



Séminaire international des LéA  
24 mai 2023

# Un dispositif d'accompagnement à l'enseignement fondé sur la recherche de problèmes

Miriam Di Francia

[miriam.di-francia@ac-lyon.fr](mailto:miriam.di-francia@ac-lyon.fr)

Marie-Line Gardes

[marie-line.gardes@univ-lyon1.fr](mailto:marie-line.gardes@univ-lyon1.fr)



**LéA DuAL**  
du cycle 3 au lycée

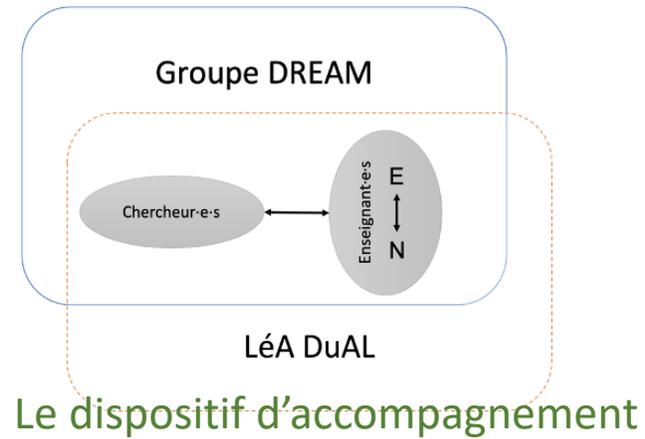
LYCEE LA-MARTINIERE-DUCHERE  
CITE SCOLAIRE AMPERE  
COLLEGE LAGRANGE

# Plan de la présentation



Et maintenant  
un problème :

Enseignement par la recherche de problèmes

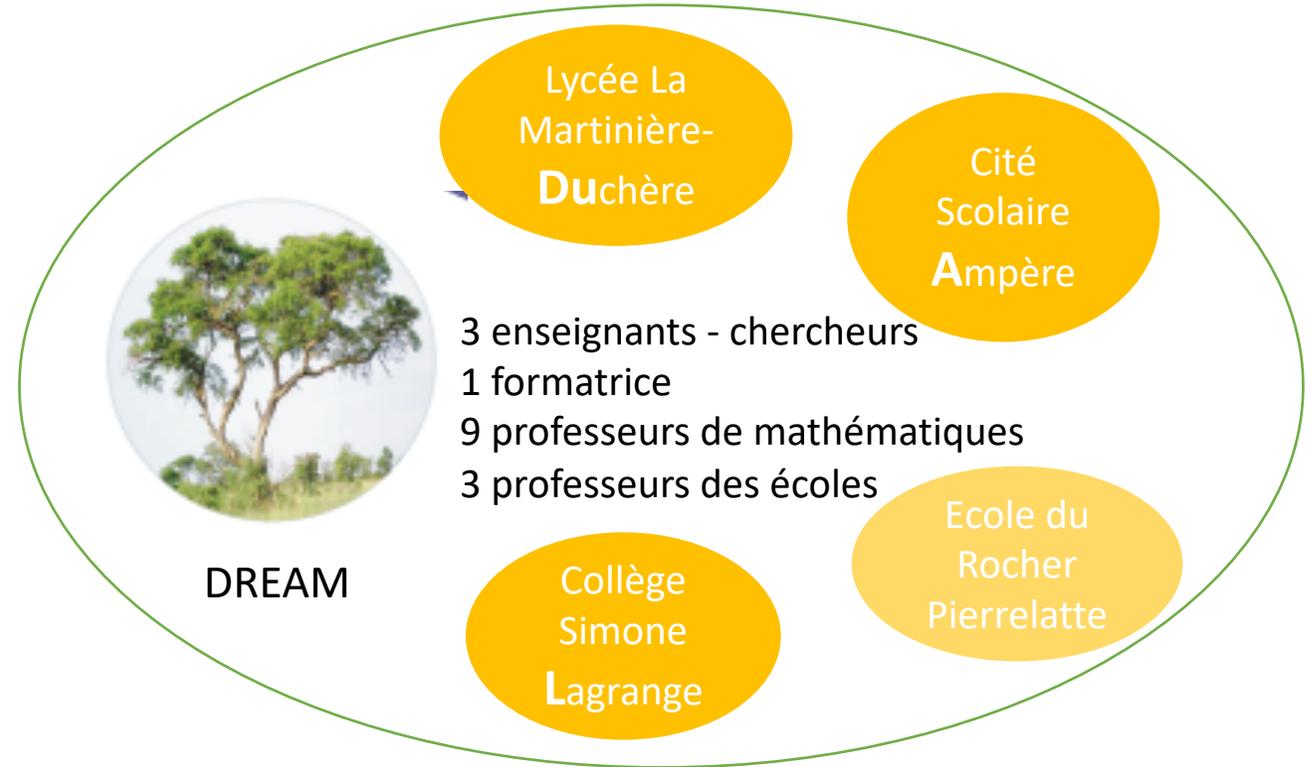


# Contexte



**LéA DuAL**  
du cycle 3 au lycée

LYCEE LA-MARTINIERE-DUCHERE  
CITE SCOLAIRE AMPERE  
COLLEGE LAGRANGE



## OBJECTIF

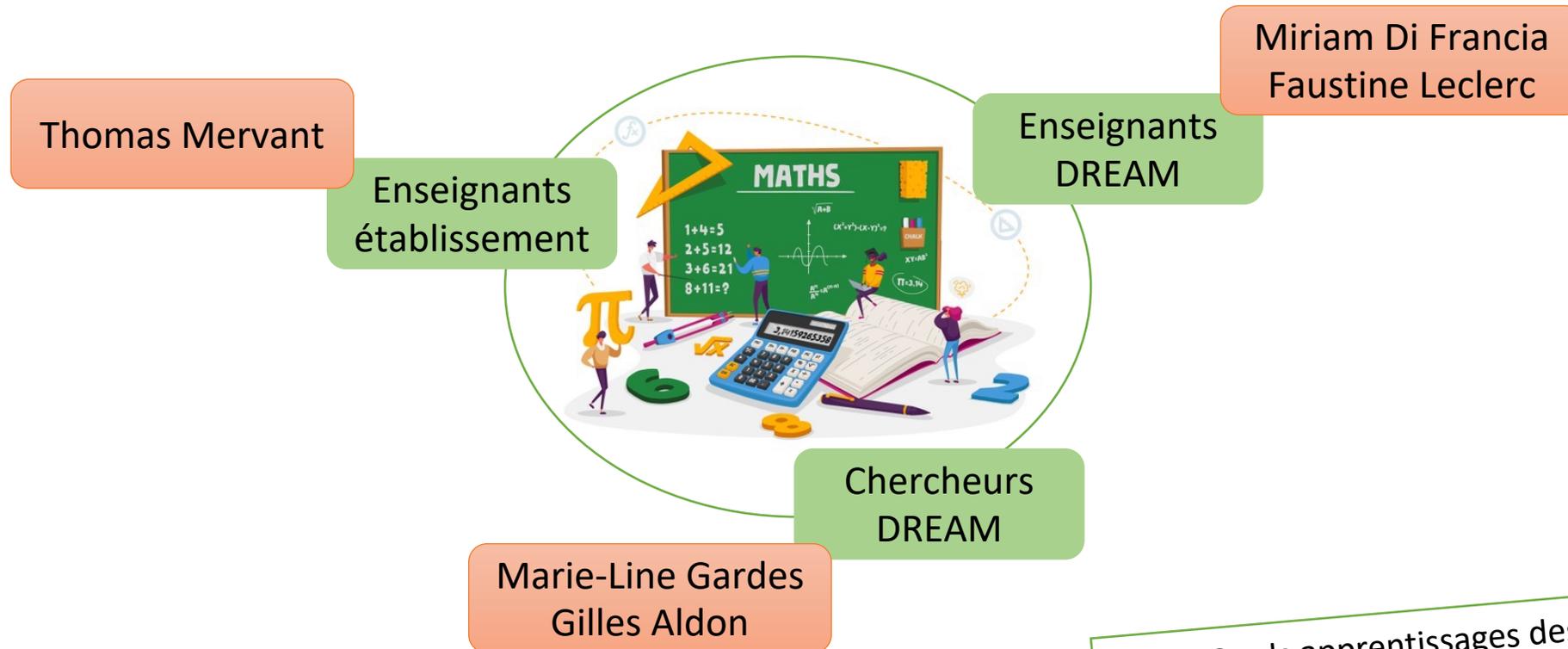
Explorer à **grande échelle** et dans un **contexte ordinaire**, les conditions et les contraintes pour qu'un enseignement des mathématiques fondé sur la résolution de problèmes, permette des apprentissages mathématiques chez les élèves.

**Axe 1**  
Apprentissage

**Axe 2**  
Enseignement & Formation

# Contexte

## Mini-labo Lagrange-PEV



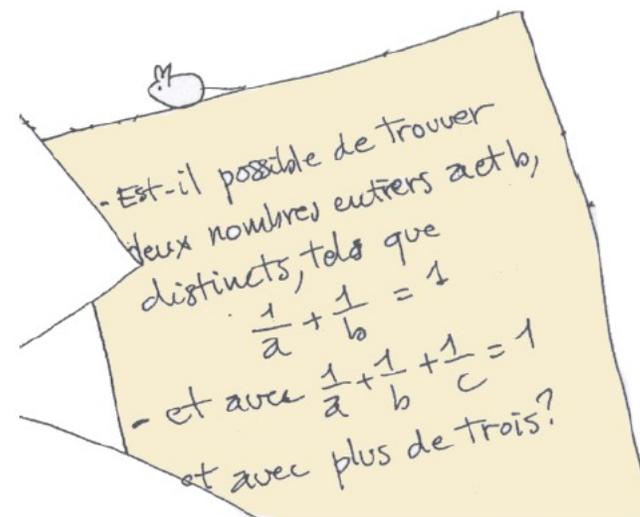
QR1 – Quels apprentissages des élèves ?  
QR3 – Quelles caractéristiques d'un dispositif d'accompagnement des enseignants ?

Et maintenant  
un problème :

# Enseignement par la recherche de problèmes

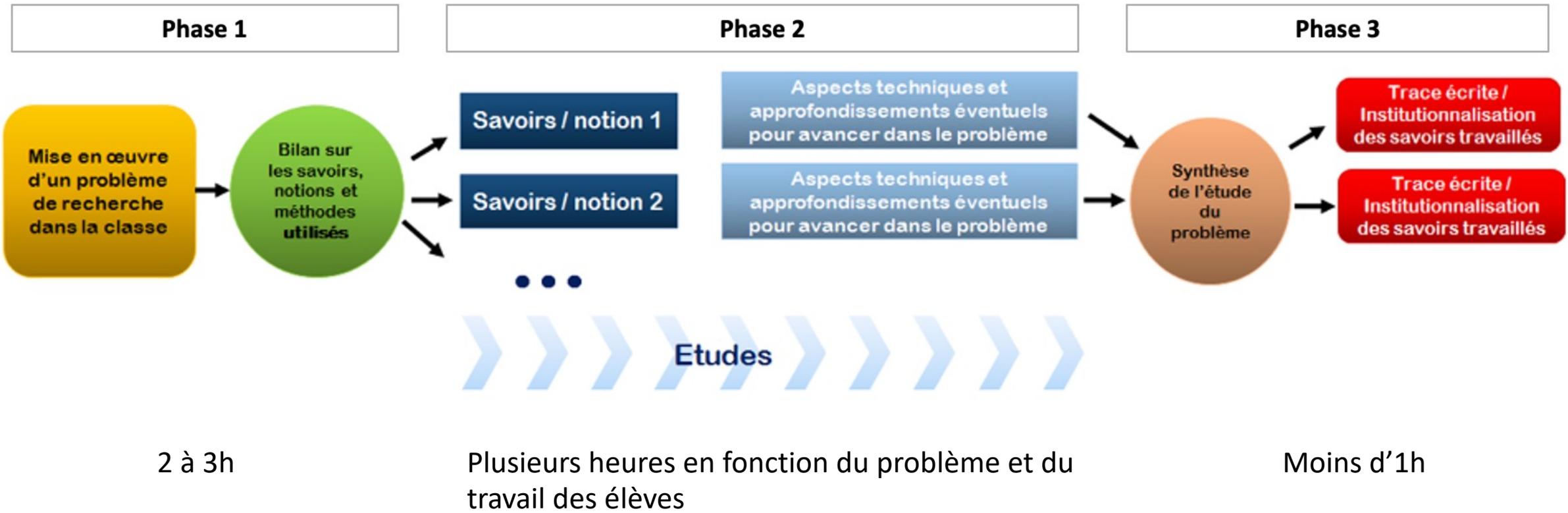
Un **problème mathématique** avec les caractéristiques suivantes :

- Un énoncé court
- L'énoncé ne donne ni la méthode, ni la solution
- Le problème se trouve dans un domaine conceptuel familier aux élèves
- Le problème permet de mettre en œuvre une dimension expérimentale
- La recherche du problème met en jeu une dialectique entre la mobilisation, l'approfondissement de connaissances et le développement d'heuristiques



Et maintenant un problème :

# Enseignement par la recherche de problèmes



Et maintenant  
un problème :

# Enseignement par la recherche de problèmes

## Compétence 1

**Analyser** un problème de mathématiques en vue de mettre en évidence les connaissances nécessaires aux raisonnements permettant l'exploration du problème

## Compétence 2

**Dévoluer** aux élèves les différentes phases d'une recherche de problème

## Compétence 3

**Repérer** dans les travaux des élèves des connaissances et compétences mathématiques en lien avec les programmes de la classe

## Compétence 4

**Permettre** aux élèves de débattre scientifiquement

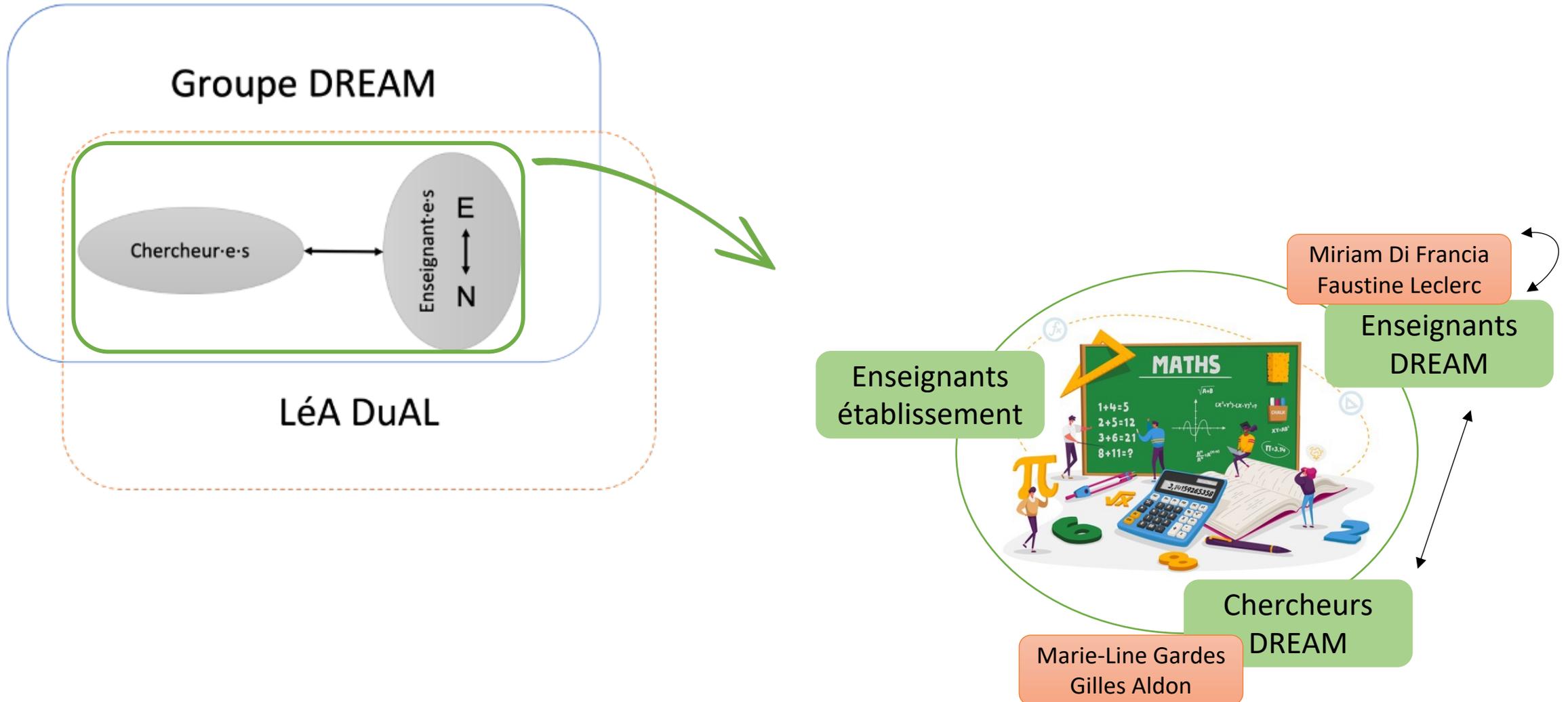
## Compétence 5

**Construire** son enseignement à partir des productions effectives des élèves

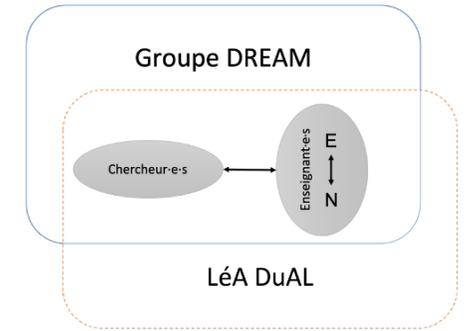
## Compétence 6

**Analyser** ce qui s'est passé en classe et d'en tirer des pistes concrètes d'enseignement pour améliorer les situations d'apprentissage élaborées et testées

# Le dispositif d'accompagnement



# Le dispositif d'accompagnement



Phase : **début de la recherche**

Phase : **débat et bilan**

TEMPS	N°1	N°2	N°3	N°4	N°5	N°6	N°7
<b>Contenu</b>	Préparation de l'observation de la première séance de N. par E.	Préparation de la première séance de N.	Observation croisée sur le terrain : première séance de N.	Débriefing à chaud	Débriefing à froid	Préparation de l'observation d'une séance de E. par N. + Observation croisée sur le terrain : séance de E.	Réflexion sur les conditions qui ont rendu possible l'accompagnement
<b>Acteurs</b>	Chercheurs et enseignants	Enseignants	Enseignants	Enseignants	Chercheurs et enseignants, puis enseignants	Enseignants	Chercheurs et enseignants



# Développement professionnel

**Compétence 5** : être capable de **construire son enseignement** à partir des **productions effectives des élèves**.

*Structuration d'un bilan de recherche d'un problème*

- Analyse fine du problème dont les savoirs mathématiques associés au problème cherché
- Utilisation de documents-ressource d'analyse mathématique et didactique



TEMPS	N°1	N°2	N°3	N°4	N°5	N°6	N°7
<b>Contenu</b>	Préparation de l'observation de la première séance de N. par E.	Préparation de la première séance de N.	Observation croisée sur le terrain : première séance de N.	Débriefing à chaud	Débriefing à froid	Préparation de l'observation d'une séance de E. par N. + Observation croisée sur le terrain : séance de E.	Réflexion sur les conditions qui ont rendu possible l'accompagnement
<b>Acteurs</b>	Chercheurs et enseignants	Enseignants	Enseignants	Enseignants	Chercheurs et enseignants, puis enseignants	Enseignants	Chercheurs et enseignants





# Développement professionnel

**Compétence 5** : être capable de **construire son enseignement** à partir des **productions effectives des élèves**.

*Structuration d'un bilan de recherche d'un problème*

- Analyse fine du problème dont les savoirs mathématiques associés au problème cherché
- Utilisation de documents-ressource d'analyse mathématique et didactique

- Mise en commun des résultats obtenus par certains groupes
- Proposition d'un défi pour la suite de la séance : structure et appuis

- Analyse des affiches élaborées par les élèves (lien avec les notions mathématiques qui pourraient émerger)
- Construction de la séance suivante à partir des éléments identifiés dans les affiches

TEMPS	N°1	N°2	N°3	N°4	N°5	N°6	N°7
<b>Contenu</b>	Préparation de l'observation de la première séance de N. par E.	Préparation de la première séance de N.	Observation croisée sur le terrain : première séance de N.	Débriefing à chaud	Débriefing à froid	Préparation de l'observation d'une séance de E. par N. + Observation croisée sur le terrain : séance de E.	Réflexion sur les conditions qui ont rendu possible l'accompagnement
<b>Acteurs</b>	Chercheurs et enseignants	Enseignants	Enseignants	Enseignants	Chercheurs et enseignants, puis enseignants	Enseignants	Chercheurs et enseignants

# Développement professionnel



**Compétence 5** : être capable de **construire son enseignement** à partir des productions effectives des élèves.

**1** Arguments basés sur des propriétés « théoriques »

• Pas arnaque : une sur 2.

• Arnaque ou chance ? (pas arnaque)

↳ est-ce que ça dépend de facteurs comme : taille, poids, façon de lancer ...

↳ c'est du hasard !

• Arnaque : 1 chance sur 3

plus de chance que 2 possible et 1 différente → expérience.

PPF } 2 possibilité sur 4  
 FFF }  
 FFF } 2 possibilité sur 4  
 PPP }

$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 50\%$

**2** L'expérience

Arguments basés sur des expériences

FFF	2 =	TOT
PPP	1 ≠	
		10

4 6  
 5 5  
 3 7  
 2 8  
 3 7  
 2 8  
 3 7  
 3 7

Ce n'est pas une chance sur 2 !

Comment concilier la réalité et la théorie qu'on a proposé ?

Problématique posée pour la suite de la séquence

- Observation de :
- Structuration du passage à l'oral
  - Structuration du bilan en fonction des présentations orales des élèves
  - Lâcher prise et créativité pour composer un bilan respectueux de l'avancement réel des élèves et préparer la transition à la séance suivante

N°6	N°7
Préparation de l'observation d'une séance de E. par N. + Observation croisée sur le terrain : séance de E.	Réflexion sur les conditions qui ont rendu possible l'accompagnement
Enseignants	Chercheurs et enseignants

# Développement professionnel



Activite\_PbOuvert\_Enclos.x

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
Largeur		3	4	4,5	5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9	6	7		
Longueur		15	13	12	11					10					9	7		
Aire		45	52	54	55	55,08	55,12	55,12	54,88	55	54,72	54,72	54,52	54,28	54	49		

ES

- On modélise l'enclos par un Rectangle.  
On cherche l'aire la plus grande.  
Aire rectangle : Largeur x longueur  
un carré est un rectangle particulier.
- la largeur (+ petite dimension) est comprise entre 0 et 7 (carré)
- L'aire varie en fonction de la largeur.
- L'aire maximale est obtenue pour une largeur comprise entre 5,2 et 5,3.
- le tableau permet de classer les largeurs par ordre croissant.

fonction

machine  $L \times l$  → Aire

Largeur

7 7 7

g 9 3

! changement de problème

Moyenne 5,5 Total 17 MIN 3 MAX 9 SOMME 22 Zoom 100% 11:00 12/01/2023

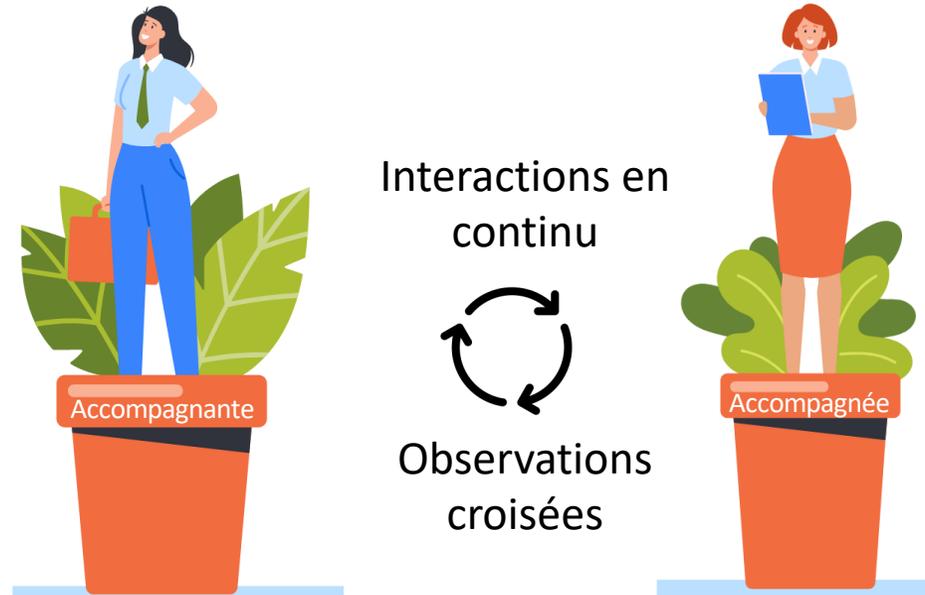


# Développement professionnel

Des conditions pour que cela fonctionne...

Se choisir entre pairs

Une **posture** adaptée, à l'écoute, sans jugement, capacité de questionnement, de prise de recul sur sa propre pratique, être dispose à être observé, ...



Partager la position épistémologique et didactique : être **convaincu** de l'intérêt de la résolution de problèmes pour l'enseignement et l'apprentissage des maths

Courage de formuler explicitement ses besoins :

- Aide pour préparer la séquence
- Aide pour mettre en œuvre la séquence
- Aide pour exploiter les productions des élèves
- Aide pour mener la phase de débat avec les élèves
- Aller observer un·e collègue

# Merci pour votre attention !



## Groupe DREAM

<https://math.univ-lyon1.fr/dream/>



**LéA DuAL**  
du cycle 3 au lycée

LYCEE LA-MARTINIÈRE-DUCHÈRE  
CITE SCOLAIRE AMPÈRE  
COLLEGE LAGRANGE

## Blog

<https://reseaulea.hypotheses.org/category/les-differents-lea/dual-lyon>

N°1 | Octobre 2019

**Equipe DREAM**  
Démarche de Recherche pour  
l'Enseignement et l'Apprentissage  
des Mathématiques



**Un problème expliqué avec les mains...**  
par Gilles Aldon

L'ambition du site DREAM est de proposer des problèmes de mathématiques que les enseignants de l'école, du collège ou du lycée pourront utiliser dans leurs progressions pour développer chez leurs élèves les compétences fondamentales : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer. Durant de nombreuses années, nous avons expérimenté dans différents niveaux de classe, avec différents enseignants, les problèmes que nous présentons ; les analyses proviennent ainsi de discussions, d'analyses, de recherches que nous essayons de mettre en mots le plus précisément possible, en rentrant parfois dans les détails qu'une discussion a mis en évidence ou qu'une analyse révèle et qui nous paraissent importants de signaler. Mais, cette précision rend parfois la lecture un peu ardue et les développements mathématiques, essentiels à nos yeux pour comprendre l'intérêt d'un problème, peuvent aussi rebuter, dans un premier temps, nos lecteurs : devoir lire des pages et des pages avant même de savoir si le problème sera pertinent pour sa classe n'est certainement pas une bonne entrée pour promouvoir l'utilisation des problèmes dans l'enseignement. L'expérience des formations conçues et animées par l'équipe DREAM nous a ainsi amené à proposer une entrée plus vivante, plus simple pour mettre en avant très vite l'intérêt d'un problème et ses possibles développements. C'est pourquoi le site inaugure une série de vidéos, intitulée « un problème expliqué avec les mains ». La première vidéo réalisée concerne « le problème qui déchire », un problème d'arithmétique qui met bien en avant la dimension expérimentale des situations didactiques de recherche de problèmes. A voir à cette [adresse](#) !

**L'actualité du groupe DREAM**

Notre groupe, affilié à l'IREM de Lyon et l'IFÉ, organise une formation de formateurs intitulée « Comment mettre en œuvre des problèmes dans la classe de mathématique pour chercher, expérimenter et manipuler en cycle 3, 4 et au lycée ? » les 17 et 18 décembre 2019 à l'Institut Français de l'éducation, à Lyon !



Formation à l'IFÉ



Site DREAM

Découvrez notre [site](#), riche en ressources et supports autour des « problèmes pour chercher » et de leur mise en œuvre.

1

Et maintenant  
un problème :

# Enseignement par la recherche de problèmes

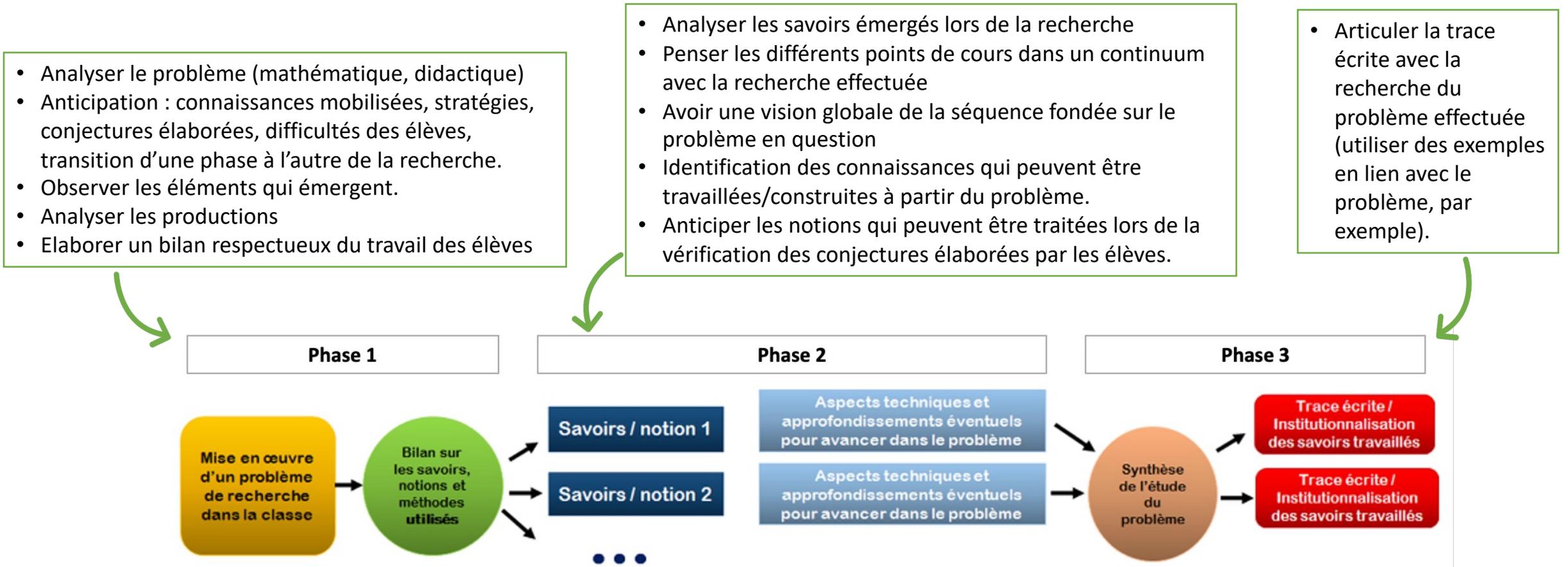
Des **situations didactiques de recherche de problèmes**. Ce sont des situations :

- **didactiques**, c'est-à-dire des situations où le maître cherche à faire dévolution à l'élève d'une situation adidactique ;
- **d'apprentissage**, c'est-à-dire des situations où l'élève fasse fonctionner ses connaissances puis modifier de son système de connaissances, pour répondre à la situation proposée ;
- où le projet commun de l'enseignant et des élèves est avant tout **l'engagement dans la résolution du problème** proposé et l'élaboration de résultats au moins partiels, la genèse de savoirs sur des objets mathématiques nouveaux ;
- où la **dimension expérimentale** est fortement présente.

Et maintenant un problème :

# Enseignement par la recherche de problèmes

**Compétence 5** : être capable de construire son enseignement à partir des productions effectives des élèves.



# Développement professionnel



**Compétence 5** : être capable de **construire son enseignement** à partir des **productions effectives des élèves**.

- Méthodologie
- Questionnements sur les savoirs mathématiques associés au problème cherché (notion de fonction)
- Utilisation de documents-ressource d'analyse mathématique et didactique

- Remarques et recommandations concrètes en lien avec les éléments émergeant dans la recherche en cours
- Observation d'une transition pour la séance suivante

- Construction de la séance suivante à partir des éléments identifiés dans les productions des élèves
- Etre outillée pour poursuivre seule avec la classe l'expérimentation

- Analyse des affiches élaborées par les élèves (lien avec les notions mathématiques qui pourraient émerger)
- Structurer le passage à l'oral
- Relire les productions et bilans des années précédents
- Structuration du bilan en fonction des informations communiquées par les élèves
- Lâcher prise et créativité pour composer un bilan respectueux de l'avancement réel des élèves et préparer la transition à la séance suivante

TEMPS	N°1	N°2	N°3	N°4	N°5	N°6	N°7
<b>Contenu</b>	Préparation de l'observation de la première séance de N. par E.	Préparation de la première séance de N.	Observation croisée sur le terrain : première séance de N.	Débriefing à chaud	Débriefing à froid	Préparation de l'observation d'une séance de E. par N. + Observation croisée sur le terrain : séance de E.	Réflexion sur les conditions qui ont rendu possible l'accompagnement
<b>Acteurs</b>	Chercheurs et enseignants	Enseignants	Enseignants	Enseignants	Chercheurs et enseignants, puis enseignants	Enseignants	Chercheurs et enseignants

# Le problème de l'enclos

## Problème de l'enclos

source : DREAMaths

3ème

Cette activité d'optimisation est à coller dans le cahier de recherche.

### I - ENONCE

Ayant trouvé 21 m de grillage dans mon garage, j'ai décidé de les utiliser pour construire un enclos rectangulaire pour mes poules.

Afin d'obtenir un enclos plus grand, j'ai pensé utiliser le mur du jardin qui formerait un côté, le grillage formant les trois autres côtés.

Après avoir placé un premier piquet en A, je m'interroge sur l'emplacement du second piquet (appelé B sur mon croquis) :

- Sa position change-t-elle l'aire de mon enclos ?
- Existe-t-il une position pour le point B où l'aire de l'enclos est la plus grande ?



*Répondre en groupe à chaque question, en ajoutant pour chaque réponse une phrase qui précise votre argument.*

# Temps 3 : Gestion de la transition

Action de l'élève	Difficulté possible	Aide possible	Effet attendu	Bonifications superviseure (Debrief post-séance)
Participation orale à la synthèse finale	Manque de temps pour copier en fin de séance le bilan construit au tableau	Photo du tableau prise par l'enseignant		<p>Confier aux élèves un défi final à traiter chez eux d'ici à la prochaine séance pour montrer l'intérêt de la recherche (et activer leur capacité de mémorisation pour nourrir les séances suivantes)</p> <p>Possibilité de déposer sur l'ENT la photo du bilan écrit au tableau en demandant aux élèves de le recopier à la maison d'ici à la prochaine séance.</p> <p>Pour la séance suivante, penser à faire reformuler aux élèves ce qu'ils ont fait pendant la séance de recherche</p>

# Temps 6 : Bilan et relance

Les trois pièces

① Arguments basés sur des propriétés « théoriques »

- Pas arnaque: une sur 2.
- Arnaque ou chance? (pas arnaque)
  - ↳ est-ce que ça dépend de facteurs comme: taille, poids, façon de lancer...
  - ↳ c'est du hasard!
- Arnaque: 1 chance sur 3
  - plus de chance que 2 possible et 2 différente → expérience.

$\rightarrow$  PPF } 2 possibilité sur 4  
 FFP }  
 FFF } 2 possibilité sur 4  
 PPP }

$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 50\%$

② L'expérience:

Arguments basés sur des expériences

FFF	2 =	TOT
PPP	1 ≠	
		10

4	6
5	5
3	7
2	8
3	7
2	8
3	7
3	7

} Ce m'est pas une chance sur 2!

Comment concilier la réalité et la théorie qu'on a proposé?

Problématique posée pour la suite de la séquence

# Développement professionnel

Largeur	7	5	4,5	4	6	5,5		5,6	5,7	5,8	5,9	5,1	5,2	5,3	5,4	3			
Longueur	7	11	12	13	9	10		9,8	9,6	9,4	9,2	10,8	10,6	10,4	10,2	15		MUR	
Aire	49	55	54	52	54	55		54,88	54,72	54,52	54,28	55,08	55,12	55,12	55,08	45	$x$	$x$	
																		Longueur	
																			$x + x + \text{Longueur} = 21$
On ordonne les largeurs																			
Largeur	3	4	4,5	5	5,1	5,2	5,25	5,3	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9	6	7			
Longueur	15	13	12	11	10,8	10,6	10,5	10,4	10,2	10	9,8	9,6	9,4	9,2	9	7			
Aire	45	52	54	55	55,08	55,12	55,125	55,12	55,08	55	54,88	54,72	54,52	54,28	54	49			
On calcule l'aire directement à partir de la largeur																			
Largeur	3	4	4,5	5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9	6	7				
Aire	45	52	54	55	55,08	55,12	55,12	55,08	55	54,88	54,72	54,52	54,28	54	49				

# Développement professionnel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
Largeur	3	4	4,5	5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,9	6	7	7	7	7
Longueur	15	13	12	11					10					9	7	7	3	3
Aire	45	52	54	55	55,08	55,12	55,12	54,88	55	54,72	54,72	54,52	54,28	54	49	49	21	21

• On modélise l'enclos par un Rectangle.  
 On cherche l'aire la plus grande.  
 Aire rectangle :  $\text{Largeur} \times \text{longueur}$   
 un carré est un rectangle particulier.

• la largeur (+ petite dimension) est comprise entre 0 et 7 (carré)

fonction  
 L → machine L x l → A  
 largeur → aire

• L'aire varie en fonction de la largeur.  
 • L'aire maximale est obtenue par une largeur comprise entre 5,2 et 5,3.  
 • Le tableau permet de classer les largeurs par ordre croissant.

7 7 7 7  
 7  
 9 9  
 3  
 ! changement de problème

# Développement professionnel

**MATHEMATIQUES : Séquence 5 NOTION de FONCTION - 3emes - cours**

**GESTION et ORGANISATION de DONNEES**

## A- SAVOIRS-FAIRES à ACQUERIR

- 1) S'approprier les 3 modes de représentation d'une fonction : tableau, graphique ou algébrique
- 2) Déterminer l'image d'un nombre par une fonction
- 3) Déterminer un antécédent à partir d'une représentation graphique ou d'un tableau de valeurs d'une fonction
- 4) Résoudre des problèmes modélisés par des fonctions

## B- 3 MODES DE REPRESENTATION d'UNE FONCTION

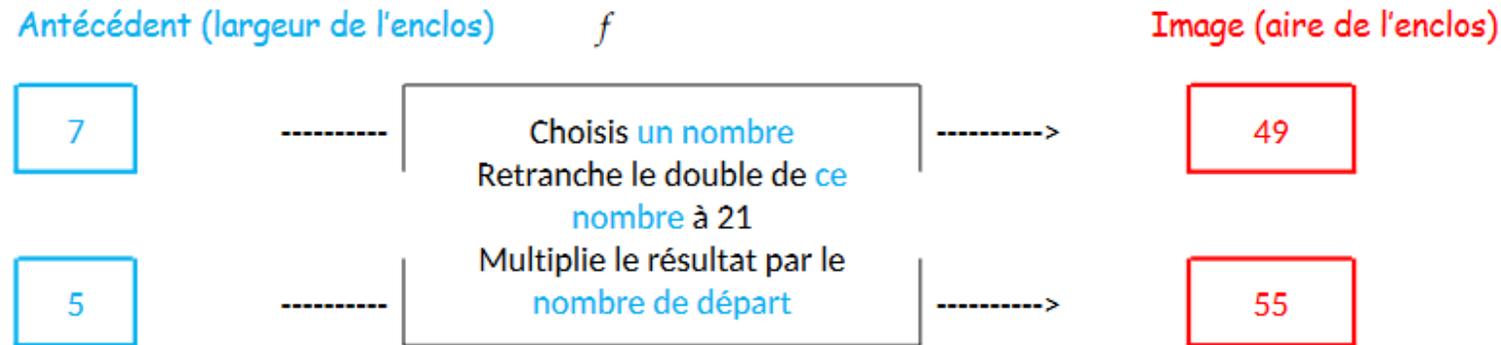
**Définition** : Le processus qui à un nombre donné fait correspondre un nombre unique s'appelle une fonction.

Les fonctions sont régulièrement utilisées pour étudier l'évolution/la répartition **d'une grandeur en fonction d'une autre**.

**Exemple** : la fonction qui permet de résoudre le problème de l'enclos, notée  $f$ .  
 $f$  calcule l'aire de l'enclos EN FONCTION DE sa largeur.

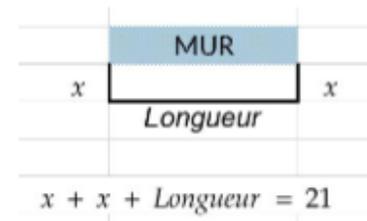
# Développement professionnel

## 1) Représentation de $f$ par une expression algébrique (programme de calcul)



La fonction  $f$  est définie par :  $f(x) = x(21 - 2x)$

Antécédent      Image



où  $f(x)$  «  $f$  de  $x$  » désigne l'aire de l'enclos rectangulaire, aire = largeur  $\times$  Longueur :

- $x$  désigne la largeur,
- $21 - 2x$  désigne la Longueur déduite de la largeur.

On note aussi :  $f : x \mapsto x(21 - 2x)$

# Développement professionnel

## 2) Représentation de $f$ par un tableau de valeurs

$x$ <b>Antécédent</b>	-2	0	3	4	5	5,2	5,25	5,3	6	7
$f(x)$ <b>Image</b>	-50	0	45	52	55	55,12	55,125	55,12	54	49

Les antécédents (largeur en m) et images (aire en  $m^2$ ) sont organisés dans un tableau :

- les antécédents sont classés en ligne par ordre croissant,
- les images correspondantes sont calculées dans la deuxième ligne du tableau.

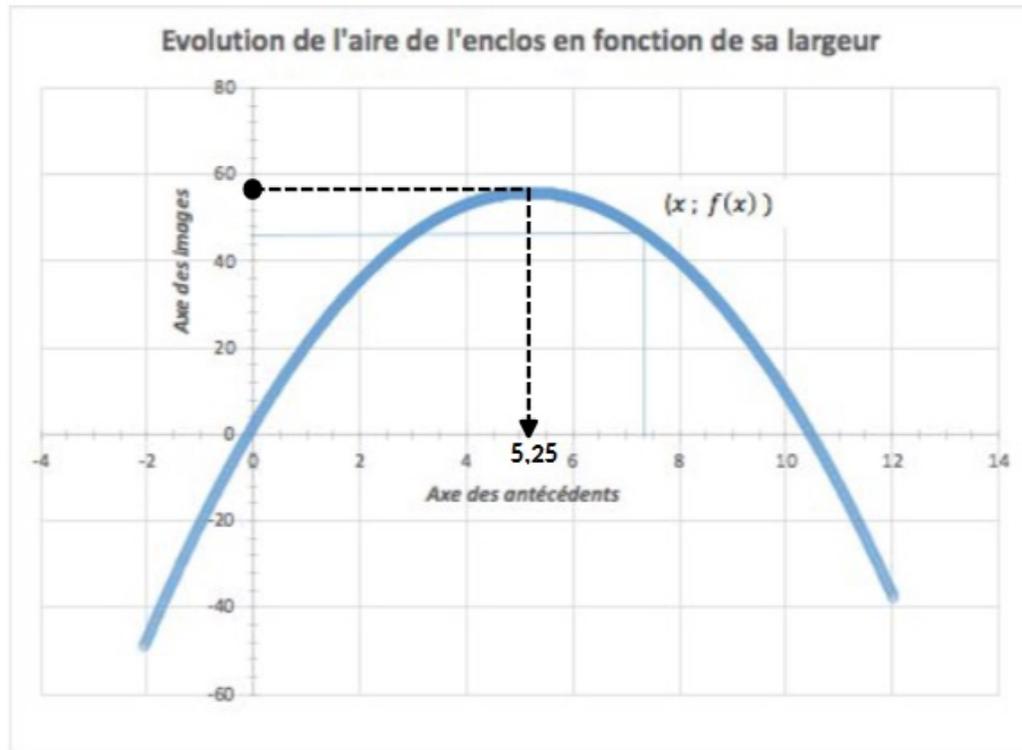
L'utilisation du tableur permet d'ajouter facilement un grand nombre de valeurs pour estimer avec plus de précision la largeur correspondant à l'aire maximale.

L'outil mathématique « fonction  $f$  » peut être utilisé pour calculer l'image de n'importe quel nombre réel (même négatif, même infiniment grand, ...).

Mais pour résoudre le problème de l'enclos, seuls les antécédents (largeurs) compris entre 0 et 7 sont pertinents :  $x < 0$  n'a aucun sens car une largeur ne peut pas être négative ;  $x > 7$  conduirait à une largeur supérieure à la longueur de l'enclos.

# Développement professionnel

## 3) Représentation graphique de $f$



La représentation graphique de  $f$  permet de visualiser directement sur le graphe :

- pour quelle largeur (lue sur l'axe des abscisses / antécédents),
- $f$  atteint son maximum (aire lue sur l'axe des ordonnées / images).

# Développement professionnel

