre.*

Cet enfant met bien en correspondance terme à terme les mots-nombres et les jetons de la collection, mais il n'isole pas le dernier mot-nombre prononcé pour répondre à la question posée. Tout se passe comme si le comptage dans son ensemble était la réponse à la question commençant par « combien ». L'enfant reste **apparemment incapable d'exploiter ce comptage pour exprimer la quantité**. On comprend l'inquiétude des « pédagogues anciens » devant ce type de comportement qui semble résulter d'un pur conditionnement. C'est vers 4 ans environ que les enfants isolent le dernier mot prononcé pour le fournir comme réponse. Cependant, les psychologues s'opposent sur l'explication qu'il convient d'avancer d'un tel progrès. Certains (Gelman et Gallistel, 1978 ; Vergnaud, 1991) pensent que l'enfant qui répète le dernier mot d'un comptage ou change l'intonation de ce mot, manifeste ainsi sa connaissance implicite du concept de cardinal. D'autres (notamment Fuson, 1988) sont plus méfiants et pensent que, souvent, les enfants répètent le dernier mot parce qu'ils savent que cela correspond à l'attente de l'adulte, qu'ils sont donc susceptibles de répéter ce mot alors qu'ils n'en ont pas encore perçu la valeur cardinale.

1.1. Une première explication du fait que l'enfant répète le dernier mot : les notions de « principe cardinal » et de « cardinal en acte »

Gelman et Gallistel (1978), sont à l'origine de la première position. De leur point de vue, le comptage est une activité trop complexe pour n'être que le résultat d'un entrainement et le fait que les enfants apprennent précocement à compter permet de penser qu'ils connaissent, de façon implicite, et de façon « innée », des « **principes** » qui sont ceux **d'un comptage performant,** et dont les trois principaux sont les suivants :

1) le principe de correspondance terme à terme : chaque élément de la collection doit être apparié à un mot-nombre et un seul ;

2) le principe de suite stable : à chaque comptage, les mots-nombres (« un », « deux », « trois »...) doivent être engendrés dans le même ordre ;

3) le principe de cardinalité : le dernier mot-nombre prononcé n'a pas le même statut que les autres ; il désigne la quantité d'éléments de la collection.

Ce n'est pas notre propos ici d'analyser en détail cette approche (on pourra se reporter à Fayol, 1990 ; Baroody, 1991 ; Brissiaud, 1994, 1995, à paraître). Disons tout de même qu'il s'agit là d'un point de vue concernant les acquisitions numériques qui est très proche de celui de Chomsky concernant les acquisitions langagières. La distinction entre **compétence et performance** y joue notamment un rôle crucial parce qu'elle permet d'expliquer tous les écarts observés entre la compétence supposée et les performances effectivement observées. Signalons surtout que devant l'accumulation de résultats incompatibles avec une telle approche, Gallistel et Gelman (1992), ont reconnu que ce qu'ils appellent le principe de cardinalité n'est peut être pas maitrisé de façon aussi précoce qu'ils l'ont longtemps cru.

La position de Vergnaud (1991, 1994) est plus intéressante. Cet auteur a le souci de montrer que, pour l'essentiel, les connaissances du jeune enfant sont **des compétences qui naissent de l'action.** Il parle du « schème du dénombrement » et non de « procédure de dénombrement » pour signifier que l'action de compter conduit l'enfant à des « prises de position sur le réel » (Vergnaud, 1993) qu'il appelle « **théorème en acte** » ou « **concept en acte** ». Considérons par exemple le cas d'un enfant qui a dénombré six objets alignés en les comptant de gauche à droite, par exemple, et qui, quelque temps après, ne souvient plus combien il y a d'objets. Si cet enfant recompte les objets dans le sens inverse, une interprétation possible de la liberté qu'il s'accorde ainsi, est qu'il utilise le théorème en acte selon lequel le cardinal est indépendant de l'ordre dans lequel on a compté. Il s'agit bien entendu d'une connaissance implicite que seule l'action révèle.

De même, Vergnaud considère que l'enfant qui répète le dernier mot prononcé lors d'un comptage a construit une connaissance implicite qui est le concept en acte de cardinal. Bien qu'il critique l'aspect innéiste de l'approche de Gelman (cf. Vergnaud 1990), l'auteur retient l'analyse du comptage de la psychologue américaine et il fait sien le critère qu'elle utilise pour affirmer qu'un comptage est cardinalisé lorsqu'il écrit : « la cardinalisation, bien repérée aujourd'hui dans les conduites des enfants, lorsqu'ils répètent le dernier mot dans un dénombrement *(un, deux, trois, quatre ; quatre !),* ou qu'ils le soulignent par une tonalité particulière *(un, deux, trois, quatre !)* ; et lorsqu'ils sont capables de répondre à la question *combien ?* sans recompter à nouveau, en répétant simplement *quatre* ! (Vergnaud, 1991)

1.2. Une deuxième explication du fait que l'enfant répète le dernier mot : la notion de « règle du dernier mot prononcé »

Selon cette autre explication, certains enfants qui répètent le dernier mot d'un comptage n'ont encore aucune connaissance, même implicite, de la cardinalité. Ils se comportent ainsi parce qu'ils savent que c'est l'attente de l'adulte. Fuson (1988) dit de ces enfants qu'ils utilisent une « règle du dernier mot prononcé ».

Il est en effet très fréquent que les adultes enseignent une telle règle. Si dans une Moyenne section, par exemple, un enseignant demande à un enfant combien il y a d'objets dans une collection et que l'enfant compte *un, deux, trois, quatre* sans fournir la réponse attendue. Si l'enseignant repose la question, que l'enfant compte à nouveau *un, deux, trois, quatre* et qu'il ne répond toujours pas, l'enseignant dit souvent à l'enfant : *Mais tu viens de le dire combien il y a d'objets : quatre. Regarde : un, deux, trois, quatre, il y a quatre objets.*

Or Fuson (1988) a montré qu'un tel enseignement est très efficace. En utilisant un dialogue tel que celui qui vient d'être rapporté, le maître enseigne à des enfants qui ont entre 2 ans 1/2 et 4 ans à isoler le dernier mot de leur comptage pour répondre à la question *combien* ?, ce que de nombreux enfants, même parmi les plus jeunes, réussissent à faire. Mais Fuson (1988) ne se fait pas d'illusion : elle pense que, pour beaucoup de ces enfants, la cardinalité n'est aucunement impliquée dans ce comportement, qu'ils ne font que s'adapter à l'attente de l'adulte.

De nombreux résultats concernant des enfants qui ont entre 2 ans 1/2 et 4 ans sont venus récemment conforter cette analyse. Ils ont été obtenus dans le cadre d'une tâche où on demande aux enfants : *Donne moi N objets,* plutôt que de leur demander *Combien y a-t-il d'objets ?* En effet, Gelman a toujours utilisé le premier type de question. Or il serait difficile de parler de « principe » ou de « connaissance conceptuelle » concernant le fait de répéter le dernier mot à une question du type *Combien y a-t-il... ?,* si l'enfant se révélait incapable de généraliser l'utilisation de cette connaissance à un contexte très proche, quand la question est posée sous la forme *Donne moi N objets.*

C'est pourtant ce qu'on observe : les enfants répètent plus souvent le dernier mot de leur comptage lorsque la question est *Combien y a-t-il ... ?,* qu'ils ne réussissent à donner la quantité demandée lorsque la question est *Donne moi N objets* (Frye & al, 1989 ; Wynn, 1990, 1992).

Un tel résultat conduit à l'interrogation suivante : l'utilisation de la notion piagétienne de « schème » pour parler du dénombrement est-elle toujours pertinente ? Il convient en effet de rappeler que Piaget parle de « schème » avant tout pour désigner le caractère généralisable de l'action. Ce mot s'oppose à celui de « procédure » qui, au sens où le cognitivisme princeps l'emploie, renvoie au caractère prescriptif de l'action, à l'usage de règles. Une procédure est une action qui est « informée » par les connaissances, alors que le schème est une action qui, dans son aspect assimilateur, catégorise les situations rencontrées par les sujets, et dans son aspect accomodateur, contient en germe des connaissances futures (Bideaud et Houdé, 1991).

Lorsque le fait d'isoler le dernier mot d'un comptage est strictement limité au contexte de la question *Combien ?*, vaut-il mieux parler de « procédure » ou de « schème » ? Vaut-il mieux insister sur le caractère prescriptif de la procédure de comptage (sur l'absence, à ce moment, d'une classe de situations où l'enfant est susceptible de montrer en acte qu'il comprend la cardinalité) ou sur le fait que l'action de compter contient en germe des connaissances futures ?

1.3. Les enjeux didactiques de ce débat

Remarquons tout d'abord que les deux explications précédentes peuvent avoir cours : il est vraisemblable que chez certains enfants le fait de répéter le dernier mot de leur comptage révèle une connaissance de la cardinalité et chez d'autres non. La question qui se pose au pédagogue est cependant la suivante : faut-il oui ou non enseigner le comptage oral en Petite ou Moyenne section de maternelle, et faut-il notamment enseigner la règle du dernier mot prononcé ? A vrai dire, ni Vergnaud, ni Fuson ne répondent à cette question. Ils semblent considérer que l'enseignement du comptage verbal à l'école va se soi, ce qui est loin d'être le cas lorsqu'on sait que celui-ci a été proscrit des écoles françaises pendant près de cinquante ans.

Si l'on essaie tout de même de répondre à cette question en s'appuyant sur les points de vue théoriques des auteurs précédents, on peut considérer que la position de Vergnaud, qui ne fait pas la distinction entre « procédure de comptage » et « schème de comptage », conduit à **une attitude optimiste concernant l'enseignement du comptage** : parler exclusivement du « schème du comptage », c'est en souligner les effets bénéfiques éventuels. En revanche, l'analyse de Fuson attire l'attention du pédagogue sur le fait que certains enfants peuvent avoir l'apparence du savoir (ils se comportent comme s'ils disposaient d'une notion de cardinalité) sans réellement avoir ce savoir. Du coup, le pédagogue peut hésiter avant de donner aux enfants ce **« vernis comportemental ».**

Parmi les recherches récentes, certaines nous semblent fournir un éclairage nouveau sur ce débat : ce sont celles qui analysent le comptage oral en tant que pratique verbale.

2. L'OBSTACLE LINGUISTIQUE INHÉRENT À L'APPRENTISSAGE DE LA CARDINALITÉ À PARTIR DU COMPTAGE VERBAL

2.1. La notion de comptage-numérotage

Comment se fait-il que lorsqu'on demande à un jeune enfant combien il y a d'objets dans une collection, il n'isole pas précocement le dernier mot de son comptage pour le fournir comme réponse ?

2.1.1. Le comptage-numérotage

L'explication la plus probable de ce comportement est la suivante : lorsqu'un enfant compte, il dit chacun des mots-nombres *(un, deux...)* en pointant un des objets avec le doigt et, de son point de vue, *chaque mot-nombre se rapporte donc à l'objet pointé* : il y a *le un, le deux, le trois, le quatre*. Le dernier mot-nombre prononcé *quatre* est lui aussi une sorte de **numéro** : il réfère à l'objet pointé, c'est-à-dire au seul dernier objet et non à la quantité qui est une propriété de la totalité des objets. C'est pourquoi nous avons proposé (Brissiaud, 1989b) d'appeler ce type de comptage un **comptage-numérotage**.

En fait, les enfants ne font qu'employer les mots-nombres comme ils le feraient de tout autre mot : lorsqu'on dénomme des objets de façon qualitative en prononçant, comme dans un comptage, des mots tous différents: *gomme, trousse, stylo, cahier,* le dernier mot prononcé, *cahier* réfère à l'objet ainsi nommé et en aucun cas à l'ensemble des objets. Il s'agit évidemment d'un lien de référence transitoire, comme c'est le cas lorsqu'on distribue des dossards à des coureurs : le temps de la course, on sait quel est *le 4, le 12,* mais ce lien de référence change lors de la course suivante. Ainsi si l'on demande à un enfant qui vient de compter de gauche à droite, de recommencer de droite à gauche, de nouveaux liens de référence s'installent mais, et c'est ce qu'il importe de souligner, **chaque mot-nombre réfère toujours à un objet et un seul.**

Diverses observations viennent à l'appui de cette interprétation. Considérons ainsi cette expérience de Fuson (1988, p. 216) où l'auteur interroge des enfants (entre 3 ; 2 et 4 ; 9) qui ont compté N soldats et qui **ont utilisé la règle du dernier mot prononcé.** Elle leur pose trois fois la question *Est-ce que ce sont bien là les N soldats ?,* alors qu'elle pointe respectivement tous les soldats, tous les soldats sauf le dernier et enfin **le dernier soldat.** Sur 20 enfants, seuls 5 réussissent cette épreuve, les autres choisissant le plus fréquemment le dernier soldat pointé comme référent du mot-nombre N. Et ceci malgré la forme linguistique de la question posée, où le pluriel est autant marqué en anglais qu'en français *(are these the n soldiers ?).*

2.1.2. Un fonctionnement linguistique spécifique

Il faut bien voir que le **fonctionnement linguistique** des mots-nombres dans le contexte d'un comptage oral est **très spécifique** car dans tous les autres contextes, quand un enfant pointe un objet en prononçant un mot, il établit ainsi un lien de référence entre cet objet ou une propriété de cet objet, et le mot prononcé. Et ceci ne doit pas être considéré comme un épiphénomène : dans la théorie de Markman (1989, 1990) relative à l'acquisition du lexique, c'est parce qu'il procède ainsi que l'enfant apprend à parler à une telle rapidité.

Considérons en effet le cas d'un adulte qui désigne un chien à un jeune enfant en prononçant le mot *chien* ; cet enfant peut penser qu'on lui désigne ainsi la race (épagneul), une partie de ce chien (une patte), sa taille, sa forme, sa couleur, sa position dans l'espace etc. (1). Comment se fait-il que les enfants convergent vers la bonne hypothèse alors qu'il en existe une multitude ? Markman montre que les enfants fonctionnent conformément à trois principes :

1°) si le mot prononcé est nouveau, ils pensent qu'il réfère à l'objet dans sa totalité (et non à une partie ou à une propriété de cet objet) ;

2°) ils pensent que l'information communiquée est d'ordre taxinomique et non d'ordre thématique ;

3°) ils s'attendent à ce que chaque objet ait un nom et un seul.

Ce dernier principe est important, parce qu'il explique que lorsqu'un adulte pointe une pomme en disant *rond,* l'enfant qui connaît le mot *pomme* passe à un deuxième niveau d'hypothèse : le mot prononcé réfère à une partie, à la substance ou à une propriété de l'objet.

Dans la théorie de Markman, donc, il existe deux niveaux parmi les hypothèses que fait l'enfant : d'abord l'objet dans son ensemble, puis une partie, la substance ou une propriété de l'objet. Mais l'enfant fait toujours l'hypothèse que le mot prononcé réfère à l'objet pointé. **Le pointage, dans le contexte du comptage est une exception notable.** L'enfant, dans ce contexte, ne peut pas s'appuyer sur ses connaissances langagières pour construire le nombre.

On ne s'étonnera donc guère qu'une des rares études des interactions langagières mères-enfants à propos du nombre (Durkin, Shire, Riem, Crowther et Rutter 1986) montre que les mères se méfient souvent du comptage et qu'elles ont alors avec leur enfant des dialogues comme celui-ci :

La mère (qui est filmée dans une pièce avec son fils Stephan 30 mois) : *Combien y a-t-il de caméras ici ?...*
Enfant : *?*
La mère : *Quatre caméras.*
Enfant : *Quatre caméras ?*
La mère : *Oui, une là, une là, et il y en a une là et encore une là.*

Si cette mère avait compté *un, deux, trois, quatre,* elle aurait prononcé *quatre* alors qu'elle pointait **une seule** caméra *(« la quatre »).* C'est pourquoi elle est attentive à proposer comme synonyme de *quatre* la suite *une, une, une et encore une.* Elle pense ainsi que *quatre* sera mieux compris. De cette façon, elle réserve l'usage de *quatre* pour désigner la totalité, la **quantité.** Elle utilise la logique langagière du calcul (4=1+1+1+1) et non celle du comptage. Bien entendu, il s'agit là d'un « savoir pédagogique implicite ». Si on faisait remarquer à cette mère qu'elle n'a pas compté, elle serait vraisemblablement la première surprise. On peut penser qu'elle a préalablement remarqué des incompréhensions chez son enfant, liées à la pratique du comptage, et qu'elle a inventé, en situation, cette nouvelle sorte de dialogue. Les auteurs de cette étude précisent que ce type d'observation n'est pas anecdotique, qu'il est fréquent.

2.2. Ce n'est pas dans le contexte du comptage oral que les enfants apprennent que les mots-nombres désignent des quantités.

Un argument important en faveur de la thèse selon laquelle le comptage oral n'aide guère à comprendre que les mots-nombres désignent des quantités, mais au contraire y fait obstacle, consisterait à montrer que les enfants acquièrent le sens quantitatif des mots-nombres **en dehors du contexte du comptage.** Tous les observateurs des enfants nord-américains s'accordent pour souligner la grande pratique du comptage qu'ont les enfants et pourtant, ce serait en dehors de ce contexte que les enfants apprendraient qu'un mot-nombre tel que cinq réfère à une quantité !

2.2.1. Deux niveaux

Or, dans une recherche de 1992, Wynn montre qu'il faut **distinguer deux niveaux dans la compréhension du fait que les mots-nombres ont un sens quantitatif :**

- au premier niveau, les enfants savent que les mots-nombres désignent des quantités, ils savent que le mot *quatre,* par exemple, désigne une quantité, mais ils ne savent pas encore expliciter la quantité correspondante : ils ne savent pas encore donner 4 objets en les comptant ;
- au second niveau, non seulement les enfants savent que les mots-nombres désignent des quantités, mais ils savent, de plus, apparier tel mot-nombre à telle quantité, grâce au comptage.

Pour comprendre le principe de l'expérience de Wynn (1992), considérons le cas d'un enfant qui :

1°) sait donner jusqu'à 3 objets dans le contexte de la tâche *Donne moi N objets,* mais qui ne sait pas encore en donner 4 (dans ce dernier cas, il en fournit plutôt une poignée prise au hasard) ;

2°) qui, en revanche, sait compter jusqu'à 4, voire plus, dans le contexte de la tâche *combien y a-t-il d'objets ?*

On peut en conclure qu'on a affaire à un enfant qui a appris à compter jusqu'à 4 ou plus de 4, mais qui n'a pas encore compris comment ce comptage permet de construire une collection ayant ce nombre d'éléments : le comptage ne lui permet pas encore d'accéder à la représentation linguistique d'une quantité de quatre objets.

2.2.2. Le sens quantitatif des mots

Pour mettre en évidence le fait que cet enfant comprend quand même que le mot *quatre* réfère à une quantité (sans savoir exactement laquelle), on lui montre une image contenant dans la partie supérieure 3 chiens noirs, et dans la partie inférieure 4 chiens blancs, par exemple, et on lui pose la question :
Est-ce que tu peux me montrer là où il y a quatre chiens ?

Si l'enfant réussit, on peut interpréter cette réussite de la manière suivante : comme il sait ce qu'est une collection de 3 (il sait donner 3 objets), il désigne la bonne collection par exclusion (2). Mais si l'on a pris la précaution de poser la question *Est-ce que tu peux me montrer là où il y a quatre chiens ?* parmi d'autres où l'expérimentateur demande de montrer l'endroit où il y a des chiens noirs, des chiens de petite taille etc., l'interprétation précédente ne tient que si l'enfant a compris la question, c'est-à-dire a compris que le mot *quatre* qui est contenu dans la question renvoie à une information d'ordre quantitatif. On a donc affaire à un enfant qui sait que le mot *quatre* renvoie à une quantité, bien qu'il ne sache pas encore expliciter la quantité correspondante. Wynn (1992) montre que dans les conditions décrites ci-dessus, la réussite est très importante : 83% des enfants qui ne savent pas encore donner 4 objets en comptant, comprennent le sens quantitatif du mot *quatre* dans le contexte de la tâche précédente. Ce n'est donc pas dans le contexte du comptage que ces enfants ont appris que ce mot *quatre* renvoie à une quantité.

2.2.3. Une acquisition en interaction langagière

Si ce n'est pas dans le contexte du comptage que les enfants apprennent qu'un mot-nombre tel que *quatre* désigne une quantité, comment l'apprennent-ils ? Wynn avance l'hypothèse plausible que c'est en s'appuyant sur la syntaxe des phrases où les mots-nombres apparaissent : *il y a quatre chiens dans la cour* par exemple. Elle remarque en effet :

1°) que les mots-nombres quand ils sont adjectifs numéraux apparaissent comme des déterminants d'un nom et la plupart de ces déterminants ont un sens quantitatif : ***quatre** souris, **une** souris, **des** souris, **les** souris, **quelques** souris, **beaucoup** de souris* etc. ;

2°) que les déterminants ont des caractéristiques syntaxiques communes: ils précèdent toujours les noms qu'ils déterminent, ils ne peuvent pas les suivre, par exemple. Ou encore : en anglais, un nom au singulier est toujours précédé d'un déterminant : **dog bit the mailman* n'est pas acceptable contrairement à *a / some / the / one dog bit the mailman* et un adjectif ne suffirait pas à rendre la première phrase acceptable. En français, cette propriété s'étend aux noms qui sont au pluriel ;

3°) Wynn rapporte des recherches qui montrent que dès 2 ou 3 ans, les enfants connaissent la syntaxe des déterminants et sont sensibles à leur sémantique.

Les conditions sont donc réunies pour que l'acquisition du sens quantitatif des mots-nombres résulte des interactions langagières de l'enfant avec son entourage. Rappelons encore une fois : dans ce contexte, l'enfant apprend seulement que chaque mot-nombre réfère à une quantité, il est encore incapable, quand le nombre d'éléments dépasse 2 ou 3, d'apparier tel mot-nombre à telle quantité.

3. FAUT-IL ENSEIGNER LE COMPTAGE ? QUAND FAUT-IL L'ENSEIGNER ? ET QUEL COMPTAGE FAUT-IL ENSEIGNER ?

Les recherches récentes mettent donc en évidence que non seulement le comptage oral n'aide guère les enfants à comprendre que les mots-nombres réfèrent à des quantités, mais que de plus il y fait obstacle du fait que les mots-nombres y sont utilisés en tant que numéros. Ceci n'est évidemment pas un argument rédhibitoire devant conduire à proscrire tout enseignement du comptage oral. Il est bien connu, par exemple, que l'enseignement des nombres entiers crée un obstacle à la compréhension des nombres décimaux (le fait que 12 > 4 conduit de nombreux enfants à penser que 5,12 > 5,4) et pourtant nul ne songe à différer l'enseignement des nombres entiers. Dans ce dernier cas, l'unanimité se fait pour considérer qu'il s'agit là d'un obstacle « naturel » que l'enfant doit nécessairement dépasser.

C'est pourquoi, dans la suite de cet article, nous abordons successivement deux questions. La première se pose quand on se place dans la situation où il y a effectivement un enseignement du comptage oral : elle consiste à s'interroger sur les conditions qui favorisent chez l'enfant le dépassement de l'obstacle linguistique inhérent à la pratique de ce comptage. La seconde question consiste à s'interroger sur des conditions qui feraient que les enfants n'aient pas à surmonter cet obstacle dans la mesure où le comptage oral ne serait pas l'outil culturel privilégié par les éducateurs entre 2 ans 1/2 et 4 ans environ. L'obstacle linguistique inhérent à la pratique du comptage oral est-il « naturel », incontournable ?

3.1. Les conditions qui favorisent le dépassement de l'obstacle linguistique inhérent à la pratique du comptage oral

Après avoir montré qu'il est facile d'amener un enfant à répéter le dernier mot de son comptage pour le fournir comme réponse à une question du type *combien* ?, Fuson (1988, p. 214) exprime ses doutes sur la nature du savoir-faire ainsi installé : « Quant à savoir si cet enseignement conduit à l'application d'une règle du dernier mot prononcé, sans que la cardinalité soit impliquée, ou à une véritable réponse cardinale, cela semble dépendre (...) des connaissances antérieures de l'enfant concernant la cardinalité. »

Quelles sont ces **connaissances antérieures** concernant la cardinalité qui sont susceptibles d'aider l'enfant à donner un réel statut cardinal au dernier mot prononcé lors d'un comptage ?

3.1.1. Reconnaitre directement les quantités

Si l'on excepte Gelman, un accord général se fait quant au rôle crucial joué par le *subitizing*. Rappelons qu'on appelle ainsi la possibilité de **reconnaître une quantité de 1, 2 ou 3 objets « directement »,** sans processus énumératif explicite tel que le comptage. Le fait qu'on ait limité ce phénomène aux 3 premiers nombres peut surprendre le lecteur qui, à partir de son expérience courante, peut croire qu'il est capable de « *subitiser* » une quantité de 4 éléments. Mais il s'agit là d'une impression trompeuse car le processus correspondant n'est pas aussi élémentaire que celui qu'on appelle *subitizing* : pour reconnaître rapidement une quantité de 4 éléments, il faut savoir explicitement que 2 + 2 = 4 ou 3 + 1 = 4 et réaliser l'une de ces décompositions dans la collection présentée ; le *subitizing* à proprement parler, lui, est limité à 3 (Fischer, 1991, 1992).

Il est assez simple de comprendre pourquoi le *subitizing* est susceptible de jouer **un rôle crucial** dans le progrès de l'enfant : il existe ainsi une plage numérique, celle des trois premiers nombres, où la reconnaissance des quantités ne dépend pas de la mise en œuvre d'un comptage-numérotage. A l'intérieur de cette plage numérique, l'enfant a la possibilité d'utiliser directement les mots-nombres pour désigner des quantités, les mettre en relation selon la logique du calcul *(un et encore un, c'est deux* et non, comme dans le comptage : *un, deux, **deux**)*. Cela ne peut que favoriser la généralisation de cet emploi des mots-nombres.

D'une certaine manière, on peut considérer que les processus que les « pédagogues visuels » d'avant 1970 cherchaient à installer artificiellement sur une grand plage numérique, grâce à l'usage pédagogique des constellations, ont cours naturellement, mais restent dans ce cas limités aux trois premiers nombres.

3.1.2. Mettre en phrases les quantités

Outre les connaissances issues du *subitizing,* la recherche de Wynn que nous avons présentée plus haut souligne l'importance, pour l'accès à la cardinalité, des dialogues adulte-enfant où **l'adulte « met en phrases » la désignation des quantités,** que celles-ci soient indéfinies comme dans l'utilisation de « beaucoup de », « quelques », etc., ou définies comme c'est le cas avec les mots-nombres.

3.1.3. Construire des représentations dans l'action

Un dernier élément nous semble fondamental à souligner : la « qualité » du comptage-numérotage d'un enfant, conditionne vraisemblablement son accès à la cardinalité. Dans Brissiaud (1989b, 1991), nous soulignions que souvent l'emploi d'un comptage-numérotage peut conduire à une représentation de la quantité, mais qu'il s'agit dans ce cas d'une représentation *enactive* de la quantité (Bruner, 1964), c'est-à-dire liée à l'action, « prise » dans cette action (par opposition à une représentation linguistique ou encore iconique).

Pour argumenter dans ce sens, on peut s'appuyer sur ce protocole, extrait de Droz et Paschoud (1981 ; p. 224), où un enfant qui va bientôt avoir 4 ans, est amené à comparer deux collections de jetons :

Expérimentateur : ... *je voudrais qu'il y ait autant de rouges que de bleus.*

Sujet compte les bleus : *Alors 1-2-3-4-5-6,* compte les rouges, *et ça 1-2-3-4 ; alors ça* (les rouges) *plus peu et ça* (les bleus) *plus beaucoup*

E. : *Oui*

S. ajoute un jeton rouge : *J'aurais encore un rouge, alors j'aurais 1-2-3-4-5 et ça* (les bleus) *1-2-3-4-5-6... plus encore, les bleus.*

E. : *Oui, il y en a plus encore.*

S. ajoute encore un jeton rouge : *Alors on met un rouge et puis* (compte les bleus) *1-2-3-4-5-6 et,* (compte les rouges) 1-2-3-4-5-6... *la même chose, maintenant !*

A aucun moment, dans cet extrait de protocole, l'enfant ne dit qu'il y a six jetons bleus. Cependant, le fait qu'il ne cardinalise pas son comptage, n'empêche nullement cet enfant de l'utiliser de manière efficace pour comparer deux quantités et les égaliser. Dans le contexte de la tâche de comparaison qui lui est proposée, ce n'est pas le mot *six* en lui-même qu'il utilise comme représentation de la quantité : à chaque étape, il a besoin de représenter cette quantité en parcourant la suite 1-2-3-4-5-6. C'est le **parcours de cette suite** dans son ensemble qui lui permet de représenter la quantité. Il s'agit d'une représentation **implicite** de la quantité, « prise » dans la procédure de comptage, contrairement à la représentation verbale, lorsque l'usage d'un signe linguistique permet de désigner la quantité. Cette représentation de la quantité est donc *enactive*, implicite, mais elle est fonctionnelle : elle permet à cet enfant de comparer les deux rangées de jetons.

Si un adulte s'était adressé à cet enfant, pour lui enseigner qu'au lieu de dire *j'aurais 1-2-3-4-5,* on peut dire *j'aurais 5,* il est vraisemblable que l'enfant n'aurait pas seulement appris une règle du dernier mot prononcé. La « qualité » du comptage-numérotage d'un enfant fait partie de ces connaissances antérieures concernant la cardinalité qui conditionnent l'issue d'une tentative d'enseignement du fait qu'un seul mot peut désigner une pluralité.

3.1.4. Des connaissances en acte

Remarquons pour finir que le point de vue défendu ci-dessus rejoint en grande partie celui de Vergnaud. En effet, on peut dire de l'enfant observé par Droz et Paschoud qu'il utilise le « théorème en acte » qui peut se formuler ainsi : quand un comptage va « plus loin », c'est qu'il y a plus d'objet. Il est vraisemblable que cette **connaissance en acte** est une invention de l'enfant et qu'il s'agit donc d'une véritable « prise de position sur le réel ».

Il faut souligner le mérite de Vergnaud d'avoir, durant ces dernières années, défendu l'idée que le progrès des enfants trouve en grande partie son origine dans leurs actions, alors que pour le cognitivisme princeps, ce progrès ne pouvait résulter que d'un calcul symbolique.

En revanche, le même protocole présenté plus haut nous semble contredire le point de vue de Vergnaud (1991) lorsqu'il affirme que « la cardinalisation [est] bien repérée aujourd'hui dans les conduites des enfants, lorsqu'ils répètent le dernier mot dans un dénombrement ». Nous le soulignions déjà dans le même ouvrage d'où est extrait la citation précédente de Vergnaud (Brissiaud, 1991), répétons-le ici : l'enfant observé par Droz et Paschoud, bien qu'il n'isole pas le dernier mot de ses comptages, est de toute évidence plus avancé dans la construction de la notion de cardinal, que bien des enfants qui isolent le dernier mot de leurs comptages, mais chez qui cela ne correspond qu'à une règle du dernier mot prononcé. Le fait de répéter ou non le dernier mot d'un comptage est à notre avis un bien mauvais critère pour juger des progrès d'un enfant vers la cardinalité.

De même, concernant la notion de schème, nous serions d'accord avec Vergnaud pour dire que le comptage de l'enfant observé par Droz et Paschoud, doit principalement s'analyser en tant que schème, mais là encore nos points de vue ne coïncident pas complètement : c'est seulement dans la mesure où il est possible de rapprocher ce comptage d'une action plus générale, à savoir **le parcours d'une étendue,** qu'il nous semble important de parler de schème dans le cas de cet enfant, alors que Vergnaud utilise le terme « schème » dès qu'il y a comptage. Il est important d'affirmer l'existence des schèmes, des « théorèmes en acte », des « concepts en acte », mais il importe aussi, face à un comportement donné, d'analyser dans quelle mesure on a effectivement affaire à **un schème** et **non** à un **« vernis comportemental »** qui résulte d'un enseignement prématuré.

En résumé, lorsqu'un adulte montre à un enfant que le dernier mot d'un comptage n'a pas le même statut que les autres, il a d'autant plus de chance que l'enfant apprenne autre chose qu'une règle du dernier mot prononcé que cet enfant :

1°) possède, grâce au *subitizing,* des connaissances en calcul concernant les 3 premiers nombres (il sait par exemple que *un et encore un, c'est deux,* etc.),

2°) est susceptible d'être partie prenante de dialogues portant sur des quantités définies et indéfinies,

3°) possède un comptage-numérotage fonctionnel au sens où il autorise des comparaisons qui se fondent sur l'« étendue » de ce comptage (Brissiaud, 1995, à paraître).

La liste précédente n'est évidemment pas exhaustive mais, en l'état, elle peut déjà servir de guide pour l'enseignant de Petite et Moyenne section qui aurait décidé d'enseigner dans sa classe le comptage oral.

Mais un tel enseignement est-il le seul choix possible ?

3.2. L'obstacle linguistique inhérent à la pratique du comptage oral est-il incontournable ?

3.2.1. Le comptage digital

De toute évidence, il faut répondre non à cette question. Dans un premier temps au moins, le jeune enfant peut s'appuyer sur un **comptage digital,** plutot qu'un comptage oral, pour construire le nombre. Précisons les différences entre ces deux sortes de comptage.

S'il s'agit de quantifier les éléments d'une collection, le comptage oral consiste à pointer successivement les différents éléments avec l'index, pour les mettre en correspondance terme à terme avec les mots-nombres de la comptine numérique : *un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept,* par exemple. En revanche, dans le comptage digital, les éléments de la collection sont mis en **correspondance terme à terme** avec des doigts successivement levés (pouce, index, majeur, annulaire, petit doigt d'une main, puis pouce et index de l'autre, par exemple), sans réciter la suite des mots-nombres, et la **collection de tous les doigts** qui ont été sortis est finalement montrée pour signifier la quantité.

Cette dernière forme de comptage est celle qu'utilisent les enfants sourds-profonds de naissance. En effet, même lorsqu'ils sont appareillés, ces enfants n'entrent jamais précocement dans le langage oral. Ils ne peuvent donc pas prononcer la comptine orale et construisent le nombre à l'aide d'un comptage digital (Brissiaud, 1995, à paraître).

Le résultat d'un comptage digital n'est pas de même nature que celui d'un comptage oral : dans le cas d'un comptage digital une quantité de 7 objets, par exemple, est représentée par une collection-témoin de 7 doigts sortis, alors que dans le cas d'un comptage oral, elle est représentée par le dernier mot-nombre prononcé. Dans un cas, une pluralité est représentée par une pluralité équivalente, il s'agit d'une **représentation analogique** de la quantité, dans l'autre, une pluralité est représentée par **un signe unique de nature linguistique** (Brissiaud, 1989b, 1995, à paraître).

3.2.2. La référence à la quantité

Soyons plus précis encore. Il aurait pu exister un comptage digital qui soit l'équivalent du comptage oral : c'est celui qui aurait consisté à représenter la quantité par le dernier doigt mis en correspondance (l'index de la seconde main dans l'exemple d'une collection de 7 objets). Ce n'est pas cette forme de comptage digital qui a été retenue dans la culture des sourds-profonds et l'on comprend pourquoi : le résultat d'un tel comptage aurait été beaucoup plus difficile à interpréter du fait du double statut de l'index qui, mis en correspondance avec un objet, représenterait également une propriété de la totalité des objets. La culture des sourds-profonds a fait le bon choix : il n'y avait aucun intérêt à réintroduire dans leur comptage digital, l'obstacle linguistique qui crée tant de problèmes aux enfants qui doivent construire le nombre à partir d'un comptage oral !

Les enfants sourds-profonds ne peuvent pas fréquenter les signes linguistiques du nombre sous leur forme orale, c'est donc sous leur forme écrite, chiffrée, qu'ils les rencontrent. Pour les éducateurs d'enfants sourds profonds avec lesquels nous avons travaillé, il semblait évident que le chiffre « 7 » devait être associé à la collection-témoin de doigts correspondante et non à un seul de ces doigts. Quand les enfants sourds profonds rencontrent les signes linguistiques, **ceux-ci réfèrent de manière explicite à la quantité**, via une représentation analogique de cette quantité. Le statut de numéro de ces signes linguistiques n'est pas premier, comme c'est le cas chez la plupart des enfants entendants.

3.2.3. Généraliser ?

Un tel cheminement doit-il et peut-il être généralisé ? Ce serait l'objet d'un article dans son entier que d'avancer des arguments pour et contre une telle décision et d'étudier ses conditions de possibilité. Signalons simplement deux faits.

1°) Parmi les enfants sourds-profonds que nous avons pu observer en classe de CP, ce sont ceux qui avaient le taux de récupération auditif le plus faible, qui sont devenus, en fin d'année, les plus performants en calcul mental (ils nous ont même semblé plus performants que la plupart des enfants entendants en France). Une telle observation n'est pas complètement isolée car les articles scientifiques sur les apprentissages numériques chez les enfants sourds-profonds (Wood, Wood et Howard, 1983 ; Wood, Kingmill, French et Howard, 1984) soulignent depuis quelque temps un phénomène mystérieux : si les jeunes sourds-profonds ont bien, au niveau du collège, un retard dans leurs apprentissages mathématiques, ce retard n'est aucunement corrélé avec leur taux de surdité. Une explication plausible de ce mystère serait que les enfants qui ont le taux de surdité le plus élevé **n'ont pas à surmonter l'obstacle linguistique inhérent au comptage oral** pour progresser vers le calcul mental, contrairement aux autres. En revanche, leur performance en résolution de problèmes verbaux doit évidemment se trouver plus affectée par leur taux de surdité plus élevé, ce qui explique qu'ils ne deviennent pas les plus performants globalement.

2°) Si les enfants sourds-profonds n'ont pas à surmonter l'obstacle linguistique inhérent au comptage oral, **leur cheminement** vers le nombre **n'est pas sans dangers.** Le principal semble le suivant : ils éprouvent des difficultés à coder 3 sur leurs doigts autrement que sous la forme qui est privilégiée par leur comptage digital, à savoir « pouce, index, majeur ». Nous n'avons pas retrouvé cette difficulté avec 2, ni avec 4. L'absence de cet obstacle avec 4 s'explique du fait que leur comptage digital d'une collection de 4 objets utilise le pouce, l'index, le majeur et l'auriculaire, mais que leur signe conventionnel pour 4 s'obtient en baissant le pouce. Ils disposent donc de **deux images** pour 4, ce qui n'est pas le cas pour 3 et entrave certains calculs.

3.2.4. Des formes de quantification complémentaires

En fait, un pédagogue qui choisirait de favoriser un tel cheminement vers le nombre chez ses élèves, en privilégiant un comptage digital plutôt qu'oral, aurait vraisemblablement intéret à **varier les formes de comptage digital** en faisant commencer l'enfant tantot par le pouce, tantot par l'index, voire par le petit doigt. La suite des symboles analogiques obtenus aurait alors la même structure que celle de la figure 1.

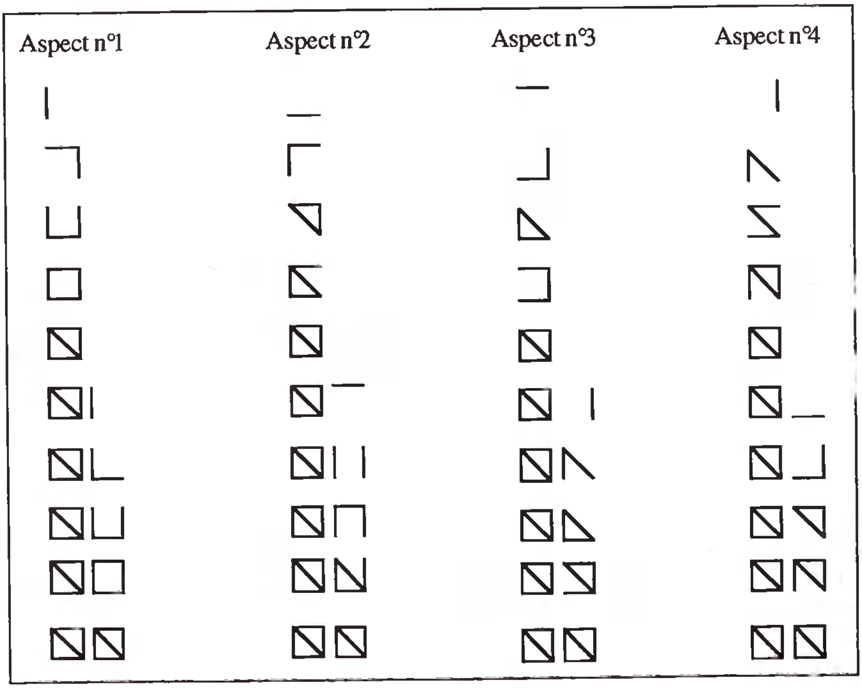

Figure 1 : Un exemple de suite de symboles analogiques (et de ses divers aspects quand on substitue certains éléments à d'autres, tout en en préservant la « lisibilité » de chaque symbole) dont l'usage favorise vraisemblablement la construction du nombre.

En effet, l'usage d'une telle suite nous semble réaliser le compromis optimum entre **deux formes de quantifications aux propriétés différentes mais complémentaires.**

La première de ces formes est la **représentation linguistique** des quantités discrètes, qu'on peut décrire à l'aide des trois « principes » mis en évidence par Gelman. Pour représenter une quantité discrète sous forme linguistique, il faut disposer d'une famille de symboles différents deux à deux et respecter le principe de **correspondance terme à terme**, le principe de **suite stable** et enfin le principe de **représentation par le dernier symbole** mis en correspondance (principe qu'elle appelle « cardinal »).

La seconde de ces formes est la **représentation analogique** des quantités discrètes, ce que faisait par exemple le berger Macédonien lorsqu'il représentait la quantité de ses moutons par une collection-témoin de caillou, et que nous proposons également de décrire à l'aide de trois « principes » (Brissiaud, 1995, à paraître) : le principe de **correspondance terme à terme** (1 mouton - 1 caillou), le principe de **substituabilité** (n'importe quel cailloux peut-être prélevé dans le stock pour être mis en correspondance terme à terme avec un nouveau mouton) et enfin le principe de représentation par **l'ensemble des items** mis en correspondance (c'est la collection de cailloux dans son ensemble qui représente la quantité).

On remarquera que si le principe de correspondance terme à terme est commun à ces deux formes de représentation, en revanche les autres principes sont différents et même antagonistes : suite stable d'un côté, substituabilité de l'autre ; représentation par le dernier élément d'un côté, représentation par l'ensemble des éléments de l'autre. Et pourtant la complémentarité de ces formes de représentation doit être soulignée : seule la première forme de quantification permet de dénommer les quantités, en revanche la seconde conduit à des symboles qui sont plus facilement interprétables.

Or les symboles de la figure 1 sont à la fois de nature analogique (une certaine dose de « substituabilité » y est même préservée), mais ils sont aussi tous différents, et ils le sont selon des différences « lisibles », grâce au *pattern* de 5. Ils sont d'ailleurs reconnaissables, dénommables sans procéder à un comptage un à un.

POUR CONCLURE...

Il nous semble que l'analyse rationnelle plaide en faveur de l'usage d'une telle suite de symboles, mais la raison a ses limites et il faut avouer qu'on manque singulièrement d'observations empiriques sur le sujet. Si l'on excepte une monographie d'enfant (Brissiaud, 1991), l'enseignement du comptage oral de façon précoce a paru aller de soi à la totalité des psychologues. Mais il faut remarquer qu'aujourd'hui certaines études interculturelles ont amené de nombreux chercheurs à prendre du recul par rapport à un tel déterminisme culturel. C'est ainsi que Fuson, après avoir étudié pendant près de quinze ans, comment les enfants américains inventent de nouvelles stratégies de comptage pour résoudre des problèmes d'addition ou de soustraction, et observant chez les enfants coréens un cheminement complètement différent et autrement plus rapide, écrit : « Les stratégies utilisées par les enfants trouvent toujours leur origine dans des pratiques culturelles, qu'elles soient propres au contexte scolaire ou qu'elles proviennent de l'environnement social plus global de l'enfant ; ces stratégies ne surgissent pas d'un vide culturel ou expérientiel. Il est très important que nous nous interrogions sur les méthodes qu'il convient de favoriser plutot que d'accepter systématiquement celles qui sont inventées par les enfants parce qu'elles seraient « naturelles » (Fuson et Kwon, 1992, p. 163).

Les conditions pour une expérimentation sur ce sujet semblent donc mieux réunies aujourd'hui que ce n'était le cas ces dernières années.

NOTES

(1) Le problème qui se pose ici est évidemment le problème fondamental de l'induction tel que Quine (1960 / 1978) l'a explicité.

(2) Divers controles doivent être faits évidemment : si cette interprétation est correcte, par exemple, l'enfant ne doit pas avoir un taux de réussite au-dessus du hasard quand l'image contient 4 et 5 chiens. Wynn (1992a) procède à ce type de contrôle.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

BAROODY A.J. (1991) : Procédures et principes de comptage: leur développement avant l'école. In J. Bideaud, C. Meljac & J.P. Fischer (Eds), *Les chemins du nombre* (pp. 133-158). Lille, Presses Universitaires.

BIDEAUD, J. & HOUDÉ, O. (1991) : *Cognition et développement. Boîte à outils théoriques.* Berne, Peter Lang.

BRACHET (1955) : *L'enfant et le nombre.* Paris, Didier.

BRIAND J. (1993) *L'énumération dans le mesurage des collections. Un dysfonctionnement dans la transposition didactique.* Thèse de 3ème cycle de didactique des mathématiques. Université Bordeaux 1.

BRISSIAUD R. (1989a) : Compter à l'école maternelle. Oui, mais... *Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public* ,367, 31-52.

BRISSIAUD R. (1989b) : *Comment les enfants apprennent à calculer : au-delà de Piaget et de la théorie des ensembles.* Paris, Retz.

BRISSIAUD R. (1991) Un outil pour construire le nombre : les collections-témoins de doigts. In J. Bideaud, C. Meljac & J.P. Fischer (Eds), *Les chemins du nombre* (pp. 59-90). Lille, Presses Universitaires.

BRISSIAUD R. (1995) *Enseignement et développement des représentations numériques chez l'enfant.* Thèse de psychologie (nouveau régime). Université Paris 8.

BRISSIAUD R. (à paraître) : *Les représentations numériques chez l'enfant. Enseignement et Développement.* Paris, Armand Colin.

BROUSSEAU G. (1972). Processus de mathématisation. *Bulletin de l'APMEP,* 57-84.

BROUSSEAU G. (1994) : La mémoire du système éducatif et la mémoire de l'enseignant. In COPIRELEM (Ed), *Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques* ; 101-114 ; IREM de Paris 7, Université Denis Diderot.

DROZ, R. & PASCHOUD, J. (1981) : Le comptage et la procédure « (+1)-itérée » dans l'exploration intuitive de l'addition. *Revue Suisse de Psychologie,* 40, 219-237.

DURKIN K., SHIRE B., RIEM R., CROWTHER R.D. & RUTTER D.R. (1986) : The social and linguistic context of early number word use. *British Journal of Developmental Psychology,* 4, 269-288.

FARENG M. & FARENG (1966) : *Comment faire ? L'apprentissage du calcul avec les enfants de 5 à 7 ans.* Paris, Nathan.

FAYOL M. (1990) : *L'enfant et le nombre. Du comptage à la résolution de problèmes.* Neuchâtel, Delachaux et Niestlé.

FISCHER J.P. (1991) : Le subitizing et la discontinuité après 3. In J. Bideaud, C. Meljac & J.P. Fischer (Eds), *Les chemins du nombre* (pp. 235-258). Lille, Presses Universitaires.

FISCHER J.P. (1992) : *Apprentissages numériques : la distinction procédural / déclaratif.* Nancy, Presses Universitaires.

FRYE, D., BRAISBY, N., LOWE, J., MAROUDAS, C. & NICHOLLS J. (1989) : Young Children's Understanding of Counting and Cardinality. *Child Development,* 60, 1158-1171.

FUSON, K.C. (1988) : *Children's counting and concepts of number.* New York, Springer.

FUSON K.C. & KWON Y. (1992) : Korean children's single-digit addition and substraction: numbers structured by ten. *Journal for Research in Mathematics Education,* 23 (2), 148-165.

GALLISTEL C.R. & GELMAN R. (1992) : Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition,* 44, 43-74.

GELMAN, R. & GALLISTEL, C.R. (1978) : *The child's understanding of number.* Cambridge, Harvard University Press.

MARKMAN, E.M. (1989) : *Categorisation and naming in children.* Cambridge, MA, MIT Press.

MARKMAN, E.M. (1990) : Constraints children place on word meanings. *Cognitive Science,* 14, 57-77.

QUINE W. V. O. (1960 / 1978) : *Le Mot et la Chose.* Paris, Flammarion.

SCHAEFFER, B., EGGLESTON, V.H. & SCOTT, J.L. (1974) : Number development in young children. *Cognitive Psychology,* 6, 357-379.

VERGNAUD, G. (1985) : Concepts et schèmes dans une théorie opératoire de la représentation, In : Ehrlich S. (Ed.) *Les représentations, Psychologie Française,* 30, 3-4, 245-252, Paris, Armand Colin.

VERGNAUD, G. (1990) : La théorie des champs conceptuels, *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 10, 133-170.

VERGNAUD, G. (1991) : L'appropriation du concept de nombre : un processus de longue haleine. In J. Bideaud, C. Meljac & J.P. Fischer (Eds), *Les chemins du nombre* (pp. 271-282). Lille, Presses Universitaires.

VERGNAUD, G. (1994) : Le rôle de l'enseignant à la lumière des concepts de schème et de champ conceptuel. In M. Artigue, R. Gras, C. Laborde & P. Tavignot (Eds), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France.* Grenoble, La pensée sauvage.

WOOD H. A., WOOD D.J. & HOWARTH P.S. (1983) : Mathematical abilities of deaf school-leavers. *British Journal of Developmental Psychology,* 1, 67-73.

WOOD H. A., WOOD D.J., KINGSMILL M.C., FRENCH J.R. & HOWARTH P.S. (1984) : The mathematical achievement of deaf children from different educational environments. *British Journal of educational Psychology,* 54, 254-264.

WYNN K. (1990) : Children's understanding of counting. *Cognition,* 36, 155-193.

WYNN K. 1992) : Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive Psychology,* 24, 220-251.