

Mise en rapport de divers documents avec le terme de « démarche d'investigation »

Se former à un enseignement des
mathématiques bâti sur une dynamique
d'étude par l'investigation

Définition de « l'investigation » dans le rapport dit « Rocard »

« Par définition, une investigation est un processus intentionnel de diagnostic des problèmes, de critique des expériences réalisées, de distinction entre les alternatives possibles, de planification des recherches, de recherche d'hypothèses, de recherche d'informations, de construction de modèles, de débat avec des pairs et de formulation d'arguments cohérents (Linn, Davis & Bell, 2004) »

Définition « d'investigation » dans le dictionnaire TLFi

Recherche minutieuse, systématiquement poursuivie, sur quelque chose. [...]

– *GRAMM. Investigation du thème.* „La recherche analytique du radical d'un verbe`` (Ac. 1835).

– *Fam.* Recherche indiscrète. *Pousser ses investigations.*

REM. Investiguer, verbe. Faire des recherches.

Étymol. et Hist. Fin xiv^e-début xv^e s. « recherche » (Christine de Pisan ds Dochez, *Nouv. dict. de la lang. fr.*, Paris); 1407 « recherche, enquête » (*Ordonnances des rois de France*, IX, 202)

. Empr. au lat. *investigatio* « recherche attentive, enquête », dér. de *investigare* « rechercher, suivre à la trace » d'où « rechercher, scruter attentivement ».



Investigo : « chercher (suivre) à la piste, à la trace.
Rechercher avec soin, scruter ».



Chercher à connaître ; chercher avec soin, méthode, réflexion. Faire une **enquête** sur la vie, les activités, la conduite de quelqu'un ; exercer des poursuites à l'encontre de quelqu'un.



Toute **recherche**, menée dans des secteurs variés en recueillant les réponses et témoignages des personnes ou en rassemblant des documents, donnant lieu à un rapport écrit.

Le cas des mathématiques dans le rapport dit « Rocard »

« En ce qui concerne l'enseignement des mathématiques, la communauté éducative préfère parler « d'apprentissage basé sur les problèmes » (PBL) plutôt que d'IBSE. En réalité, l'enseignement des mathématiques peut facilement utiliser une approche basée sur les problèmes alors que, dans de nombreux cas, l'approche expérimentale s'avère plus difficile. L'enseignement basé sur les problèmes désigne un environnement d'apprentissage dans lequel les problèmes guident l'apprentissage. Autrement dit, l'apprentissage commence par un problème à résoudre et le dit problème est posé de façon à obliger les enfants à acquérir de nouvelles connaissances avant même l'étape de résolution proprement dite. Plutôt que de rechercher une réponse correcte unique, les enfants interprètent le problème, recueillent les informations nécessaires, identifient les solutions possibles, évaluent les différentes options disponibles et formulent des conclusions. »

Un premier exemple de propositions de DI (trouvé sur Internet) et les questions qu'il soulève

Document élève

Document professeur

TP INVESTIGATION : Cylindrée d'un moteur

TP INVESTIGATION : Cylindrée d'un moteur

1 : Problème :

Au sein d'une classe de première BEP Mécanique auto, le professeur d'atelier demande à ses élèves de relever des côtes sur un moteur de voiture (Audi, V6, 2,5L) dans le but de calculer la cylindrée totale du moteur et de la comparer avec les données techniques du constructeur.

Deux élèves ont malheureusement omis de relever une des côtes importantes : l'alésage, indispensable pour calculer la valeur de la cylindrée.

A partir des données techniques du moteur et de la formule permettant de calculer le volume des cylindres, ils vont essayer de retrouver la valeur de l'alésage.

2 : Identification de la formule pour calculer le volume d'un cylindre :

2 : Identification de la formule pour calculer le volume d'un cylindre :



$$V = \pi R^2 h$$

Unités : R et h en mm
V en mm³

3 : Analogie entre les lettres de la formule et les côtes mesurées :

Course du piston : C \longleftrightarrow hauteur du cylindre : h
Alésage du piston : a \longleftrightarrow diamètre du cylindre : 2R
Il faut retrouver R qui correspond à l'alésage.

4 : Calcul du volume d'un cylindre à partir du volume totale : moteur 6 cylindres

$$V = \frac{Vt}{6} = \frac{2,5}{6} = 0,417L$$

Conversion en mm³ : $V = 4,17 \times 10^5 \text{ mm}^3$

5 : Transformation de la formule :

$$V = \pi R^2 h$$

$$R = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$$

6 : Calcul de l'alésage :

$$C = 86,4 \text{ mm}$$

$$a = 2R = 78,4 \text{ mm}$$

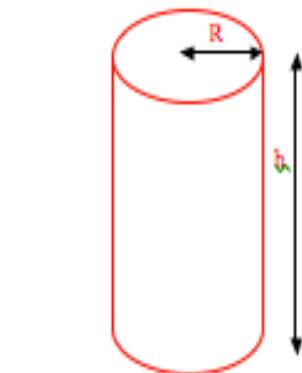
Remarques concernant le déroulement de la séquence :

Cette séquence s'adresse plus particulièrement à des élèves de BEP mécanique (auto, moto, poids lourd, engins de chantier, etc.....).

Les principaux soucis rencontrés par les élèves sont :

- les conversions (de L en mm³)
- la transformation de formule

Ce genre de séquence motive les élèves car elle montre le lien indispensable que l'on peut faire entre l'enseignement général et professionnel. Dans l'ensemble, l'analogie entre les formules mathématiques et celles utilisées à l'atelier n'a pas posée de problème



3 : Analogie entre les lettres de la formule et les côtes mesurées :

4 : Calcul du volume d'un cylindre à partir du volume totale : moteur 6 cylindres

5 : Transformation de la formule :

6 : Calcul de l'alésage :

Un deuxième exemple de propositions de DI (trouvé sur Internet) et les questions qu'il soulève

4) Les programmes et la place des problèmes

4) Les programmes et la place des problèmes (les situations problèmes)

4) Les programmes et la place des problèmes (les situations problèmes)

Deux exemples de situations problèmes

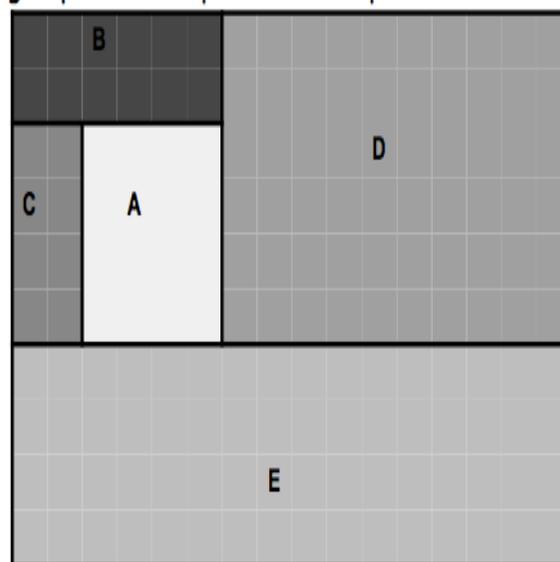
• En CM2 :

Le puzzle

• En maternelle :

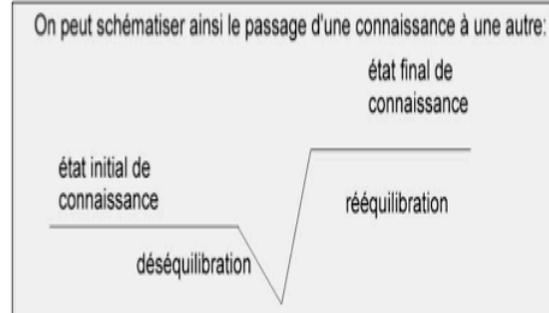
A chaque voiture, son garage

Par groupe de 4 : un puzzle à découper et à reconstituer



Les pièces sont mesurées (Le côté du carré A mesure 4 cm). Il faut maintenant agrandir ce puzzle. Dans le puzzle agrandi, la pièce carrée A aura 6 cm de côté.

- Ici la situation proposée vise une connaissance nouvelle
- Les réponses à priori des élèves, sont fondées sur des représentations fausses : « Pour agrandir, j'ajoute »
- Cette procédure que l'élève pense juste, ne permet pas d'obtenir le puzzle agrandi.





Encore le puzzle (1)

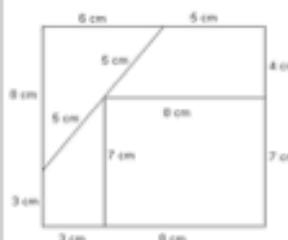
Démarche d'investigation en mathématiques au collège – Socle commun – Académie de Créteil 2011

AGRANDISSEMENT D'UN PUZZLE – Fiche professeur

Durée : 2 séances

Classe de 6^e

SITUATION-PROBLEME



A partir d'un puzzle carré donné, construire un puzzle agrandi.

Le coefficient d'agrandissement est donné par une dimension imposée.

Le puzzle agrandi doit pouvoir être reconstitué.

(D'après Roland Charnay – « Pourquoi les mathématiques à l'école » – ESF.)

CONSIGNES

Le segment indiqué « 4 cm » devra mesurer 6 cm sur le puzzle agrandi.

Chaque élève du groupe doit agrandir la pièce qui lui est attribuée.

Chaque élève devra rédiger sur une feuille un compte-rendu, avec le raisonnement et tous les calculs, pour que n'importe quel membre du groupe puisse ensuite expliquer au reste de la classe le raisonnement du groupe.

COMPÉTENCES / OBJECTIFS

RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME	Organisation Gestion de données	Nombre et calculs	Géométrie	Grandeur s et mesures
Observer, rechercher, organiser les informations.	Extraire d'un document les informations utiles.		Utiliser les propriétés d'une figure dans le plan.	
Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.		Pratiquer le calcul mental.	Effectuer des constructions simples avec des instruments.	Mesurer une longueur.
Raisonner, argumenter et démontrer.		Choisir l'opération qui convient à la situation étudiée.		Contrôler un résultat.
Communiquer à l'aide langages adaptés.	Présenter des résultats sous une forme appropriée.			

AIDES ÉLÈVES



Aide à la démarche : proposer de passer de 4 cm à 6 cm (quelle procédure utiliser ?)
Apport de savoir-faire : utiliser les bords de la feuille pour gagner du temps.

AGRANDISSEMENT D'UN PUZZLE (proportionnalité)

Estelle Vancauwenberghe
Professeure au collège Camille Pissarro
Saint-Maur des Fossés

Niveau concerné

Sixième.

Modalité

En classe, travail de groupes (trois ou quatre élèves), suivi d'un compte-rendu individuel à la maison puis d'une synthèse collective.

Pré-requis

Aucune leçon préalable sur la proportionnalité.

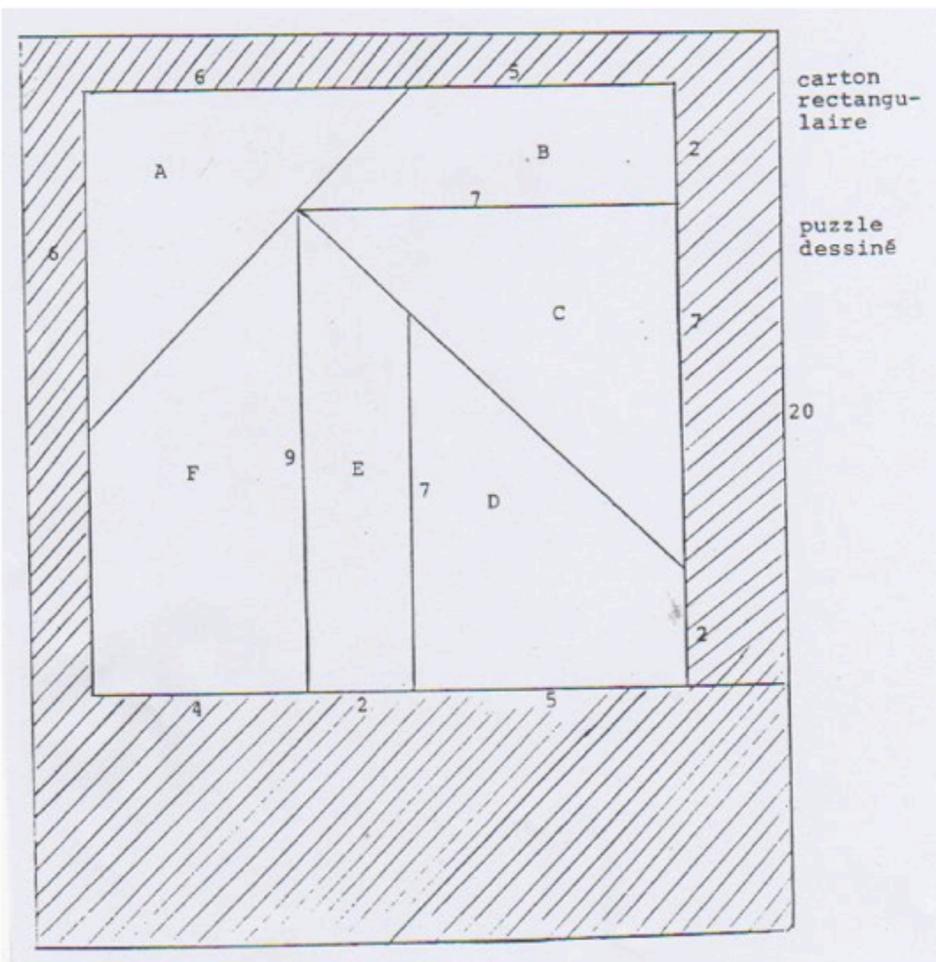
Nombres décimaux non entiers (le coefficient d'agrandissement choisi est 1,5).

Objectifs

- Privilégier la démarche d'investigation avec un minimum de pré-requis, permettre à tous les élèves de s'engager rapidement dans la recherche et d'« entrer » dans le problème.
- Favoriser les échanges entre élèves au sein du groupe.
- Rendre les élèves autonomes pour la validation de la solution (celle-ci se fait par assemblage du puzzle).
- Savoir rédiger un compte-rendu et l'exposer à la classe.

Ce qu'est réellement l'agrandissement du puzzle en TSD

1^{re} situation d'étude des applications linéaires proposée aux élèves (4 agrandi en 7)



Disqualification de l'ajout de 3

Obtention de l'image de 8 (rôle de la disposition de ce qu'on cherche)

Recherche de l'image de 1

Pas de questions sur la validité de « si $a + b = c$ alors est-il vrai que $f(a) + f(b) = f(c)$? »

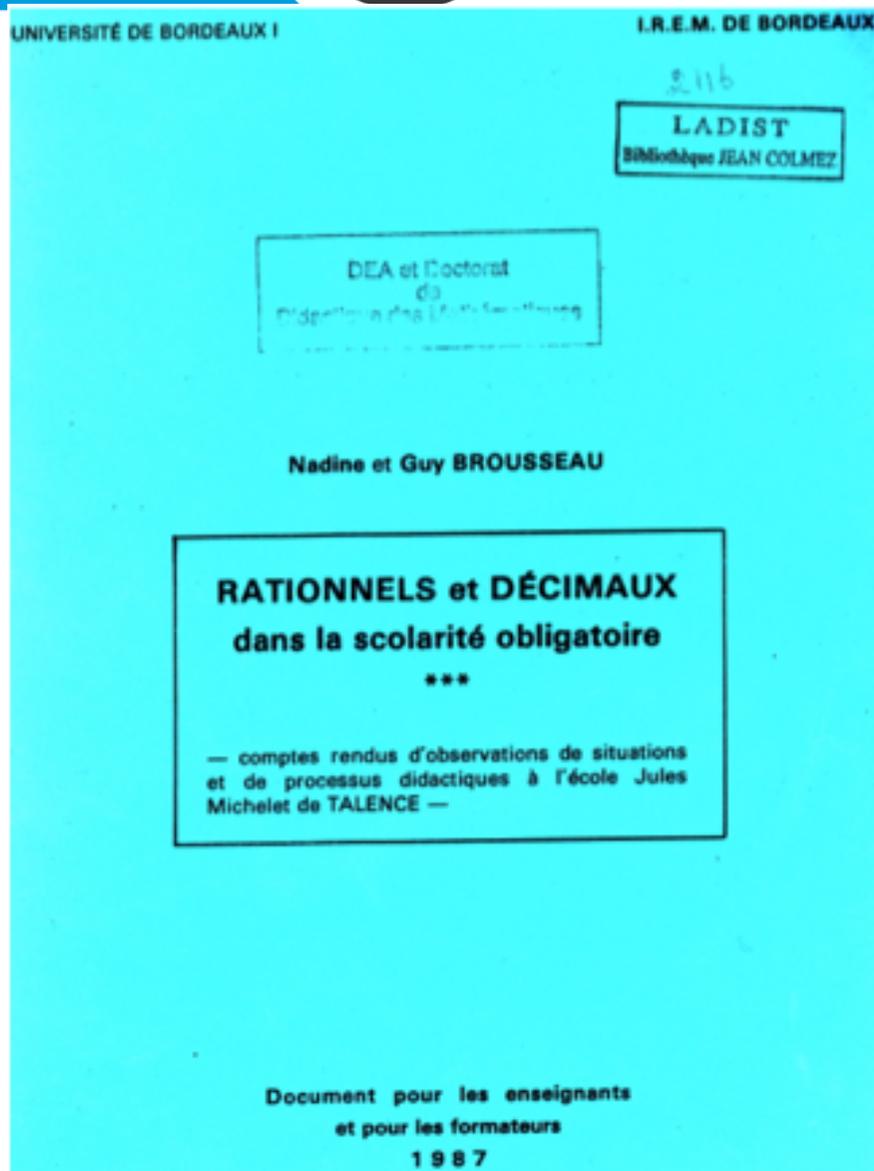
Poursuite avec image d'une fraction, vers le produit de deux fractions, agrandissements équivalents, leur rangement, les agrandissements sont-ils des nombres ?



INSTITUT
FRANÇAIS
DE L'ÉDUCATION

L'agrandissement du puzzle en TSD

s'insère dans l'ensemble d'un enseignement
bâti sur le modèle de situations enchaînées



<u>7.3. Encadrements successifs d'un rationnel par deux décimaux.....</u>	122
7.3.1. Rappel du placement de la fraction entre 2 entiers.....	122
7.3.2. Recherche des dixièmes.....	123
7.3.3. Recherches des centièmes.....	124
<u>7.4. Organigramme de la méthode et mise en place de la division : algorithme.....</u>	126
7.4.1. Synthèse de différentes recherches qui ont abouti au placement d'une fraction entre deux décimaux.....	126
7.4.2. Résultats.....	127
<u>7.5. Rationnels décimaux, rationnels non décimaux.....</u>	128
7.5.1. Rappel : différentes sortes de fractions déjà rencontrées	128
7.5.2. Fractions décimales.....	128
7.5.3. Mise en évidence de deux méthodes pour transformer une fraction décimale en nombre à virgule.....	129
7.5.4. Choix d'une méthode.....	130
7.5.5. Reconnaître si une fraction est ou non décimale.....	132
7.5.6. Correction collective et conclusions.....	133
7.5.7. Résultats.....	135
<u>7.6. Problèmes.....</u>	135
<u>MODULE 8 : SIMILITUDE.....</u>	136
<u>8.1. Agrandissement du puzzle.....</u>	137
8.1.1. Matériel.....	137
8.1.2. Situation-problème.....	138
8.1.3. Comportements et stratégies observés.....	139
8.1.4. Remarques.....	140
8.1.5. Résultats.....	140
<u>8.2. Image d'un entier.....</u>	141
8.2.1. Rappel de la situation du puzzle et des stratégies utilisées	141
8.2.2. Confrontation des méthodes et réalisation des puzzles.....	143
8.3.2. Résultats.....	144
<u>8.3. Image d'une fraction.....</u>	145
8.3.1. 1ère phase : rappel des 2 activités précédentes.....	145
8.3.2. 2ème phase.....	146
8.3.3. 3ème phase : Recherche d'un "intermédiaire".....	148

.../...

Un exemple de propositions de DI, dans un collège ZEP, et les questions qu'il soulève (MR2 Julia Marietti) (1)

Question : Un *milliard* (de dollars), c'est *mille* millions (de dollars) ; mais qu'est-ce qu'un *trillion* (de dollars) ?

Recherche (investigation ?) :

Un dictionnaire en ligne fournit cette première réponse : un trillion, ce serait *un milliard de milliards*. Mais un autre dictionnaire définit le trillion comme égal à *un million de billions*. Qu'est-ce alors qu'un *billion* ? Le même dictionnaire précise qu'un billion vaut *un million de millions*. En s'aidant du «comptage des zéros», l'atelier conclut finalement que les deux définitions s'accordent.

Mais une page du site Web du quotidien *Les Échos* propose : « Un trillion = mille milliards de dollars » !

Un exemple de propositions de DI, dans un collège ZEP, et les questions qu'il soulève (MR2 Julia Marietti) (2)

L'atelier examine alors un document *en anglais* "Where does one billion = 1,000,000,000?" : on y lit que ce serait le cas notamment aux États-Unis mais aussi en France, "before 3 May 1961".

Cette précision répond à la question "Where does one billion = 1,000,000,000,000?". Dans la liste des pays, on trouve la France, dont la mention est assortie de cette précision : "By decree 61-501 of 3 May 1961, modified by decree 75-1200 of 4 December 1975 and 82-203 of 26 February 1982."

Le décret du 3 mai 1961, publié au *Journal officiel* du 20 mai 1961, précise dans son annexe : « Pour énoncer les puissances de 10 à partir de 10^{12} , on applique la règle exprimée par la formule : $16^{6N} = (N)$ illion. Exemples : $10^{12} =$ billion, $10^{18} =$ trillion, $10^{24} =$ quadrillion, $10^{30} =$ quintillion, $10^{36} =$ sextillion, etc. »

Au lieu de 16^{6N} , on devrait avoir 10^{6N} et, en conséquence, un correctif sera ultérieurement publié (dans le *Journal officiel* du 11 août 1961).

Divers types d'enquêtes ou de recherches dans un cadre scolaire



	Finalisé	Non finalisé
Disciplinaire →	AER-PER Ingénierie didactique	Problème ouvert type Erdős-Strauss Recherche en mathématiques
Codisciplinaire	Thème de convergence Prescription institutionnelle	TPE Question ouverte