

L'agrégation des organisations mathématiques

Un même élément technologique θ peut engendrer, justifier et rendre compréhensibles plusieurs techniques associées à des types de tâches. Exemple dans le programme de 3^e :

Configuration de Thalès.

- *Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux droite sécantes.*

- *Connaître et utiliser un énoncé réciproque.*

Agrandissement et réduction.

[Reprise du programme
de 4^e]

- Agrandir ou réduire une figure en utilisant la conservation des angles et la proportionnalité entre les longueurs de la figure initiale et celles de la figure à obtenir.

$$\theta \Rightarrow \begin{cases} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{cases}$$

où τ_1 est la technique associée au type de tâches T_1 : « calculer des longueurs dans des triangles en situation de Thalès », τ_2 est la technique associée au type de tâches T_2 : « construire un segment de longueur $\frac{a}{b}$ fois la longueur d'un segment donné », et τ_3 la technique associée au type de tâches T_3 : « déterminer un coefficient d'agrandissement ou de réduction d'aire ou de volume ».

$(T_i, \tau_i ; \theta ; \Theta)$ s'appelle une organisation mathématique locale bâtie autour de l'élément technologique θ « théorème de Thalès » ; soit ce que l'on appelle **le thème du « théorème de Thalès »**.

Organisations mathématiques régionales : programme de 1963

$$\Theta \Rightarrow \theta_1 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \theta_2 \Rightarrow \theta_3 \Rightarrow \theta_4 \\ \theta_2 \Rightarrow \theta_5 \\ \theta_2 \Rightarrow \theta_7 \\ \theta_2 \Rightarrow \theta_8 \end{array} \right\} \Rightarrow \theta_6$$

$$\Theta \Rightarrow \theta' \Rightarrow \theta_9 \Rightarrow \theta_{10}$$

avec Θ : « théorème de Thalès », θ_1 : « triangles homothétiques par le sommet », θ_2 : « triangles semblables », θ_3 : « $AB^2 = BC \cdot BH$ dans ABC rectangle en A », θ_4 : « théorème de Pythagore », θ_5 : « rapports trigonométriques d'un angle aigu », θ_6 : « $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$ », θ_7 : « puissance d'un point par rapport à un cercle », θ_8 : « rapports des aires de deux triangles semblables », θ' : « points homologues sur deux sécantes », θ_9 : « $y = ax$ est une droite », θ_{10} : « $y = ax + b$ est une droite »



INSTITUT
FRANÇAIS
DE L'ÉDUCATION

Organisations mathématiques régionales... suite, et au-delà

Les organisations mathématiques ainsi obtenues peuvent s'agréger de nouveau sous la forme $(T_{ij}; \tau_{ij}; \theta_j; \Theta)$ où les θ_j représentent différentes propriétés ou théorèmes qui nourrissent des types de tâches et leurs techniques. Une telle organisation mathématique est dite ***régionale***, et associée à un ***secteur***.

Encore un niveau et l'on aboutit à une organisation mathématique ***globale***, associée à un ***domaine*** des mathématiques (par ex. : la géométrie) : $(T_{ijk}; \tau_{ijk}; \theta_{jk}; \Theta_k)$

Organisations mathématiques: récapitulatif

Organisation ponctuelle : $(T, \tau; \theta; \Theta)$ sujet

Organisation locale : $(T_i, \tau_i; \theta; \Theta)$ thème (chapitre)

Organisation régionale : $(T_{ij}, \tau_{ij}; \theta_j; \Theta)$ secteur

Organisation globale : $(T_{ijk}, \tau_{ijk}; \theta_{jk}; \Theta_k)$ domaine

Un exemple de lecture d'un programme (2002) :

	Classe de sixième	Classe de cinquième	Classe de quatrième	Classe de troisième
Calcul littéral	Substitution de valeurs numériques à des lettres dans une formule.	Égalités $k(a+b) = ka + kb$ et $k(a-b) = ka - kb$. Test d'une égalité ou d'une inégalité par substitution de valeurs numériques à une ou plusieurs variables.	Développement d'expressions. Effet de l'addition et de la multiplication sur l'ordre. Équations du premier degré à une inconnue.	Factorisations (identités). Problèmes se ramenant au premier degré. Inéquations. Système de deux équations du premier degré à deux inconnues.
Fonctions numériques	Application d'un taux de pourcentage. Changements d'unités de longueur, d'aire. Étude d'exemples relevant ou non de la proportionnalité.	Mouvement uniforme. Calcul d'un pourcentage, d'une fréquence. Changements d'unités de temps et de volume. Coefficient de proportionnalité.	Vitesse moyenne. Calculs faisant intervenir des pourcentages. Changements d'unités pour des grandeurs quotients courantes. Applications de la proportionnalité.	Étude générale de l'effet d'une réduction, d'un agrandissement sur des aires, des volumes. Problèmes de changements d'unités pour des grandeurs composées. Fonctions linéaires et affines.