

RUPTURES ET CONTINUITÉS ENTRE PHYSIQUE ET MATHÉMATIQUE À PROPOS DE LA CARACTÉRISTIQUE DES DIPÔLES ÉLECTRIQUES LINÉAIRES

Didier Malafosse
Alain Lerouge

Les professeurs de sciences physiques s'étonnent souvent des difficultés rencontrées par leurs élèves dans la mise en œuvre de connaissances mathématiques. Parallèlement, les enseignants de mathématiques sont convaincus que les notions qu'ils enseignent sont spontanément transférables en physique. En nous appuyant sur un exemple, celui de l'étude expérimentale de la loi d'Ohm, nous montrons que l'analyse de ces difficultés met en évidence une absence de repères pour penser les continuités et les ruptures entre les deux disciplines et nous proposons un modèle articulé autour des notions de "cadre de rationalité" et de "registre sémiotique" qui permet d'analyser les processus de conceptualisation par une approche inter-didactique.

la difficile
communication
des enseignants
de mathématiques
et de physique

Les professeurs de sciences physiques de l'enseignement secondaire manifestent souvent leur étonnement devant l'incompétence des élèves à la mise en œuvre des mathématiques dans leur discipline. Parallèlement, les enseignants de mathématiques sont convaincus que les notions qu'ils enseignent sont spontanément transférables en physique. Par exemple, lorsqu'en classe de physique on demande aux élèves de déterminer l'équation d'une droite ou la valeur d'un coefficient directeur à partir de quelques points de mesure à peu près alignés, l'activité attendue va à l'encontre des règles édictées en mathématique obligeant les élèves à recourir à une démarche algébrique portant sur la droite en tant qu'objet géométrique continu. Il en va de même pour les procédures de validation d'alignement fondée sur l'interprétation graphique en physique et sur une démonstration formelle en mathématique. Nous allons voir que ces difficultés relèvent d'une absence de repères pour penser les continuités et les ruptures entre les deux disciplines, et nous allons tenter d'analyser les raisons de ces difficultés dans le cas particulier de l'étude expérimentale de la loi d'Ohm. En effet, ce thème traditionnel en physique est l'occasion de mettre en œuvre divers modes de représentation et diverses procédures de validation intervenant en mathématique à propos de la proportionnalité.

Dans un premier temps, nous présentons les conceptions d'enseignants des deux disciplines faisant état du fossé qui les sépare à propos des éléments sémiotiques utilisés dans les représentations graphiques. Ensuite, nous proposons un

modèle visant à expliciter ce malaise en terme de rupture de rationalité et d'instabilité des registres de représentation lorsqu'on passe d'une discipline à l'autre. Enfin, le modèle est mis en œuvre dans des situations expérimentales extraites d'un travail de recherche plus général sur cette problématique. Pour ne pas alourdir cette présentation, nous ne développerons pas la méthodologie expérimentale, disponible par ailleurs (Malafosse, 1999).

1. À PROPOS DES REPRÉSENTATIONS GRAPHIQUES ET ALGÈBRIQUES DE LA LOI D'OHM EN PHYSIQUE

1.1. L'introduction de la notion de caractéristique dans l'enseignement de la loi d'Ohm

Depuis près d'un siècle, la loi d'Ohm est inscrite à divers niveaux du programme de sciences physiques de l'enseignement secondaire français. Au moment de son introduction en 1902, sa présentation était très différente de la formulation initiale de G. S. Ohm (Pourprix & Locqueneux, 1988) et elle a fait l'objet de nombreux remaniements liés essentiellement à l'évolution des conceptions des physiciens à propos de l'enseignement des circuits électriques (Johsua, 1994).

Depuis les années 70, la présentation de cette loi dans l'enseignement secondaire s'est relativement stabilisée. Elle repose sur une relation à l'expérimental imprégnée d'inductivisme, qui, comme le rappelle Johsua (1989), "*est à la fois une option épistémologique concernant la physique, et une option pédagogique proprement dite*". En effet, dans un premier temps, on admet implicitement que, pour établir la loi, il suffit de constater à partir d'un nombre fini de données expérimentales, qu'il existe une relation fonctionnelle de type linéaire entre la tension aux bornes de dipôles d'un certain type (appelés aujourd'hui "conducteurs ohmiques") et l'intensité qui le traverse. En somme, il suffit de "lire" la loi "écrite" dans le phénomène. En outre, cet inductivisme épistémologique se double très souvent (Robardet, 1995) d'un inductivisme de nature pédagogique dans la mesure où l'élève est invité à "appliquer" une stratégie élaborée à l'avance par l'enseignant, ce qui le prive à la fois d'un travail d'émission d'hypothèses et de conception d'un dispositif expérimental, mais aussi et surtout d'une réelle activité de modélisation (Robardet & Guillaud, 1997, pp. 49-51). Ainsi, à partir d'un ensemble de points à peu près alignés, on "découvre" la proportionnalité entre la tension et l'intensité relatives au dipôle concerné, dont on détermine la résistance électrique *via* le coefficient de proportionnalité. Cette présentation favorise alors un traitement didactique reposant implicitement sur une "analogie" entre les procédures de traitement de problème de proportion-

l'enseignement
de la loi d'Ohm

la question de la
proportionnalité

nalité en mathématique et en physique, ce que confirme l'examen des manuels scolaires. Or, comme nous le verrons plus loin, le rapprochement des deux disciplines à cette occasion est source de difficultés pour les élèves, et il faut se poser la question du bien fondé de cette "analogie". En outre, cette nécessité est renforcée par le fait que le dernier remaniement du programme de sciences physiques de la classe de Troisième introduit, explicitement pour la première fois au collège, la notion de "caractéristique de dipôles" (1). Cet ajustement conduit à représenter la loi d'Ohm sous forme algébrique par l'expression $U = R \cdot I$ et sous forme graphique par une droite passant par l'origine du plan $\{U, I\}$. L'évolution actuelle des programmes pose la question de l'intérêt de cette double représentation.

1.2. Le point de vue contrasté d'enseignants en mathématique et physique

enquête auprès
d'enseignants
débutants

Pour répondre aux deux questions de la pertinence de l'analogie de traitement des problèmes de proportionnalité en physique et en mathématique, et de l'intérêt de la double représentation graphique/algébrique de cette proportionnalité, nous avons réalisé auprès de professeurs stagiaires (PLC2) en fin d'année de formation professionnelle (2) une phase exploratoire en deux étapes. Dans un premier temps, nous avons procédé à une série d'entretiens semi-directifs auprès d'une dizaine de PLC2 de sciences physiques. Ces entretiens visaient à recueillir leur analyse des difficultés rencontrées par les élèves à l'occasion du travail de modélisation consécutif à l'étude expérimentale de la loi d'Ohm. Ensuite, nous avons organisé un débat entre PLC2 de mathématiques et de sciences physiques pour obtenir leurs représentations à propos des divers éléments graphiques mis en œuvre dans le traitement des représentations cartésiennes.

• Entretiens avec des PLC2 de sciences physiques

Les enseignants que nous avons choisi d'interroger exerçaient en classe de Troisième ou de Seconde et avaient traité la leçon sur la loi d'Ohm qui figurait à l'époque au programme des deux classes. Ils s'étaient tous engagés spontanément

-
- (1) Le programme de sciences physiques de la classe de Troisième [élèves de 14-15 ans] publié au *B.O.E.N. n° 10 du 15.10.98* précise les points à aborder : *Notion de résistance électrique. Unité. Caractéristique d'un dipôle. Loi d'Ohm*. On peut remarquer que depuis la fin des années 70, la représentation graphique de la loi d'Ohm et des caractéristiques des dipôles électriques était repoussée en classe de Seconde, un an après son introduction sous forme algébrique.
- (2) On pourrait raisonnablement émettre une réserve sur la pertinence de recueils de représentations auprès de professeurs stagiaires (et donc fraîchement sortis du système universitaire). Néanmoins, nos expériences professionnelles (notamment en formation continue) nous invitent à penser que ces représentations évoluent peu entre la fin de l'année de formation professionnelle (période à laquelle nous avons opéré avec les PLC2) et la suite de la carrière.

dans une détermination de type graphique (3), et de leur avis unanime, cette étape de modélisation *via* le graphe avait constitué pour les élèves une source de difficultés. Comme attendu, leur interprétation première reposait sur l'incapacité des apprenants à transposer des résultats élémentaires des mathématiques dans le cadre de la physique, et à passer du graphe d'origine expérimentale à l'expression algébrique de la loi.

L'analyse de ces entretiens a révélé :

- la volonté des enseignants de construire une séquence dont l'objectif central repose sur la détermination quantitative de la résistance d'un conducteur ohmique donné plutôt que sur une analyse phénoménologique de l'influence de l'introduction de divers conducteurs dans un circuit ; ce choix qui s'appuie sur une analogie entre des graphes en mathématiques et physique révèle une surdétermination des mathématiques par rapport à la physique conduisant les stagiaires à négliger l'étude phénoménologique aussi bien dans le choix du dispositif expérimental que dans celui de l'exploitation de la loi au profit d'un traitement mathématique complètement décontextualisé ;
- l'ignorance de la part de ces professeurs stagiaires de l'existence de différences entre les règles de traitement du graphique cartésien en physique et en mathématique ;
- l'illusion que pour les élèves, le passage de la représentation cartésienne à la relation algébrique nécessaire à l'établissement de l'expression analytique de la loi d'Ohm était totalement transparent.

Pour mieux cerner ces deux derniers points, nous avons organisé un débat contradictoire entre professeurs stagiaires de sciences physiques et de mathématiques.

**• Débat entre PLC2 de mathématiques
et de sciences physiques**

La rencontre s'est déroulée sous forme de deux débats filmés regroupant chacun 20 professeurs stagiaires de sciences physiques et de mathématiques de l'IUFM de Montpellier. La situation d'entrée dans l'activité consistait en un questionnaire relatif à la représentation cartésienne souvent utilisée par les élèves en fin de Troisième ou au début de Seconde, tant dans le cadre scolaire (4) des mathématiques (représentation des fonctions) que dans celui des sciences physiques (caractéristiques de dipôles, etc.). Ce questionnaire était structuré en trois parties :

surdétermination
de la physique
par les
mathématiques

(3) ... Alors que les programmes ne l'exigeaient pas au niveau de la classe de Troisième.

(4) Nous distinguons le cadre de rationalité d'une part sur des bases épistémologiques (cadre des mathématiques et cadre de la physique) (Lerouge, 1992) et d'autre part sur un niveau de transposition (cadre culturel, scolaire ou personnel) (Malafosse, 1999).

- définitions des objets géométriques qui apparaissent sur un graphique;
- procédures d'obtention et de traitement de ces objets;
- statut de preuve d'un constat graphique.

la droite des
enseignants de
mathématique

Comme prévu, de nombreux antagonismes de conceptions se sont révélés. Ainsi, nous avons pu observer que les professeurs stagiaires de mathématiques sont capables de fournir "plusieurs définitions précises" de la droite ("par une équation cartésienne, par un point et une direction, par deux points, par une relation vectorielle") et du point ("par un ensemble de n coordonnées dans un espace à n dimensions, par l'intersection de deux droites"), définitions qui, entre parenthèses, ne renvoient pas à la définition de l'objet droite au sens d'Euclide, mais à son utilisation dans le cadre culturel de la géométrie analytique.

la droite des
enseignants
de physique

Pour les professeurs stagiaires de sciences physiques, "la droite n'a pas besoin d'être définie" car "elle ne sert qu'à exploiter des points expérimentaux", "pour montrer une relation de linéarité" ou parce qu'elle n'est qu'un "cas idéal" et donc "n'existant pas", "la droite réelle n'étant en fait qu'un segment... dont les limites sont imposées par les contraintes matérielles", et "d'une épaisseur imposée par la précision des mesures". De même, pour eux, le point n'existe pas car seule une "tache représente un état du système affecté de l'incertitude des mesures". Cette position a été résumée par un des stagiaires de sciences physiques en réponse à une remarque d'un stagiaire de mathématiques qui craignait que le concept de droite ne fût confondu avec le trait du graphique par la phrase : "je regrette que mes élèves ne fassent pas des taches assez grosses et des bandes assez larges parce que, expérimentalement, (...), je préférerais qu'ils fassent une tache qui couvre le domaine d'incertitude; là, je ferais de la physique. À partir de là, je passe à la notion de droite virtuelle et de point virtuel et, à partir de là, je change de niveau, je passe aux maths."

Les professeurs stagiaires des deux communautés ont ainsi eu la surprise de découvrir que leurs approches épistémologiques et didactiques étaient très différentes. En classe de mathématiques, on pense d'abord la droite puis on la visualise et par déduction, on s'intéresse à ses points, alors qu'en sciences physiques, "on part d'un nuage de points pour modéliser" par induction. Nous avons aussi constaté que les stagiaires des deux disciplines ont du mal à se comprendre lorsqu'on aborde le problème du statut de la droite qui "existe sans être représentée" pour les mathématiciens, alors qu'"elle n'est qu'un outil de travail" sans existence propre pour les physiciens. Cette incompréhension se traduit par le refus des mathématiciens et l'acceptation des physiciens de la proposition : "on trace une droite". Enfin, alors que les professeurs stagiaires de mathématiques fondent leurs conceptions de la droite et du point sur des

structures géométriques isomorphes à celles de l'ensemble des réels, restant ainsi dans le cadre culturel des mathématiques formelles, les professeurs stagiaires de sciences physiques perçoivent la droite et le point comme des objets idéalisés obtenus à partir de bandes et de taches par passage du cadre culturel de la physique à celui des mathématiques, ces bandes et ces taches étant les projections dans le cadre physique d'états d'un système réel, c'est-à-dire d'un ensemble d'objets et d'événements.

1.3. Nécessité d'une approche inter-didactique

une recherche
de clarification

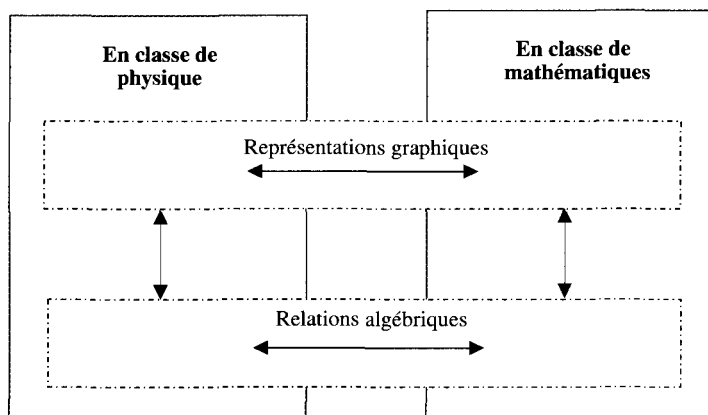
En première analyse, ces débats ont permis de faire un inventaire des différences de conceptions des membres des deux communautés de stagiaires à propos des éléments sémiotiques intervenant dans les graphiques et à propos de leur utilisation en classe. Mais cette phase exploratoire a surtout révélé les difficultés à intégrer ces résultats dans un cadre théorique. Par exemple, dans quel modèle nous placer pour distinguer le graphique du professeur de mathématiques et celui du professeur de sciences physiques qui semblent différer par la signification de leurs éléments sémiotiques mais aussi par leurs règles de traitement ? Quels "outils" mettre en œuvre pour comparer les passages entre le graphique et la relation algébrique que réalise l'élève en cours de mathématiques et ces passages (qui ne sont plus exactement les mêmes) lorsque cet élève se retrouve en séance de travaux pratiques de physique ? Bref, dans quel cadre théorique nous placer pour révéler à la fois l'illusion de transparence interdisciplinaire de l'usage des graphiques et des formules algébriques, et les difficultés à coordonner dans une discipline donnée des représentations différentes d'un même contenu sémantique ?

Pour répondre à cette interrogation de nature théorique, nous avons cherché à construire un modèle permettant d'opérationnaliser dans une démarche de recherche inter-didactique l'approche globale que synthétise le schéma ci-dessous [cf. figure 1].

2. PROPOSITION D'UN MODÈLE D'ANALYSE DES PROCESSUS DE CONCEPTUALISATION EN INTER-DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES ET DE LA PHYSIQUE

Pour ce modèle présenté initialement avec J.-M. Dusseau (Malafosse, Lerouge & Dusseau, 2000), nous avons choisi de recourir aux notions de registre sémiotique (Duval, 1993) et de cadre de rationalité (Lerouge, 1992) qui ont déjà été mises en œuvre en didactique des mathématiques, notamment à propos de la croissance linéaire (Duval, 1988b).

Figure 1. Problèmes de transparence et de coordination des représentations d'un même contenu sémantique interdisciplinaire



2.1. Registre sémiotique

Pour Duval la distinction entre un objet et sa représentation sémiotique est *“un point stratégique pour la compréhension des mathématiques”* (1993, p. 37) car l'objet mathématique sur lequel s'appuie le processus de conceptualisation n'a pas de réalité matérielle. Cet auteur pose en corollaire la nécessité de développer une approche sémiotique de la construction des connaissances en mathématiques qui l'amène à définir la notion de registre sémiotique comme un système de signes doté des trois *“fonctions cognitives fondamentales”* (Duval, 1995, p. 200) : la *“fonction de communication”*, la *“fonction de traitement”* (c'est-à-dire la transformation de la représentation sans changer de système sémiotique), et la *“fonction d'objectivation”* (permettant à la fois la prise de conscience de l'existence de la représentation en tant que telle, et sa conversion dans un autre système sémiotique). De ce point de vue, les activités mathématiques nécessitent le recours à divers registres (la langue naturelle, l'écriture symbolique, le graphique cartésien, les figures géométriques, les tableaux de données, etc.) et leur mise en œuvre coordonnée permet de réaliser les traitements cognitifs de la manière la plus économique possible. Mais Duval justifie cette nécessité de coordination par une autre raison beaucoup plus fondamentale liée à la construction des connaissances. En effet, pour lui, *“la compréhension (intégrative) d'un contenu conceptuel repose sur la coordination d'au moins deux registres de représentation, et cette coordination se manifeste par la rapidité et la spontanéité de l'activité de conversion [... mais] cette coordination est loin d'être naturelle”* (Duval, 1993, p. 51). Duval insiste alors sur l'importance de la

la notion
de registre en
didactique des
mathématiques

extension en
didactique de
la physique

mise en congruence sémantique d'unités significatives entre divers registres pour permettre l'activité de conversion. Par exemple, le fait de mettre en correspondance le signe du coefficient directeur d'une droite dans le registre de l'écriture formelle des fonctions et l'inclinaison de cette droite dans le registre graphique établit une congruence entre les deux registres qui facilitera dans d'autres situations le passage automatique de l'un à l'autre, mais surtout l'appropriation du concept de croissance. Sans ces correspondances, il y a un cloisonnement des registres chez les élèves *"qui ne reconnaissent pas le même objet à travers des représentations qui en sont données dans des systèmes sémiotiques différents : l'écriture algébrique d'une relation et sa représentation graphique"* (Duval, 1993, p. 52). Les notions de registre sémiotique et de congruence sémantique ayant été définies et mises en œuvre par cet auteur en didactique des mathématiques, la question se posait de la possibilité de leur transposition en didactique de la physique. Nos travaux (Malafosse, 1999) reposant sur une approche épistémologique de la nature des *"objets conceptuels"* (Bunge, 1983) en mathématiques et en physique ont permis de montrer l'aptitude de ces notions à opérer aussi en didactique de la physique. Nous considérons que les activités cognitives de la physique nécessitent également la mise en œuvre coordonnée de divers registres (la langue naturelle, l'écriture symbolique, le graphique cartésien, les figures géométriques, les tableaux de données, etc.), mais la question se pose de savoir si les registres sémiotiques identifiés dans les deux disciplines sont les mêmes. Autrement dit, comment déterminer dans quelle mesure la nature des disciplines influe sur les règles de construction des représentations sémiotiques ? Pour tenter de répondre à cette question, nous avons retenu la notion de cadre de rationalité qui ouvre la sémantique d'un registre au contexte général de la rationalité disciplinaire dans lequel il est utilisé.

2.2. Cadre de rationalité

la notion
de cadre de
rationalité en
didactique des
mathématiques

La notion de cadre de rationalité (Lerouge, 1992) a été proposée initialement pour analyser le statut de la droite au collège, en termes de rupture de rationalité entre le familier des élèves et le culturel mathématique qui leur est enseigné. A. Lerouge considère que les processus de conceptualisation en mathématiques sont gérés à un instant donné par deux cadres de rationalité inter-réagissant : le cadre familier de l'élève, et le cadre culturel des mathématiques (5). Dans le cas particulier de l'analyse des processus de conceptualisa-

(5) Ou plus exactement le cadre scolaire des mathématiques, c'est-à-dire le transposé au niveau scolaire considéré du cadre culturel des mathématiques savantes. Pour alléger la lecture nous nous contenterons de le désigner par l'expression "cadre des mathématiques", et de même pour le cadre de la physique.

tion de la droite au collège, le cadre de rationalité familial se trouve fondamentalement en rupture avec celui des mathématiques. En particulier, si le registre des figures géométriques intervient dans les deux cadres, il ne renvoie pas du tout aux mêmes signifiés. Dans le premier cadre, la droite est identifiée au trait droit dessiné avec la règle, alors que dans le second, il s'agit d'un objet idéal inconnu que le trait droit sert à conceptualiser. Dans un article à paraître, Lerouge (2000) insiste tout particulièrement sur le fait que la différenciation des deux cadres ne se limite pas aux seuls registres sémiotiques mais doit être analysée au niveau de quatre ruptures :

- une rupture d'objet entre la droite matérielle et la droite idéale ;
- une rupture des processus de conceptualisation entre la conceptualisation spontanée et la conceptualisation scientifique [au sens de Vygotski (1934)] ;
- une rupture de processus de validation entre le constat figural et la démonstration ;
- une continuité de registre sémiotique au niveau des signifiants, mais une rupture au niveau des signifiés.

Cette analyse en termes de continuités et de ruptures de rationalité entre le cadre familial et le cadre des mathématiques peut être étendue au cas de l'interdisciplinarité, à la condition de distinguer un cadre de rationalité de la physique et un cadre de rationalité des mathématiques. On peut alors définir la notion de cadre de rationalité comme un ensemble cohérent de fonctionnement de la pensée culturelle ou familiale, caractérisé par quatre composantes :

- l'ensemble des "*objets conceptuels*" (Bunge, 1983) sur lequel porte la conceptualisation ;
- le type de processus de validation ;
- les éléments de rationalité (règles de traitement et de validation) ;
- et enfin, les registres sémiotiques qui servent de support à la conceptualisation et à la communication.

C'est ce qu'illustre le tableau ci-dessous [cf. tableau 1] qui caractérise les cadres de rationalité mathématique, physique, et familial, à partir des objets conceptuels sur lesquels portent l'activité cognitive des sujets, et des règles de traitement et de validation mises en jeu dans cette activité.

Le fait qu'interviennent, aussi dans l'identification des cadres de rationalité, les registres sémiotiques qui servent de support à la conceptualisation et à la communication impose de coordonner ces deux notions. C'est ce que nous allons tenter de faire en interprétant, dans un premier temps, le discours des professeurs stagiaires que nous avons interviewés au cours de la phase exploratoire de nos travaux. Ceci nous amènera à formuler des hypothèses à propos de la stabilité de la notion de registre sémiotique dans l'opération de changement de cadre de rationalité, et à

propos de la spontanéité de la coordination de plusieurs registres dans un cadre de rationalité donné. Enfin, nous mettrons à l'épreuve ces hypothèses dans l'analyse de productions d'élèves de classe de Troisième, à l'occasion de l'étude expérimentale de la loi d'Ohm.

Tableau 1. Exemples (6) d'objets conceptuels et d'éléments de rationalité

| | Cadre de rationalité des mathématiques | Cadre de rationalité familial | Cadre de rationalité de la physique |
|--------------------------------|--|--|--|
| Objets conceptuels | La droite, la croissance, la continuité, l'additivité, la dérivée, le point, etc. | Le chaud et le froid, la lumière, les fées, la peur, le point, etc. | L'énergie, la vitesse, la résistance électrique, l'électron, le point, etc. |
| Éléments de rationalité | La déduction logique, le raisonnement par récurrence, l'analyse combinatoire, l'infini, etc. | La validation par constat (fréquence de répétition, mesurage sur dessin), la ressemblance, la déduction, etc.) | L'homogénéité des formules, la réfutabilité, la validation par induction, la déduction logique, etc. |

3. MISE EN ŒUVRE COORDONNÉE DES NOTIONS DE REGISTRE SÉMIOTIQUE ET DE CADRE DE RATIONALITÉ

3.1. Interprétation du discours des professeurs stagiaires (PLC2)

Pour les PLC2 de physique interviewés à l'occasion de la phase exploratoire, le travail de modélisation conduisant à la loi d'Ohm consiste d'une part en une identification suite à un constat de ressemblance du graphe expérimental construit à partir des mesures physiques et du graphe associé à l'étude de la fonction linéaire, et d'autre part en une identification des relations fonctionnelles $y = a \cdot x$ et $U = R \cdot I$ [cf. figure 2]. Le changement de cadre de rationalité réalisé à cette occasion dans les registres graphique et algébrique est supposé

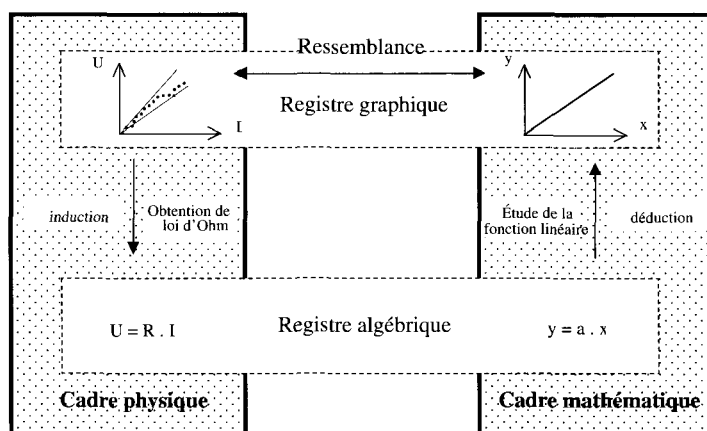
couplage des notions de registre sémiotique et de cadre de rationalité

- (6) Comme on peut le constater sur ces exemples, certains objets conceptuels (comme par exemple le point) apparaissent dans plusieurs cadres de rationalité, mais les recueils de conception que nous avons réalisés tant au niveau des élèves (Lerouge, 1992) qu'à celui des PLC2 (Malafosse, 1999) montrent que leur statut varie beaucoup d'un cadre à l'autre. Par contre, certains objets conceptuels (comme par exemple l'électron) n'existent que dans un cadre de rationalité particulier. Il en est de même des éléments de rationalité qui peuvent être spécifiques ou non d'un cadre de rationalité donné.

contextualisation
disciplinaire
du registre
sémiotique

totalemment transparent. Or, d'une part, de sérieuses difficultés d'élèves sont constatées, et d'autre part, l'analyse des débats contradictoires entre professeurs stagiaires de mathématiques et de sciences physiques a révélé de très grands écarts entre leurs conceptions à propos des éléments significatifs des registres graphiques employés dans les deux disciplines. Tout ceci nous ramène à la question de savoir si, par exemple, le registre du graphique cartésien mis en œuvre en mathématiques peut être identifié à celui employé en physique. Par ailleurs, les professeurs stagiaires de sciences physiques n'interprètent jamais, en termes de difficultés de coordination de registres sémiotiques, l'échec des élèves dans les activités nécessaires pour exprimer la loi d'Ohm. Ils préfèrent, au mieux, argumenter en termes de déductif/inductif pour opposer les activités demandées en mathématiques et en physique.

Figure 2. Couplage entre les notions de cadre de rationalité et de registre sémiotique



3.2. Hypothèse de l'instabilité de la notion de registre sémiotique dans l'opération de changement de cadre de rationalité

le registre
graphique
cartésien en
mathématique
et en physique

Pour répondre à la question de l'instabilité de la structure de registre au cours des opérations de changement de cadre de rationalité, nous avons mené (Malaufosse, 2000) une étude comparative entre le registre graphique cartésien tel qu'il est employé en cours de mathématiques pour l'étude des fonctions linéaires et en cours de physique pour l'étude expérimentale de la loi d'Ohm. Cette étude révèle un certain nombre de ruptures tant au niveau des signifiants attachés aux registres sémiotiques qu'à celui des règles de traitement qu'ils permettent de développer [cf. tableau 2].

Tableau 2. Comparaison d'éléments figuratifs des registres graphiques en mathématiques et en physique

| | En physique | En mathématiques |
|-----------------------------------|---|---|
| Le point graphique | Tout point graphique du plan représente un état accessible au système étudié, mais à tout couple de mesures (U, I) on associe une surface (tache). Le point P (U, I) est donc l'idéalisation d'une tache de mesure. | À tout couple de nombres (x, y) on associe par bijection un point graphique M (x, y) du plan XOY de coordonnées x et y. Ce point a les propriétés géométriques d'un point géométrique. |
| Les axes graphiques | Ils ont les propriétés géométriques des droites orientées mais ils sont dimensionnés (par exemple, l'axe des abscisses a pour dimension une intensité et l'axe des ordonnées est un axe de tension). | Ils ont aussi les propriétés géométriques des droites orientées mais ils ne sont pas dimensionnés. |
| Changement d'unités | La forme et l'aire de chaque tache dépendent des conventions de mesure et de représentation (vecteurs unitaires dont la longueur dépend du choix des unités de mesure, convention de branchement des appareils de mesure). | Le point reste un point par changement d'unité des axes de coordonnées. |
| Le passage des points à la droite | Par induction, on passe par interpolation et extrapolation d'un ensemble discontinu de taches à une bande. La propriété de continuité est occultée par celle d'imprécision des mesures. La bande est de longueur et d'épaisseur finies. | La droite graphique est l'ensemble des points graphiques. Elle a les propriétés de la droite géométrique (longueur infinie, épaisseur nulle, etc.). <i>"Le tracé de la droite se génère dans un mouvement et la propriété de continuité relève de cette représentation dynamique."</i> (Duval, 1988a, p. 14) |

| | En physique | En mathématiques |
|--|--|--|
| Idéalisation des procédures expérimentales | Les passages de la tâche au point graphique et de la bande à la droite graphique (qui correspondent à la première étape de la démarche de modélisation) se font dans la perspective d'une idéalisation des procédures expérimentales et par interpolation / extrapolation de nature inductive des résultats expérimentaux idéalisés. | Pas d'équivalent en mathématiques. |
| Passage du registre graphique au registre algébrique | La deuxième étape de la démarche de modélisation consiste à changer de registre mais, tant qu'elle n'est pas tracée, la droite graphique n'est pas convertible dans le registre algébrique sous la forme d'une relation fonctionnelle. C'est par construction de la droite qu'on crée le signifié. | La représentation droite graphique et sa conversion dans le registre graphique sous forme d'une relation fonctionnelle coexistent toujours. Le signifié correspondant existe par définition. |

rupture
au niveau
des signifiants
et des règles
de traitement

Il apparaît sur ce tableau que le changement de cadre de rationalité entraîne au niveau du registre graphique une double rupture : au niveau des signifiants et au niveau des règles de combinaison de ces signifiants. Ce constat est en contradiction avec la caractérisation d'un registre sémiotique graphique unique pour les deux disciplines : en effet, au sens de Duval un registre est caractérisé par "les règles de formation permettant de combiner les signes en l'unité d'une représentation" (Duval, 1995). Il faut donc admettre soit l'existence de deux registres séparés au sens de R. Duval, soit l'existence d'un registre transversal, qui est fortement contextualisé par le changement de cadre de rationalité.

L'exemple suivant implique encore le registre graphique du cadre de rationalité de la physique et illustre l'influence d'un des éléments de rationalité spécifique du cadre de la physique, à savoir sa nécessaire conformité à la réalité des phénomènes réels observés.

Soit le circuit série représenté sur la figure 3, dans lequel on mesure l'intensité et les tensions aux bornes des divers dipôles (deux résistors et le générateur).

La figure 4 représente les courbes caractéristiques tension/intensité de deux dipôles résistifs et du générateur de

tension, ainsi que la courbe obtenue par construction point par point des caractéristiques des deux résistors.

Figure 3. Circuit série à deux résistances

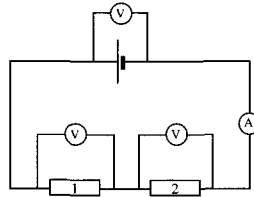
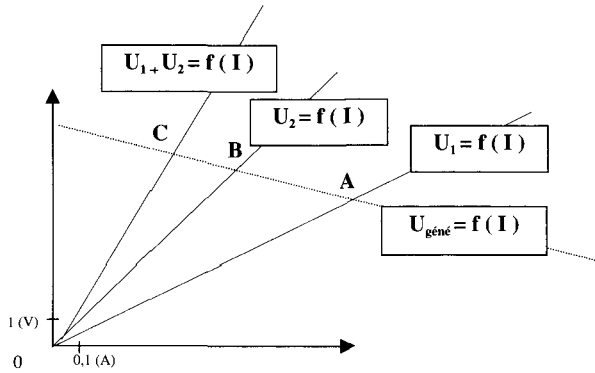


Figure 4. "Combinaison" de caractéristiques

rupture
au niveau
de la référence
phénoménologique



Si l'on pose que dans le cadre de rationalité de la physique tout point graphique doit représenter un état accessible du système, alors il faut admettre que les points d'intersection A, B et C ne peuvent coexister sur le même graphique. En effet, le point géométrique C qui se trouve à l'intersection de la droite graphique $U_{géné} = f(I)$ et de la droite graphique $U_1 + U_2 = f(I)$ correspond au circuit électrique de la figure 3 dans lequel la tension aux bornes du générateur est bien égale à la somme des tensions des deux dipôles pour une intensité particulière. C'est ce que les physiciens appellent un point de fonctionnement de circuit. Les valeurs correspondant à ce point sont celles que l'on mesure effectivement. Par contre, les droites $U_1 = f(I)$ et $U_2 = f(I)$ ne peuvent être considérées comme sécantes de la droite $U_{géné} = f(I)$ qu'à la condition que leur intersection représente un état accessible du système, ce qui n'est pas le cas. Les points géométriques A et B ne peuvent être considérés comme des points graphiques du cadre de rationalité de la physique car il est impossible d'avoir simultanément pour le circuit considéré des couples de mesures de tension et d'intensité correspondant aux coordonnées de ces points. Par contre, la suppression du dipôle D_2 (respectivement D_1) rendrait toute sa valeur heuristique

au graphique, en donnant au point d'intersection A (respectivement B) un sens, celui de point de fonctionnement du circuit électrique associant uniquement le générateur et le résistor D_1 (respectivement D_2). Cet exemple illustre le fait que, dans le registre graphique du cadre de la physique, un point géométrique appartenant à deux droites ne représente pas toujours un point graphique d'intersection de ces deux droites : en physique, seule l'analyse phénoménologique permet d'affecter à un point géométrique une valeur graphique signifiante.

En généralisant ce que nous avons montré pour les registres graphiques cartésiens utilisés en mathématique et en physique, on peut raisonnablement faire l'hypothèse que les registres mis en œuvre dans les deux disciplines diffèrent à la fois par la nature de leurs signifiants, par les règles de combinaisons qui les régissent et par les règles de rationalité de chaque discipline. Nous avons pu tester cette hypothèse auprès des élèves à l'occasion d'une expérimentation sur la conceptualisation de la loi d'Ohm (Malafosse, 1999). Cette expérimentation s'est déroulée en deux étapes : d'abord la mise en œuvre d'une séquence de type "*ingénierie didactique*" (Artigue, 1988) auprès d'une classe de Troisième classée en Z.E.P. (7), et ensuite une enquête sur plusieurs classes de Troisième et de Seconde pour tester la généralité des résultats de l'ingénierie didactique. Cela nous a permis d'analyser les effets au niveau des élèves de la problématique dont nous venons de faire état au niveau des enseignants.

une
expérimentation
en classe

4. ANALYSE DE DIFFICULTÉS D'ÉLÈVES

Nous nous limiterons dans cet article à présenter deux obstacles à l'origine de ces difficultés. Le premier est d'ordre général : il s'agit de l'incapacité des élèves à coordonner spontanément des registres sémiotiques différents. Le second est particulier à la proportionnalité : les divers registres de représentation sont utilisés de manière non congruente par les élèves, aussi bien dans le cadre de rationalité des mathématiques que dans celui de la physique.

4.1. Exemple du travail mono-registre dans le cadre de la physique

Dans le cadre de la séquence d'ingénierie didactique, nous avons proposé aux élèves des activités nécessitant de procéder

(7) Zone d'Éducation Prioritaire : zone géographique dont la population socialement défavorisée nécessite et bénéficie de moyens pédagogiques supplémentaires. Nous avons travaillé dans une classe de ZEP pour bénéficier de "l'effet loupe" apporté par des élèves en difficulté.

travail
monoregistre

à des conversions inter-registres (passage de tableau de mesures à l'expression analytique de lois physiques, passage d'expression analytique de loi à leur représentation sous forme de graphique cartésien, passage de ces graphiques à des tableaux de mesures, etc.). Nous avons pu constater que dans toutes ces activités de traitement de quantités physiques, les élèves restaient dans un travail mono-registre. Par exemple, nous avons invité les élèves à mettre en relation la représentation graphique suivante [cf. graphique 1] et le tableau de mesures correspondant [cf. tableau 3], qu'il s'agissait de compléter en utilisant le graphique.

Graphique 1. Caractéristique tension/intensité d'un dipôle inconnu

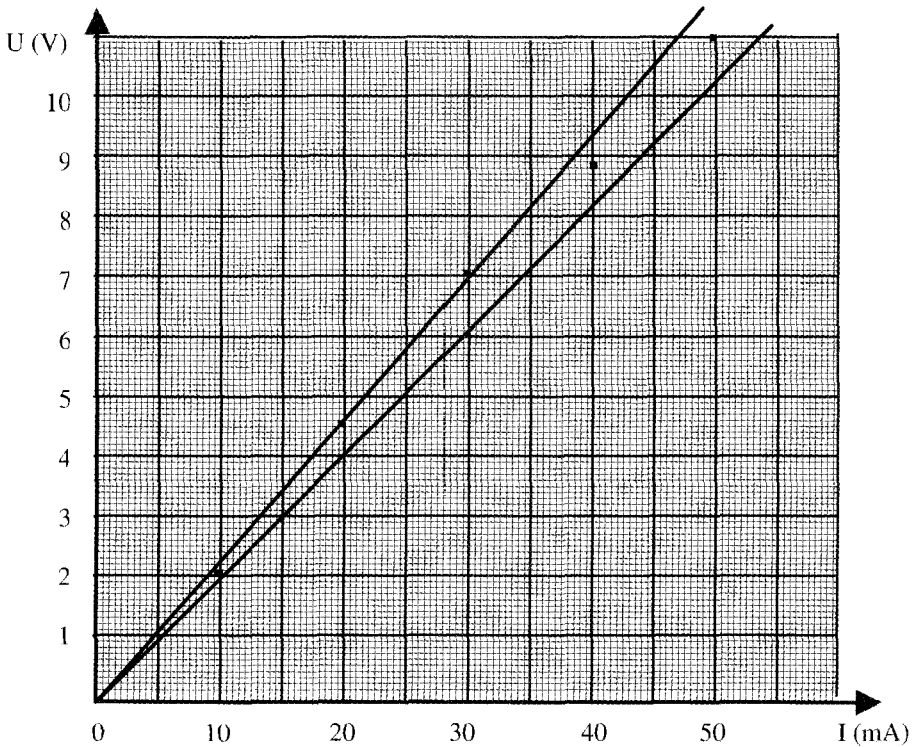


Tableau 3. Tableau de mesures de tension et d'intensité d'un dipôle inconnu

| | | | | | | |
|---------|-----|--------|-------|--------|-----|--------|
| U_R | | 2,05 V | | 6,45 | 8 V | |
| I | 0 A | 10 mA | 20 mA | 0,03 A | | 0,05 A |
| U_R/I | ? | 205 W | 210 W | 215 W | | |

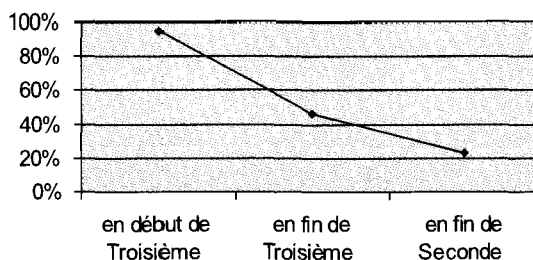
La consigne était la suivante :

À partir des points du graphique ci-joint, complète le tableau de mesures partiellement effacé qui a permis de construire ce graphique.

prégnance des
mathématiques

Malgré l'injonction d'un recours au graphique, nous avons constaté que la quasi-totalité des élèves de la classe d'expérimentation préféraient rechercher des régularités numériques dans les lignes du tableau, quitte à constater des contradictions manifestes. Conformément aux observations de Duval (1993) dans le cadre des mathématiques, la coordination de différents registres du cadre de la physique présente pour les élèves un obstacle majeur qu'ils cherchent à éviter en préférant toutes sortes de stratégies de type mono-registre. L'enquête menée à la suite de l'ingénierie didactique auprès de 165 élèves a confirmé cette tendance en classe de Troisième avec une évolution favorable en classe de Seconde [cf. graphique 2].

Graphique 2. Évolution du comportement mono-registre : pourcentage d'élèves qui refusent de quitter le registre du tableau

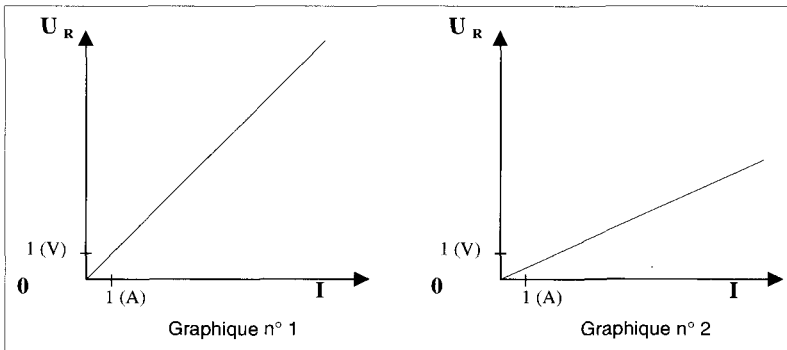


On peut dès lors s'interroger sur la pertinence de la modification du programme de physique de Troisième, s'il n'est pas accompagné de recommandations préconisant un travail spécifique de lecture globale du registre graphique et de réflexion sur les conversions inter-registres.

4.2. Exemple de non-congruence sémantique dans le cadre de la physique

Nous avons aussi cherché à tester d'éventuels défauts de congruence pouvant exister entre les représentations graphiques, analytiques et numériques à propos de la proportionnalité dans le contexte de l'apprentissage de la loi d'Ohm. Pour cela nous avons proposé aux élèves plusieurs activités permettant de déduire des relations dans un registre donné à partir d'observations dans un autre registre. En particulier, nous leur avons proposé les graphiques suivants [cf. figure 5] :

Figure 5. Comparaison graphique de deux résistances



La consigne était la suivante :

En comparant les graphiques n° 1 et n° 2 obtenus pour deux résistors, compare qualitativement (c'est-à-dire sans le moindre calcul) leurs résistances R_1 et R_2 , en expliquant bien ton raisonnement.

Il s'avère que, pour la grande majorité de l'effectif, seul le dipôle n° 1 est un résistor, cette affirmation étant justifiée par une référence fréquente (plus de la moitié des élèves) à la bissectrice de l'angle formé par les axes de coordonnées. Voici deux exemples typiques d'argumentations :

force des
équilibres
perceptifs

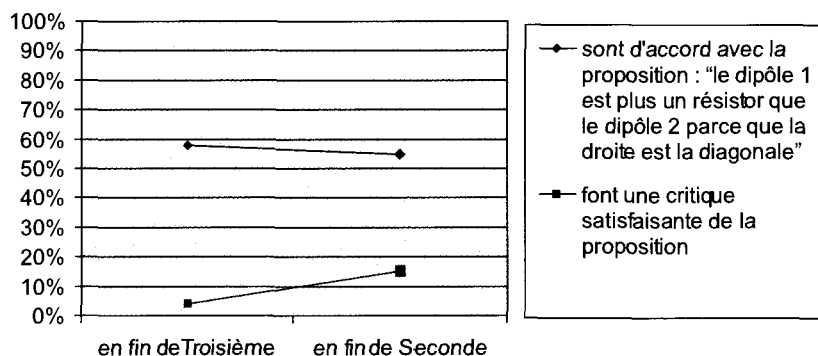
– Dans le premier graphique, il y a proportionnalité car la droite est la diagonale des deux axes alors que ce n'est pas le cas pour le deuxième graphique.

– À mon avis, le n° 1 est plus un résistor que le n° 2 parce que sa courbe coupera le carré à 45° , tandis que pour le n° 2, il doit le couper à environ 30° .

Ce type d'argument a été rencontré par Duval (1988b) à l'occasion du passage du graphique à l'équation correspondante en mathématique. Il est caractéristique d'une absence de congruence entre des représentations graphique et analytique (de la proportionnalité en l'occurrence). Pour Duval, la référence explicite à la "diagonale" montre que "le concept de pente, algébriquement traduit par le coefficient, recouvre deux unités significatives différentes, l'une définie par rapport au signe et l'autre par rapport à l'entier 1. Et ces deux unités significatives correspondent à deux variables différentes, respectivement le sens de l'inclinaison et l'angle. Il n'y a pas congruence entre la direction de la droite dans le plan repéré et le coefficient qui détermine cette direction dans l'écriture algébrique." (Duval, 1988b, p. 240)

L'enquête menée à la suite de l'ingénierie didactique a confirmé cette tendance en fin de classe de Troisième et une évolution peu favorable en classe de Seconde [cf. graphique 3].

Graphique 3. Évolution de non-congruence



Ces résultats questionnent fortement la transparence supposée des registres sémiotiques graphiques et algébriques dans l'approche actuelle de la notion de résistance électrique en classe de Troisième.

CONCLUSION

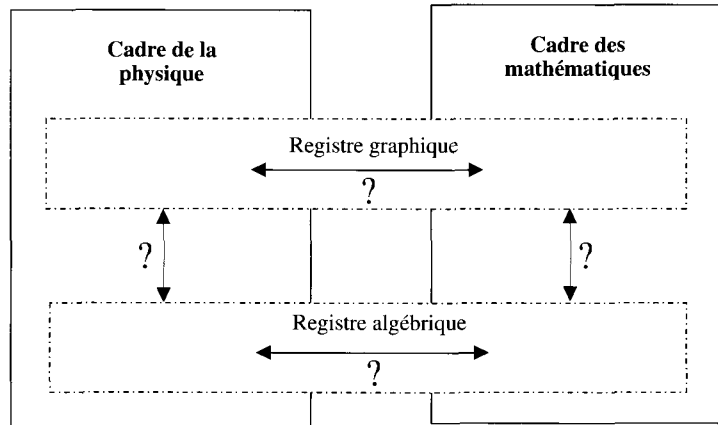
Le modèle d'analyse des processus de conceptualisation que nous proposons permet d'aborder en termes de changements de cadres de rationalité et changements de registres sémiotiques l'analyse de stratégies d'enseignement et d'apprentissage en inter-didactique des mathématiques et de la physique. En particulier, en ce qui concerne l'étude du concept de résistance, *via* la loi d'Ohm, ce modèle met en évidence que les enseignants supposent la continuité des registres du graphique cartésien et de l'écriture formelle algébrique dans les opérations de changement de cadres de rationalité. De même ils considèrent comme naturels les passages entre registres sémiotiques dans un cadre de rationalité donné. Ils n'est pas étonnant, dès lors, qu'ils privilégient un travail de modélisation du comportement électrique du résistor basé sur une analogie supposée entre le traitement de la proportionnalité en physique et en mathématique. Mais les difficultés rencontrées par les élèves imposent de s'interroger sur le bien-fondé de ces conceptions d'enseignants. En effet, de nombreux obstacles [représentés par des ? dans la figure 6 apparaissent à l'occasion des changements de cadres et de registres.

illusion
de continuité
de registre
inter cadres
de rationalité

illusion de
transparence
des registres
intra cadre
de rationalité

Certains apparaissent à l'occasion du passage d'un registre (graphique, algébrique, etc.) du cadre de rationalité de la physique à celui des mathématiques (ou inversement) : ils sont liés à la discontinuité des signifiants, des règles de combinaison de ces signifiants et des règles de rationalité qui caractérisent les registres d'un cadre de rationalité. D'autres obstacles apparaissent à l'occasion des changements de registres dans un cadre de rationalité donné : ils sont liés au problème de la non-congruence sémantique et à la difficulté que rencontrent les élèves pour coordonner des registres sémiotiques différents.

Figure 6. Obstacles liés aux changements de registres sémiotiques et aux changements de cadre de rationalité



nécessité d'une
approche inter-
disciplinaire de la
conceptualisation

La conceptualisation scientifique dans l'esprit des élèves ne s'arrêtant pas aux bornes des disciplines, il reste à concevoir des stratégies méthodologiques dépassant la dimension disciplinaire qui leur permettent de franchir ces obstacles.

Didier MALAFOSSE
Alain LEROUGE
Laboratoire ERES, Université Montpellier II
(Groupe I.U.F.M.)

BIBLIOGRAPHIE

- ARTIGUE, M. (1988). Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9, 3, 281-308.
- BUNGE, M. (1983). *Épistémologie*. Paris : Éditions Maloine, Coll. *Recherches Interdisciplinaires*.
- DUVAL, R. (1988a). Écarts sémantiques et cohérence mathématique : introduction aux problèmes de congruences. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives de l'IREM de Strasbourg*, 1, 7-25.
- DUVAL, R. (1988b). Graphiques et équations : l'articulation de deux registres. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives de l'IREM de Strasbourg*, 1, 235-253.
- DUVAL, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives de l'IREM de Strasbourg*, 5, 37-65.
- DUVAL, R. (1995). Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques ? In *Actes de la VIII^e École d'été de Didactique des Mathématiques* (pp. 198-214).
- JOHSUA, S. (1989). Le rapport à l'expérimental dans la physique de l'enseignement secondaire. *Aster*, 8, 29-53.
- JOHSUA, S. (1994). Quelques conditions d'évolution d'un objet d'enseignement en physique : l'exemple des circuits électriques (1902-1980). In G. Arsac, Y. Chevallard, J.-L. Martinand & A. Tiberghien. *La transposition didactique à l'épreuve* (pp. 9-33). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- LEROUGE, A. (1992). *Représentation cartésienne, rationalité mathématique et rationalité du quotidien chez des élèves de collège*. Thèse de doctorat, Université Montpellier II.
- LEROUGE, A. (2000). La notion de cadre de rationalité. À propos de la droite au collège. Article à paraître dans la revue *Recherches en Didactique des Mathématiques*.
- MALAFOSSE, D. (1999). *Contribution à l'analyse et à la modélisation des processus de conceptualisation en inter-didactique des mathématiques et de la physique : exemple de la loi d'Ohm*. Thèse de Doctorat, Université Montpellier II.
- MALAFOSSE, D. (2000). Pertinence des notions de cadre de rationalité et de registre sémiotique pour l'analyse des processus de conceptualisation en didactique de la physique. Article soumis à la revue *Recherches en Didactique des Mathématiques*.
- MALAFOSSE, D., LEROUGE, A. & DUSSEAU, J.-M. (2000). Cadre, registre et espace de réalité en didactique de la physique. *Didaskalia*, 16.
- POURPRIX, B. & LOCQUENEUX, R. (1988). G. S. Ohm et la "théorie mathématique du circuit galvanique" (1827). *Fundamenta scientiae*, 9, 4, 409-427.
- ROBARDET, G. (1995). *Didactique des sciences physiques et formation des maîtres : contribution à l'analyse d'un objet naissant*. Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble.
- ROBARDET, G. & GUILLAUD, J.-C. (1997). *Éléments de didactique des sciences physiques*. Paris : P.U.F.
- VYGOTSKI, L. S. (1934). *Thought and Language*. Cambridge (Mass.) : MIT Press.