

ACTIONS DE TUTELLE ET COMMUNICATION EN CLASSE (mathématiques et sciences) (1)

Alain BERNARD
Lycée professionnel - 95610 ERAGNY

Résumé : Au sein de la classe, le langage est non seulement un vecteur de la communication mais aussi un outil de traitement des informations. Comment les prises de décision de l'enseignant sont-elles à même d'intégrer ces données pour aider l'élève, dans son interrogation du réel, à construire ses connaissances, dans le domaine des mathématiques et des sciences où nous nous plaçons ?

La réponse à cette question exige de l'enseignant une double compétence :

- celle d'avoir une bonne théorie de la conceptualisation et de la représentation,
- celle de repérer ou créer des instants où le sujet interroge ses connaissances et essaie de détacher le concept de l'action,

afin que chaque intervention préserve l'autonomie de la décision de l'élève dans sa modélisation du réel.

INTRODUCTION

Les recherches didactiques sur l'action de tutelle de l'enseignant en classe recouvrent des problématiques axées plus sur le savoir que sur les opérations de pensée du sujet qui s'approprie ce savoir. Si Brousseau (1986) insiste sur la « nécessité d'intégrer les rapports maître-élève dans toute théorie didactique » il s'interroge sur l'aspect incontournable de « l'épistémologie des professeurs » et sur l'autonomie de l'élève lors du contrôle de ses actions et de ses prises de décisions. Margolinas (1992) se demande « comment rendre compte des phénomènes d'apprentissage, et pas seulement des réactions de l'élève. » Dans cette perspective, elle s'interroge plus particulièrement sur les « décisions du maître qui sont prises dans l'instant de la situation didactique » et sur la position qu'il adopte dans « la gestion de la vérité dans la classe. »

Aborder cette problématique en analysant la conceptualisation des actions effectuées par l'élève permet d'**affiner notre compréhension des décisions prises par l'enseignant** dans sa conduite de la classe en étroite liaison avec les opérations de pensée identifiées chez le sujet. Dans cette approche, nous nous référons au modèle interactionniste de Vygotski (1934) : la médiation de l'enseignant qui cherche à transmettre des concepts scientifiques s'appuie sur les concepts spontanés de l'élève afin que les « propriétés » sous-jacentes aux conduites puissent devenir effectives dans la pensée de l'apprenant.

Dans ce processus **le langage** a plusieurs fonctions. *Au plan de la communication* il est un outil délicat à manipuler tant la distance peut être grande entre l'énoncé émis par le locuteur et la compréhension de l'auditeur. Quand le professeur de mathématique utilise le concept de rapport (2), il pense en même temps à une série de situations où ce concept prend sens, à une définition, des propriétés et une écriture symbolique. Mais qu'en est-il pour l'élève qui, dans son interrogation quotidienne du réel, construit des **concepts et théorèmes-en-acte** (3) pour agir et prévoir ? A ce stade le langage devient un **outil de pensée** représentant une formidable synthèse extraite des régularités identifiées par l'apprenant dans ses tentatives de modélisation des situations rencontrées.

1. LE PREMIER TRAVAIL DE L'ENSEIGNANT : CONSTRUIRE DES SITUATIONS

Un travail essentiel de l'enseignant consiste à offrir aux élèves des situations « mettant en scène » le savoir à enseigner et permettant à l'élève qui interroge ses connaissances, de mobiliser des schèmes (4) plus ou moins pertinents et adaptés.

1.1 Construction d'une variété de situations

L'élaboration de ces situations est sous-tendue par un projet de l'enseignant pour les élèves. Par exemple, au niveau du collège ou du lycée professionnel, celui de mettre en place le concept de rapport souvent utilisé dans des contextes variés sous la forme de masse volumique, échelle, agrandissement, pourcentage... Le concept de rapport prend sens à travers une variété de situations qui mettent en scène les propriétés que l'enseignant cherche à solliciter ou construire auprès des élèves. Toutefois, un seul concept ne suffit pas à analyser une même situation : il interagit bien souvent avec d'autres plus ou moins explicites, tels que les concepts de temps, de durée, de variable, d'inconnue, de variation, d'état initial ou final, de grandeur de référence...

Pour illustrer notre propos prenons la situation ci-après, empruntée à G. Brousseau (1987, p.245 et 303) qui l'a présentée à des élèves du Cours moyen de l'école Jules Michelet de Talence.

***Les betteraves donnent 35% de leur poids en sucre.
Si on obtient 150 kg de sucre, quel poids de betteraves a-t-il fallu ?***

Notons d'emblée que si un physicien peut être troublé par un usage non approprié du concept de poids (5), il n'en est pas de même pour un élève de Cours moyen évoluant dans une culture qui amalgame poids et masse. La vie quotidienne d'un individu est ponctuée d'habitus (6) plus portés à coexister avec de nouveaux savoirs qu'à les intégrer. Cette confrontation de savoirs est un obstacle culturel intriqué dans les habitudes et enjeux sociaux d'une société.

Cette situation, que nous avons proposée à des élèves de 13 à 20 ans, implique une recherche de l'état initial à partir de l'état final. Elle nécessite l'identification des ensembles de départ et d'arrivée ainsi que le placement des couples de nombres correspondants afin d'objectiver les diverses relations possibles dont la construction du rapport inverse de transformation : 100/35.

Poids des betteraves	Poids de sucre
100 kg	35 kg
x	150 kg

Selon les approches du sujet, cette situation peut être aussi l'occasion de mettre en scène le concept de pourcentage et la relation d'équivalence :

$$\frac{35}{100} = \frac{150}{x}$$

voire, au collège, de résoudre l'équation suivante :

$$\frac{35}{100}x = 150$$

1.2. Toutes situations mobilisent, chez l'élève, des schèmes.

Les procédures de résolution que l'élève doit mettre en place pour gérer cette situation, exigent une combinaison de propriétés dont les mises en relation sont liées à divers concepts peu ou prou enseignés par l'école : l'état initial ou final, la grandeur de référence, le pourcentage et le rapport inverse. Le signifiant % identifié dans une situation suggère chez MOU (20 ans), au niveau du signifié, un théorème-en-acte implicite : *Dès qu'on a x%, on multiplie par x et divise par 100*. Cette proposition, fautive dans la situation des betteraves, s'avère vraie dans d'autres circonstances, ce qui déstabilise MOU lors de son interaction avec l'enseignant. Cette distinction signifiant / signifié est nécessaire lors de l'analyse des représentations du sujet, mais elle n'est pas suffisante tant ce qui se joue au plan du signifié est au cœur du fonctionnement de la pensée.

Cette situation est un lieu de confrontation qui permet à l'élève de tester la vérité des propositions qu'il construit dans son interrogation du réel. A ce stade, sens (7) et vérité sont indissociables : on ne peut comprendre le sens d'un énoncé sans connaître les conditions dans lesquelles il est vrai ou faux. Le théorème-en-acte : *Dès qu'on a x%, on multiplie par x et divise par 100* est vrai si l'opération considérée par l'élève s'applique à l'état initial. Or, dans la situation des betteraves où cet état est inconnu, MOU, qui ignore le sens des relations manipulées, ne peut pas décider de la vérité de cette propriété qu'il utilise implicitement dans l'action. Les conditions de possibilité du sens des relations envisagées par le sujet sont étroitement liées aux propriétés et concepts-en-acte reconnus par l'élève.

Face à une nouvelle situation, l'apprenant mobilise les schèmes qui lui semblent appropriés. Leurs choix reposent sur la reconnaissance d'invariants opératoires (8) identifiés par le sujet. Chaque schème a son domaine de validité ; certains vont se heurter à des données que le sujet ne peut pas assimiler. L'accommodation qu'il doit faire repose non seulement sur la reconnaissance d'invariants opératoires mais encore sur leur construction. L'intégration du nouveau à l'ancien nécessite des adaptations et des remises en question qui engendrent indécisions et déstabilisations.

L'action de tutelle de l'enseignant s'insère dans cette lente et laborieuse intégration dont l'enjeu est la **transformation des invariants opératoires en savoirs mathématiques**.

2. PRISE EN CONSIDÉRATION DES INTERROGATIONS DE L'ÉLÈVE

Au sein de la classe, l'interaction sociale est un lieu privilégié du développement cognitif « dans la mesure où apparaissent des conflits sociocognitifs... Le conflit, pour donner lieu à une restructuration cognitive, doit être particulièrement fort ; il peut l'être lorsque l'adulte y enferme l'enfant, lorsque la complaisance lui est interdite, ou lorsque la réponse de l'enfant est directement pertinente dans sa relation avec l'adulte. » (Doise et Mugny, 1981).

C'est dans cet esprit que nous avons privilégié l'interaction enseignant / élève, au détriment des interactions entre élèves, car chaque sujet, au moins dans le cadre de nos observations, a du mal à comprendre les procédures mises en place par l'autre, reste souvent sur sa position et hésite à développer une argumentation peu sûre, susceptible de l'exposer au jugement d'un pair :

Moi, je ne vois pas tellement ce qu'il a fait. Moi ce que j'ai fait... C'est tout à fait normal, moi je pense que c'est bon comme j'ai fait... pareil pour lui, lui il va dire la même chose pour lui, ce qu'il a fait c'est bon... (EDD, 17,0)

2.1. Nature de ces interactions

La question centrale de la nature de ces interactions nous a conduit à privilégier des relations élève / enseignant au sein desquelles :

- « l'adulte protège l'enfant contre les distractions en assurant une convergence constante entre son attention et celle de l'enfant dans l'interaction » (Bruner, 1983, p. 288). C'est ainsi que l'enseignant intervient pour orienter l'élève désarmé vers de nouvelles stratégies, pour lui faire nommer sa difficulté (car nous pensons que cette identification peut être le point de départ d'une nouvelle procédure) et pour éviter le découragement ;
- « l'adulte doit faire en sorte que l'enfant ait l'occasion d'établir des relations entre signes et événements » (Bruner, 1983, p. 288). C'est ainsi que l'enseignant intervient pour faire récapituler par l'élève sa démarche, car nous considérons que mettre des mots sur des actes contribue à la prise de conscience de l'implicite sous-jacent à l'organisation des conduites ;
- l'enseignant doit s'assurer que l'élève peut décider par lui-même de la vérité de ce qu'il dit. C'est ainsi qu'il intervient pour mettre l'élève face à

ses contradictions, pour semer le doute lors de réponses exactes afin de recueillir le type d'argumentation utilisé, et pour introduire des éléments d'incertitude afin de s'assurer de la stabilité de certaines procédures.

Dans tous les cas l'enseignant veille à ne pas trop déstabiliser l'élève, à lui faire formuler par écrit les procédures utilisées, à ne pas lui imposer de solutions-types et à favoriser la réussite par un guidage minimum approprié.

2.2. Les schèmes sont nécessaires pour décrire l'activité de l'élève.

L'essentiel de l'activité de l'élève qui construit ses connaissances se déroule au niveau du schème qui peut être analysé en « quatre catégories d'éléments :

- des buts, intentions et anticipations ;
- des règles d'action ;
- des invariants opératoires ;
- des possibilités d'inférence en situation. » (Vergnaud, 1990, p. 146)

Le schème règle les coordinations d'actions à partir des concepts-en-acte et théorèmes-en-acte que le sujet repère dans la situation. Ces invariants opératoires, implicites ou explicites, « forment les catégories avec lesquelles le sujet prélève dans l'environnement les informations pertinentes pour son action » (Vergnaud).

En classe, l'enseignant se doit de créer et repérer les instants où l'élève interroge ses connaissances et essaie de détacher le concept de l'action. Ces périodes où le sujet questionne, construit ou utilise des concepts et théorèmes liés à la situation étudiée forment des épisodes cognitifs qui sont, pour l'enseignant, l'occasion de moduler et affiner ses interventions, dans le respect d'une décision plus autonome de l'élève.

2.3. Les épisodes cognitifs

Ces épisodes peuvent être suscités aussi bien par la création d'une situation fondamentale (9) que par des problèmes de la vie quotidienne ou des questions renvoyées par l'enseignant.

Voici un exemple extrait d'un cours de cinématique, en 2^e année de BEP électronique, où CYL âgé de 20 ans interroge ainsi l'enseignant : *Est-ce que j'ai le droit de diviser des minutes par des kilomètres ?*

CYL cherche des garanties sur la façon dont il interroge et conceptualise le réel. La règle d'action qu'il a envie d'appliquer cache un choix difficile. Faute de sens donné à l'inverse d'une vitesse, le sujet ne peut décider de la suite de ses actions. En l'absence de théorie ou d'expérience disponible, il en appelle à l'autorité de l'enseignant qui doit choisir entre plusieurs modes possibles d'intervention dont les finalités sont différentes :

- répondre par l'affirmative sans se soucier des conséquences possibles pour la suite du raisonnement de l'élève permet au cours de se poursuivre sans retarder la progression prévue par l'enseignant ;

- demander à un autre élève de répondre à la question instaure un dialogue dont peuvent jaillir des éléments de réponse qui nécessitent preuves et démonstrations ;
- renvoyer la question à CYL permet de lui redonner l'autonomie de sa décision en le focalisant sur le sens du concept-en-acte dont il interroge la pertinence.

Toutefois, selon le langage utilisé, la réponse de l'enseignant oriente différemment la réflexion de l'élève :

— *Pourquoi n'aurais-tu pas le droit ?...* renvoie le sujet aux causes culturelles qui ont sollicité cette question. Si le concept-en-acte « durée d'écoulement » n'a pas d'existence sociale reconnue est-ce que, pour autant, il n'est pas pertinent ?

— *Quel sens ça a pour toi ?...* renvoie CYL à la signification du concept-en-acte qu'il cherche à construire.

— *Qu'est-ce qui te gêne ?...* conduit CYL à analyser les causes qui compromettent sa décision.

Ces choix de l'enseignant ne sont pas anodins. Montrer et imiter garantissent une gestion efficace des cours en classe mais laissent souvent opaques pour l'élève les raisons profondes des décisions prises. Une écoute de l'activité langagière permet à l'enseignant d'appréhender les concepts-en-acte repérés par l'élève et de fournir en retour une réponse adaptée qui rende au sujet l'autonomie de sa décision.

2.4. L'activité langagière qui accompagne la pensée contribue à la planification et au contrôle des actions.

Lors de la situation relative aux betteraves, écoutons DEL âgée de 13 ans, élève de 5^e et dont le discours souligne l'organisation et le contrôle de ses actions :

Quand elles rendront 150 kg de sucre, quel était leur poids réel de betteraves au début ?

2.4.1. Organisation des actions à partir de l'extraction des invariants opératoires pertinents

Le langage, utilisé pour reformuler la question, traduit la reconnaissance d'un état initial à préciser (emplois de l'imparfait et du mot *début*) et d'un état final connu (emploi du futur). La connaissance du concept de pourcentage conduit DEL à énoncer la proposition suivante : *Si les betteraves font 100 kg, elles rendent 35 kg de sucre* et à réussir vite le problème par utilisation d'un tableau de proportionnalité suivi du *produit en croix*.

2.4.2. Contrôle des actions

DEL contrôle ses décisions et ses règles d'action. Dès qu'un résultat ne lui semble pas vraisemblable : *42,8... c'est pas vraiment logique...* elle relit le texte

et reprend son raisonnement jusqu'à ce qu'elle puisse conclure : *Voilà, j'en suis sûre et certaine.*

2.5 L'activité langagière témoigne parfois d'une pensée confuse par méconnaissance du concept de pourcentage.

Face à la même situation, écoutons MOU, âgé de 20 ans et élève en classe de terminale BEP électronique. Son incompréhension de l'invariant opératoire « pourcentage » rend impossible l'organisation cohérente des données du texte et le contrôle de la réponse. Sa lecture du texte apparaît approximative et peu fidèle. Les grandeurs en jeu ne sont pas correctement nommées. Les pour cent fonctionnent comme une unité.

MOU : *Ça c'est des kilos, ça c'est des « pour cent »... 35%... une betterave donne 35% de son poids... on obtient 150 kg de sucre... ah, d'accord... Quel poids de betteraves a-t-il fallu ?... 52,5 kilos (150x35/100)...*

E : *Ce résultat te semble logique ?*

MOU : *... je pense que c'est ça... on peut faire un tableau comme tout à l'heure... je ne sais pas le remplir... sur 100 betteraves, sur 100 personnes... c'est comme ça qu'on dit... les betteraves je ne sais pas combien elles contiennent de sucre... elles en donnent 35... c'est tout ce que je sais... 35 betteraves... 35%... on obtient 150 kg...*

E : *C'est une bonne idée ce tableau. Il faut le compléter... 35%, c'est 35 quoi... pour 100 quoi ?*

MOU : *... 35% de sucre... le poids en sucre... et ça... c'est le poids de betteraves... alors sur 100 betteraves 35%... donc c'est bon ce que j'ai fait... 52,50 le pourcentage... sur 100 il en donne 52,50...*

MOU ignore que le pourcentage est un rapport. Il entend la remarque de l'enseignant qui veut lui faire nommer les deux grandeurs en jeu mais la méconnaissance du concept de pourcentage le conduit :

- à dire : *35% de sucre... le poids en sucre,*
- au lieu de lire : *35% de leur poids en sucre.*

Ce glissement de sens témoigne d'une pensée qui lit le réel en fonction des invariants opératoires dont elle dispose. A ce niveau, le langage verbal ne permet plus la communication tant ces deux locutions semblent proches. L'enseignant change de registre et demande à MOU de compléter le tableau ci-dessous afin de préciser les grandeurs en jeu et d'objectiver les diverses relations possibles.

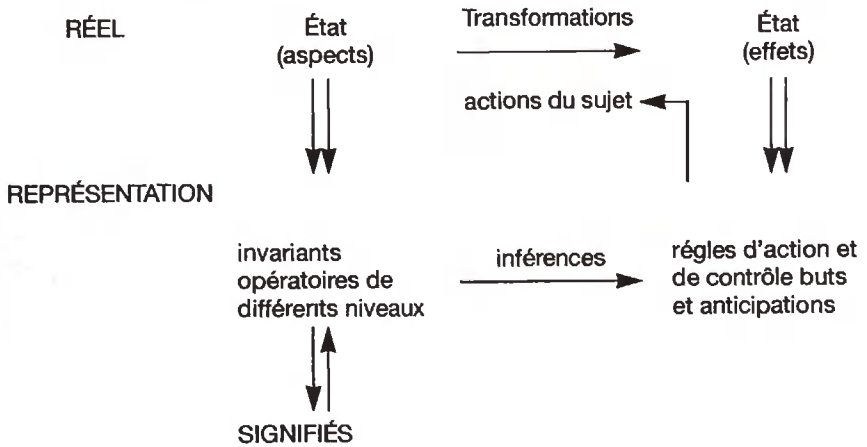
Poids en sucre	52,50%	35%
Poids des betteraves	150	100

Cette meilleure lisibilité des erreurs conduit l'enseignant à orienter son action de tutelle vers un contrôle des actions du sujet qui lui permette de corriger ses erreurs.

3. COMMENT SAISIR LES OPÉRATIONS DE PENSÉE DE L'APPRENANT ?

Derrière les mots utilisés par l'élève pour organiser sa pensée et communiquer avec l'enseignant, quels sont les savoirs mis en jeu et les propriétés tenues pour vraies par le sujet ? Répondre à ces questions nécessite une analyse fine des représentations de l'élève dans son interaction avec le réel interrogé.

Le schéma ci-dessous synthétise les rapports entre représentation et réel tels que G. Vergnaud (1985 et 1993) les a théorisés et que nous les utilisons.



Le sujet lit et interprète le réel (10) à partir des invariants opératoires qui lui permettent de sélectionner des informations pertinentes pour agir ou prévoir. Ces invariants conduisent l'élève à inférer des règles d'action, à anticiper et contrôler ses actions. Le repérage de ces invariants opératoires forme pour l'enseignant une grille de lecture facilitant la compréhension des décisions du sujet et du contrôle de ses actions.

3.1. Entre le faire et le dire

Pour résoudre les problèmes posés par les situations proposées par l'enseignant, l'élève a besoin de savoir faire mais pas nécessairement de savoir dire... d'où le mutisme d'un bon nombre de sujets exposant leurs travaux au tableau. Pour poursuivre le cours l'enseignant a besoin de la réussite de l'élève mais pas forcément de l'explicitation de ce qui vient d'être fait, sauf si l'objectif du cours est la mise en place d'une propriété inhérente au concept mis en scène dans la situation proposée. Entre le faire et le dire se trouve tout un ensemble de connaissances-en-acte parfaitement opérationnelles pour une classe donnée de situations mais non encore venues à la conscience parce que les circonstances n'ont pas permis au sujet de les interroger.

3.2. Transformation des invariants opératoires en concepts explicites

L'enseignant est alors confronté à la transformation de ces invariants opératoires en des théorèmes et concepts explicites, expérience-clé dans l'enseignement des mathématiques.

Revenons à l'action de tutelle entreprise par l'enseignant pour inciter MOU à interpréter ses erreurs, contrôler ses actions, classer les données dans un tableau et donner de l'intelligibilité à son discours. Soucieux d'appliquer l'unique règle d'action dont il dispose : *Dès qu'on a x%, on multiplie par x et divise par 100*, MOU oublie la question et a *fortiori* le contrôle de la vraisemblance du résultat. Bien que préoccupé par la cohérence dimensionnelle des nombres dans le tableau de proportionnalité, sa méconnaissance des pourcentages nuit à une utilisation correcte des unités.

E : *Donc, il faut 52,50 kg de betteraves.*

MOU : *150 kg de betteraves...*

E : *Moi je lis : 150 kg de sucre.*

MOU : *Oui... j'ai fait à l'envers... si c'est 150 kg de sucre, c'est 35% de sucre... poids en sucre... Ça fait pas le même résultat que tout à l'heure... c'est le monde à l'envers... oh, 428,57... pour cent !...*

MOU utilise deux unités de masse : le *pour cent* pour le sucre et le *kg* pour les betteraves, puis il complète ainsi le tableau suivant :

Poids en sucre	150%	35%
Poids des betteraves	428,57	100

E : *Qu'est-ce qui te gêne ?*

MOU : *Si 100, c'est le poids de la betterave... pour 150 kg, il y a 428 trucs... 100 kg de betteraves, ça donne 35%... 428,57 kg de betteraves, ça donne 150%... ça fait 4 fois plus... 428,57... c'est sûr... moi je croyais que c'était comme ça qu'il fallait calculer (150x35/100)... là c'est l'inverse... c'est pas le résultat qui me gêne... c'est ça (150x100/35)... là, il y a 150 kg de sucre, c'est pas des « pour cent »... et moi je multiplie des kilos et des « pour cent »... je fais n'importe quoi... oui... on ne peut pas multiplier des choux et des carottes, ce n'est pas possible ça... il y a des pourcentages, des poids... il faut faire un tableau quoi... pour classer... 150 kg de sucre... pour différencier chaque chose...*

E : *Oui, le tableau permet de classer les données parce que, dans les pourcentages le nombre du haut a un sens, le nombre du bas a un autre sens... et il faut différencier les deux... 35% de leur poids en sucre veut dire 35 kg de sucre pour 100 kg de betteraves.*

Pour contrôler ses actions, MOU tient pour vraie la proposition *100 kg de betteraves, ça donne 35%*, puis il s'interroge sur le choix des unités et l'utilisation du rapport inverse 100/35 qui lui permet de déterminer le poids des bette-

raves à partir des quantités de sucre fournies. Habitué à utiliser la règle : *dès qu'on a x%, on multiplie par x et divise par 100*, MOU est surpris et parle de monde à l'envers, mais ce constat ne semble pas modifier sa compréhension des pourcentages et du rapport inverse.

L'usage explicite du scalaire 100/35 ne garantit pas la prise de conscience des causes de la réussite car MOU ne ressent pas la nécessité d'effectuer un retour après coup sur les raisons du succès. La satisfaction de la réussite lui suffit.

4. DEUX MOIS APRÈS...

Deux mois après MOU se trouve de nouveau confronté aux pourcentages par l'intermédiaire de la situation suivante :

**Lors d'une élection, un candidat a obtenu 635 voix sur 1 225 votants. Cinq ans auparavant, la commune était plus peuplée et il avait obtenu 685 voix sur 1 275 votants.
A quelle élection a-t-il obtenu le meilleur score ?
Justifiez votre réponse.**

Cette situation offre la possibilité de construire deux rapports et de les comparer afin de déterminer le meilleur score lors d'une élection.

4.1. Quand les pourcentages réapparaissent...

Parmi les solutions envisageables, il est possible de dire que si 50 votants supplémentaires donnent tous leurs voix au même candidat alors l'inégalité suivante est vraie :

$$\frac{635}{1\ 125} < \frac{685}{1\ 275}$$

En réalité, aucun élève n'utilise cette propriété non privilégiée dans le savoir scolaire. Par contre, ce contexte d'élection évoque les pourcentages et met MOU dans une situation difficile : il lui faut 45 minutes pour élaborer une solution correcte avec l'aide de l'enseignant.

MOU : *En pourcentage... on divise le nombre... le nombre de votants par le nombre de voix, je crois... 1 225 divisé par 635... 1,92... n'importe quoi... (il précise qu'il a fait cette opération pour voir)... ça donne le pourcentage de voix pour... 1,9... je ne sais pas... Pour savoir le pourcentage, comment on fait ?... divisé par 100... Sur 100 pour 100 de gens... sur 100 personnes, on demande un truc et on regarde combien de personnes ont répondu... c'est un rapport, 100 pour 100... 1 225 divisé par 635... on a trouvé 1,9... 1,9 voix... 1,9 voix pour... c'est la galère... 1 225 divisé par 590... 2,07...*

MOU construit des rapports sans en contrôler vraiment le sens, ce qui perturbe ses inférences. Il semble plus guidé par la vraisemblance du résultat.

E : *Pourquoi fais-tu le rapport dans ce sens ?*

MOU : *Pour 100 personnes... après, je ne sais pas... 100 c'est le nombre de personnes interrogées... 10 pour cent ont répondu oui... 635 divisé par 1 225... ça fait des zéros... 0,5 pour cent... 685 divisé par 1 275... 0,53... là il y en a plus... 0,53... ont voté pour lui quoi... je ne sais pas si c'est des pour cent...*

Après sollicitations, MOU ne peut expliquer ce que représente 0,53. Deux conceptions différentes s'affrontent : le *pour cent* comme unité et le pourcentage comme rapport. L'enseignant fait construire lentement les égalités suivantes afin de donner du sens au pourcentage et de préciser l'organisation des données :

$$\frac{685}{1\ 275} = \frac{6,85}{12,75} = \frac{x}{100} = 0,537$$

Il formule à nouveau le problème en ces termes : *sur 100 votants, combien ont voté pour ?* MOU trouve 53,7.

Pour lui le pourcentage est un rapport dont les grandeurs en relation et la référence à 100 ne peuvent être clairement explicitées.

4.2. Limites de l'intervention de l'enseignant

Penser une comparaison de rapports, c'est gérer deux grandeurs qui varient simultanément en choisissant d'en maintenir une constante et d'observer les variations de l'autre. L'association variation - constante est « contre-intuitive ». Elle rend cette opération de pensée plus complexe que la comparaison au sein d'une même grandeur.

Le franchissement d'obstacles, où sont en jeu des associations contre-intuitives, nécessite la coordination de concepts bien maîtrisés. Le temps de maturation de l'appareil psychique est très différent du temps d'apprentissage. Les prises de conscience de l'inadaptation de certains schèmes ne peuvent s'élaborer que si le sujet peut en construire un autre dont il pense qu'il répond mieux, et sans équivoque, à la question posée. Dans la négative, l'ancien schème continue de fonctionner même si des doutes subsistent... et si l'enseignant perturbe l'édifice. Au quotidien, l'action est une nécessité.

4.3. Rôle de la nominalisation

L'aide au développement et au transfert des compétences passe par la construction et la reconnaissance d'invariants opératoires de différents niveaux dont certains sont peu enseignés par l'École : la grandeur de référence, l'analyse dimensionnelle des rapports et la dépendance ou l'indépendance des covariations. Ces invariants entrent dans les calculs inférentiels qui permettent à l'élève de générer des règles d'action, et pourtant ils ne sont pas nommés !... « La nominalisation permet de transformer les concepts, d'outil de pensée en

objets de pensée » (Vergnaud, 1991), condition essentielle pour qu'ils soient communicables. Si l'enseignant n'a pas de mots pour communiquer ces savoirs implicites, leur appropriation est laissée à la charge de l'élève qui doit les découvrir par des imitations ou des jeux de regard cherchant l'approbation.

EN GUISE DE CONCLUSION

La formation, le développement et la construction de connaissances complexes avec l'aide de l'enseignant sont non seulement médiatisés par le langage qui permet de communiquer, d'échanger des points de vue, de penser la réalité, de planifier les actions et de les contrôler, mais aussi par des jeux de regard qui cherchent l'approbation et par des imitations qui se passent de commentaires.

En classe l'enseignant gère ces informations et fait des choix pour aider l'élève dans l'élaboration de ses connaissances tout en lui laissant l'autonomie de ses décisions. Ces actions de tutelle conduisent l'apprenant à :

- analyser les prises d'information,
- classer les données afin de mettre en évidence des liens entre grandeurs,
- identifier des invariants opératoires (pourcentage, rapport inverse, grandeur de référence, état initial...),
- contrôler le bien fondé de ses actions afin qu'il assume au mieux les remises en questions qu'elles peuvent induire,
- justifier les procédures,
- maintenir la réflexion et soutenir le questionnement,
- encourager les mises en relation,
- favoriser l'analyse des erreurs.

Lors de ces actions de tutelle, l'enseignant ne décide pas à la place de l'élève, il donne à l'élève les moyens de sa décision.

Ces sollicitations conduisent MOU à interroger ainsi le fonctionnement de sa pensée :

Je ne réfléchis pas comme il faut... je n'analyse pas bien le problème, ça va pas... d'abord je fais et après je réfléchis.

Ces propos mettent en évidence le rôle essentiel des connaissances-en-acte (*d'abord je fais*) dont la prise de conscience tardive passe par le contrôle de leurs conditions de validité (*après je réfléchis*). Les enseignants pourraient trouver un grand intérêt à se pencher sur ces invariants opératoires (concepts-en-acte et théorèmes-en-acte) qui pilotent les prises d'information et les décisions de l'élève. La grille de lecture qu'ils fournissent leur permettrait d'entreprendre, en interaction avec leurs élèves, cette longue marche qui mène aux savoirs.

La joie à l'école passe par une double culture élaborée : celle de l'enseignant qui donne du sens aux dires du sujet et celle de l'élève qui vit ses connaissances.

NOTES

- (1) Ce travail est issu de la thèse que j'ai soutenue en 1994 à l'Université Paris V, en Sciences de l'éducation, sous la direction de Gérard Vergnaud.
- (2) Le rapport de deux nombres a et b , avec b différent de 0, est synonyme de quotient de a par b .
- (3) Les théorèmes-en-acte sont des propositions tenues pour vraies (dans l'action) par le sujet, mais ils peuvent être faux. Les concepts-en-acte sont des concepts tenus pour pertinents dans la prise d'information. Leur fonctionnalité nous indique qu'ils peuvent être conscients, contrôlés, voire automatisés même s'ils ne peuvent pas être explicités.
- (4) Le schème est une « organisation invariante de la conduite pour une classe de situations donnée » (Vergnaud, 1991).
- (5) Le poids est une force due à l'application de la pesanteur sur les corps matériels.
- (6) Selon Bourdieu, les habitus sont des « schèmes répétés de conduites. »
- (7) Le sens des pourcentages, pour un élève, est l'ensemble des schèmes qu'il peut mettre en oeuvre pour traiter une situation.
- (8) Les invariants opératoires (théorèmes-en-acte et concepts-en-acte) représentent des « connaissances du sujet qui sont sous-jacentes à ces conduites » (Vergnaud, 1990). A ce titre ils conditionnent l'action du sujet.
- (9) « Ces situations fondamentales permettent à l'élève de fabriquer assez vite une conception correcte de la connaissance qui pourra s'insérer, le moment venu, sans modifications radicales, dans la construction de nouvelles connaissances. » (Brousseau, 1986, page 67)
- (10) « On peut penser le réel comme un ensemble d'objets munis de propriétés et entretenant des relations avec d'autres objets... On peut aussi penser le réel comme un ensemble de situations, dans lesquelles le sujet est engagé de manière active et affective. » (Vergnaud, 1993)

BIBLIOGRAPHIE

- BERNARD A. (1994) : *Action de tutelle et reconnaissance d'invariants opératoires : autour du concept de rapport*, Thèse de doctorat, Université Paris V
- BROUSSEAU G. (1986) : Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, in *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 7.2, Grenoble, La Pensée Sauvage.
- BROUSSEAU G. et N. (1987) : *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*, IREM de Bordeaux.
- BRUNER J. (1983) : *Savoir faire, savoir dire*, Paris, PUF.
- DOISE W. et MUGNY G. (1981) : *Le développement social de l'intelligence*, Paris, InterEditions.
- MARGOLINAS C. (1992) : Éléments pour l'analyse du rôle du maître : les phases de conclusion, in *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 12.1, Grenoble, La Pensée Sauvage.
- VERGNAUD G. (1985) : « Concepts et schèmes dans une théorie opératoire de la représentation », in *Les représentations, Psychologie française*, Tome 30.

- VERGNAUD G. (1990) : Catégories logiques et invariants opératoires, in *Archives de Psychologie*, 1990.
- VERGNAUD G. (1991) : Langage et pensée dans l'apprentissage des mathématiques, in *Revue Française de Pédagogie*, n° 96.
- VERGNAUD G. (1993) : Le rôle de l'enseignant à la lumière des concepts de schèmes et de champ conceptuel, in *Vingt ans de didactique des mathématiques en France, Recherches en didactique des mathématiques*, Grenoble, La Pensée Sauvage.
- VYGOTSKI (1934) : *Pensée et Langage*, Paris, Éditions sociales, trad. 1985.